ひろば

第２０回統計力学国際会議サテライト「非線形動力学の確率的・熱力学的側面」に参加して

奈良女子大学・理学部　　田崎　秀一

（１９９８年9月２１日受理）

筆者は、第２０回統計力学国際会議のサテライト会議として１９９８年7月１４日から１７日までベルギーのブリュッセル自由大学で開かれたワークショップ「非線形動力学の確率的・熱力学的側面」に参加し、単純な写像系の測度の発展方程式の厳密解について発表する機会を得た。このワークショップでは短い期間にもかかわらず、「スペクトル理論・エルゴード理論」、「力学系と統計力学」、「量子複雑系」および「ストカスティックな系・メゾスコピック系」のテーマが扱われ、力学系理論のL. Bunimovich, D. Ruelle, G. Gallavotti, J.-P. Eckmannら、統計力学のJ. Lebowitz, E. G. D. Cohen, J. R. Dorfmanら、シミュレーション物理のW. G. Hoover, D. J. Evans, G.P. Morriss, H. Poschら、カオス理論のP. Gaspard, P. Cvitanovic, T. Tel, G. Casatiらが参加した。短期間に多くのテーマが扱われたため、ややまとまりを欠くワークショップであったが、１日目後半と２日目に行われた「力学系と統計力学」については比較的十分な議論がなされていたので、このテーマに限り筆者の記憶にある発表について紹介したいと思う。なお、この記事は編集部から依頼されたものである。

ワークショップの内容に入る前に、古典力学に基づく非平衡統計力学をめぐる最近の話題について触れておこう。輸送現象などの不可逆現象の理論では、微視的動力学は可逆かつ保存的であると仮定されることが多い。例えば、GaspardはG. Nicolis、筆者らと共同して、カオス的な保存開放系で輸送現象が自然に現われ、それが相空間のフラクタル構造（フラクタル・リペラー）と密接に関係していることを明らかにした。ところが、最近、これと異なる仮定に基づく不可逆現象の研究が、統計力学、力学系理論、シミュレーション物理の研究者によって進められている。このアプローチではNose-

Hoover型の散逸的動力学を出発点にとり、非平衡定常分布や輸送係数などが調べられている。例えば、外場がかけられたローレンツ気体での電気伝導率を計算する場合には、運動エネルギーが常に保存されるような「抵抗力」が導入される。このため相空間体積が保存しないという意味で動力学は散逸的になるが、運動法則は「抵抗力」込みで可逆である。さらに、運動法則が強いカオス性（双曲性）を持つと仮定すれば（Cohen-Gallavottiの仮定）、系が散逸的なため相空間体積は指数関数的に縮んでゆき、その結果、任意の初期分布はフラクタル的な定常分布（SRB分布）に近づいていく。この分布は非平衡定常状態を表し、相空間体積の収縮率（＝リアプノフ指数の総和）はギッブス・エントロピーの生成速度と等しく、形式的に非平衡熱力学で知られているエントロピー生成と熱力学的力の関係も再現される。これらの研究で扱われている可逆な散逸的力学系は、Thermostated Systemsと呼ばれている。

さて、ワークショップではこのアプローチに関連して以下のような発表があった。

・D. Ruelle：双曲型 Thermostated Systemsの線形応答について（非平衡定常分布の外場に関する１次変分の計算と揺動散逸定理が成立すること）

・J. R. Dorfman：非線形多重パイこね変換について（外場をかけたThermostatedローレンツ気体の特徴を備えた単純なモデルの非平衡定常分布と分岐図）

・E. G. D. Cohen：リアプノフ指数の対規則について（Thermostated Systemsではリアプノフ指数の総和から輸送係数が計算できるが、多くの場合正負のリアプノフ指数は対になっており、各対の和からリアプノフ指数の総和が求められる（リアプノフ指数の対規則）。この規則の紹介、成立条件など）

・P. Gaspard：微視的カオスの実験的検証について（相空間の一般の分割エントロピーはKSエントロピーより小さく、それは正のリアプノフ指数の総和より小さい。これを利用し、ブラウン運動の実験で分割エントロピーを測定し、運動が正のリアプノフ指数を持つ、つまり運動がカオスであると結論できると主張）

・L. Rondoni：非平衡定常分布の周期軌道展開について（Thermostated Systemsの非平衡定常分布（＝SRB分布）とその期待値の不安定周期軌道による計算）

・J.-P. Eckmann：非線形格子の非平衡定常分布について（エネルギーの流れが起る

ような相互作用を持つ非調和格子の両端に異なる温度を持つ熱浴を置いた場合、非平衡定常分布が存在することの証明）

この他、W. G. Hoover、D. J. EvansがThermostated Systemsのシミュレーションと関連問題について、G. P. MorrissがThermostatedローレンツ気体の相図について、H. van Beijerenが剛体球気体とローレンツ気体のリアプノフ指数の数値計算法について、H. Poschが剛体球／タンベル型剛体からなる流体のリアプノフ指数の数値計算結果について、G. GallavottiがThermostated Systemsの揺動定理について発表した。

さらに、2日目の最後のGeneral Discussionでも「力学系と統計力学」について、特に、ブラウン運動によるカオス性の実験的検証とThermostated Systemsについての議論が行われた。Gaspardが発表したカオス性の実験的検証については、カオス性を持たないブラウン運動の力学モデルが存在するとか、ブラウン運動は中心極限定理のみで示せるといった反論が出された。筆者もブラウン運動から微視的運動のカオス性を検証することは難しいと感じた。Thermostated Systemsに関しては、Lebowitzが「シミュレーションの方法としては優れているが、不可逆性など統計力学の基礎的問題には使うべきではない」という主旨の反論を行うなどしたため、これを統計力学の基礎的問題に使うことの是非について活発な議論が行われた。筆者はGaspardやI. Prigogineのグループと共同して保存力学系における非可逆現象の研究を行ってきたこともあり、最初から散逸を導入するThermostated Systemsに基づくアプローチには賛同しかねる。しかし、単純なtoy modelではThermostated Systems型の系に見られる非平衡定常状態と開放的保存系に見られる非平衡定常分布は本質的に同一であり、また、より一般の系でシミュレーションで求めた非平衡定常状態が熱力学的に望ましい性質を持っていることなどから、Thermostated Systemsの定常分布と実際の非平衡定常状態との間に何らかの関係がありそうである。これを明らかにするには今後の研究が必要であろう。