記号力学による多自由度シートモデルの特徴付け

東京工業大学理工学研究科応用物理学専攻
柳沢 剛

1 はじめに

本研究では，高自由度の力学系の振る舞いを調べるためにプラズマシートモデル [1] という系を用い，主に数値計算による解析を行う．このシート系では，電荷を帯びたシートが一次元的な運動をし，シート同士の衝突によってカオスが発生する．

この系では，ある程度の多自由度（例えばシート枚数 1000 程度）でマクスエル分布の実現を観測できることがわかっている．そのことからこの系は熱的な系の粒子レベルでの理解に適した系であると思われる．

一方，$1/f$ ゆらぎという，非定常過程がハミルトン系で広く見い出されており，これが熱平衡への到達や自由度の変化とどのように関係しているのか，ということに大変興味を持っている．

以下では，記号力学を用いてこの系の特徴付けを試みる．

1.1 高次元系の理解と記号力学について

計算機の性能の増加もあり，数値積分自体はかなりの多自由度でも行えるようになった．問題はむしろ多自由度系をどのように理解するかという点にあると思われる．低自由度の系ではポアンカレ断面により，トーラスとカオスの海の住み分けというものを容易に観察できた．このような描像・解析をそのまま高次元系へと進めていければ問題はないのであるが，それは容易ではない．

そこで，もう少しメタな情報（自由度が増加しても理解しやすい情報）によって高次元系にさぐりを入れ，そこから元の構造を推測することを考える．

このシート系においては，シート同士の衝突がどのような順序で発生したかという情報が，系のカオス性と密接に関係があることが分かった．すなわち実際の軌道自体を追わなくとも，どのようにシートの衝突が発生したかという情報により，系の軌道を調べることができるということである．

以下では，理解の容易なシート数 3 の系で，記号によりどのような情報が得られるかを示し，今後の高次元系への応用を考察する．

2 記号力学の導入と解析

この系に，以下のようにして記号を導入する．一次元 N シートの系において，シートに 左から順に $0, 1, \ldots, N-1$ と名前を付ける．そして，シート 0 とシート 1 の衝突を記号 0，シート 1 とシート 2 の衝突を記号 1，以下同様にしてシート $N-2$ とシート $N-1$ の衝突を記号 $N-2$ とする．系の時間発展に伴って各シート間で衝突が発生し，その結果上記の $N-1$ 個の記号による記号列が得られる．

軌道がトーラス上にある場合，対応する記号列は周期的になることがわかる．また，トーラス上にない場合でも，記号列にどのような部分列が含まれるかの頻度を解析することにより，トーラス近傍での滞在現象が推測できる．図 1.，2. は，ポアンカレ断面による解析が可能な 3 シート系での例である．

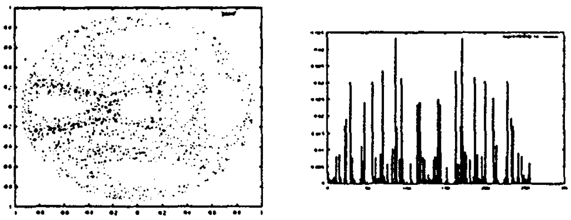

図 1.

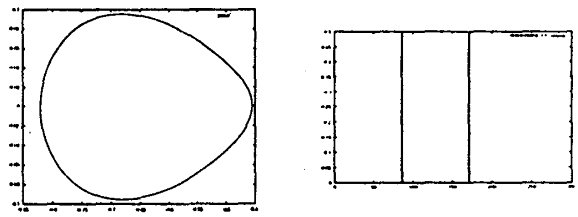

図 2.

ポアンカレ断面（各図の左側）と対応する記号列分布（各図の右側）．
図 2.：トーラスの場合は分布が単純である．図 1.：カオティックな軌道の場合，分布は複雑であるもの，トーラスの存在を示す小さいピークが複数みられる．（どちらもシート数 3 枚，エネルギー 0.7 の系）

3 記号列のその他の解析

記号力学が定義されれば，各種力学エントロピーを計算することにより，リアプノフ数による解析と同様のことが可能である（文献 [2], [3]）．記号列の抽出および計算は通常のリアプノフ数による解析に比べて容易であるため，多自由度または長時間の解析において利点となる．

計算の結果，少なくとも低自由度においては，通常のリアプノフ数と記号列から計算した力学的エントロピーが，自由度や系のエネルギーの変化に対してほぼ同じ振る舞いを示すことが分かった．

また，記号列の統計量を調べるだけでなく，記号列がどのような「ルール」により生成されているのか，という問題意識も考えられる．この場合のルールとは，具体的には，等価な記号列を発生できる有限状態機械（に対応する状態遷移図）を見い出すということとする（文献 [4] 参照）．この例を図 3., 4. に示す．

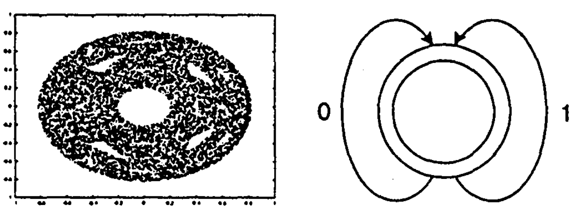

図 3.

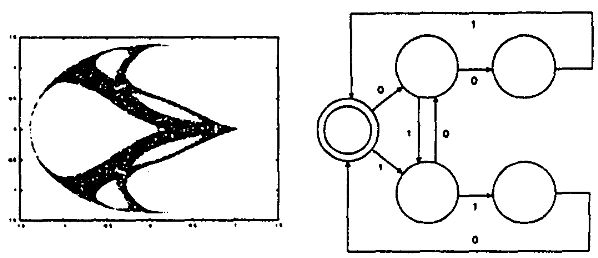

図 4.

3 シートの系における，ポアンカレ断面（各図の左側）と対応する記号列から得られた状態遷移図（各図右側）．状態遷移図をたどって得られる記号列が，実際の系から得られる記号列に対応する．
図 3.：カオスの比較的強い系ではほぼ任意の記号列が出現する．図 4.：カオスの弱い系では出現しない記号列が存在し，その効果がグラフに表れている．このグラフでは，0 または 1 が 3 回以上連続する記号列は出現しない．

最終的には記号列生成が相空間のどのような性質と結び付いているのかを見い出すことにより，相空間の，記号列の空間で見た場合の構造が見い出せると思われるが．現在検討中である．

参考文献

[1] J. M. Dawson, *Phys. Fluids.* **5**, 445 (1962).
[2] I. Shimada, *Prog. Theor. Phys.* **62**, 61 (1979).
[3] J. P. Crutchfield and N. H. Packard, *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 433 (1984).
[4] J. P. Crutchfield and K. Young, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 105 (1989).