

2 層量子ホール系における スピン擬スピン量子位相と SU(4) スカーミオン

東北大学大学院 理学研究科 江澤潤一*

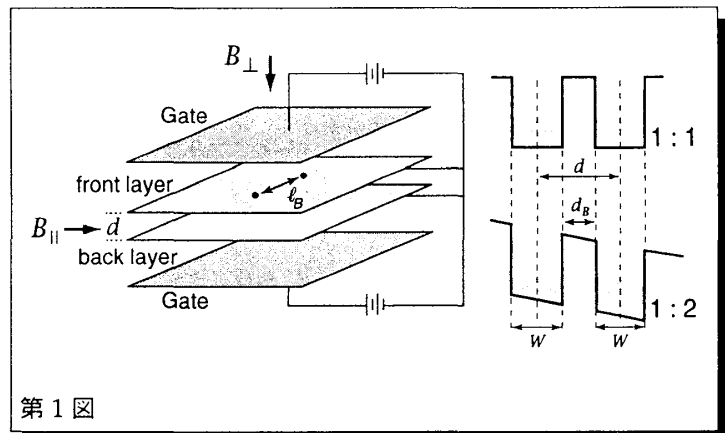
要旨

スピンの自由度を考慮すると 2 層量子ホール系の対称群は SU(4) である。層間距離が十分小さな試料では、電子密度が十分低いとスピン・擬スピン量子位相が発生する。この相の最大の特徴は $\nu = 2/m$ での素励起が電荷 $2e/m$ をもつ事である。最近の澤田等の実験 [PRL80(1998)4534] はこの理論的解析結果を支持している。

1 序説

理想的な 2 次元状態を実現する半導体界面上で引き起こされる量子ホール効果 [1] の特異な現象は多くの研究者の強い興味をひき多数の研究がなされてきた。最近、特に関心が持たれているのが量子ホール状態に対する電子のスピンの影響である。スピンの自由度によって、量子ホール状態は量子ホール強磁性と呼ばれるスピン量子位相（コヒーレンス）の発生した状態になる。素励起はスピンと電荷がコヒーレントに結合したスカーミオン [2, 3, 4] である。更に興味のある系が 2 層量子ホール系である。2 層の自由度をスピンの自由度に擬して擬スピンと呼ぶが、この自由度によって層間量子位相が発生する [5, 6, 7]。

我々は 2 層量子ホール系の実験を行ってきた [8, 9]。各層での電子密度を自在に変えて量子ホール状態の安定性を測定するという実験的手法を編み出し、更に試料を磁場中で回転させるという手法を用い、多くの興味有る結果を得ている（澤田による講演参照）。これらの実験事実を、スピンと擬スピンの絡んだ複雑な量子位相現象として解析するのが本講演の目的である。



第 1 図

*E-mail: ezawa@tuhep.phys.tohoku.ac.jp

2 スピン量子位相

まず、良く知られた1層子ホール系に於けるスピン量子位相について概説する。2層電子系のハミルトニアンは運動エネルギー H_K 、クーロン相互作用 H_C 、ゼーマン相互作用 H_Z からなる。

$$H = H_K + H_C + H_Z. \quad (1)$$

電子のスピン状態は2つあるから $SU(2)$ 対称性が存在する。ゼーマン・エネルギーを無視すれば、系を記述するのは $H_K + H_C$ である。このハミルトニアンは電子のスピン状態を混ぜる $SU(2)$ 変換に対して不変である。クーロン項 H_C から交換エネルギーが発生してこの対称性が自発的に破れ、1つの Goldstone モードが生まれる。基底状態は縮退している。実際にはゼーマン相互作用によって縮退は解け、Goldstone モードはギャップのある擬 Goldstone モードになる。

理論的解析には私が提唱した改良複合ボソン理論 [10, 11] が最適である。2成分改良複合ボソン場 $\Phi(x)$ を用いると、Goldstone モード $\zeta(x)$ は線形近似で以下の様に表せる。

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^1(x) \\ \varphi^2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_0} \\ \zeta(x) \end{pmatrix} + \dots \quad (2)$$

複合ボソン場は半古典的近似で c 数とみなせるが、更に、最低ランダウ準位に制限すると、解析関数になる事を証明できる。従って、 $\Phi(z) = \langle \Phi(x) \rangle$ と書く。波動関数は、

$$\mathfrak{S}[x] = \prod_r \Phi(z_r) \mathfrak{S}_{LN}[x], \quad \mathfrak{S}_{LN}[x] = \prod_{r < s} (z_r - z_s)^m e^{-\sum_{r=1}^N |z_r|^2} \quad (3)$$

と書かれる。基底状態は $\Phi_g(z) = (1, 0)$ である。

励起状態は任意の解析関数 $\Phi(z)$ で表される。励起の周りで電子密度 $\rho(x)$ は変化するが、その変化分 $q(x)$ は以下のソリトン方程式の解として決定される。

$$\frac{\nu}{4\pi} \nabla^2 \ln \left(1 + \frac{q(x)}{\rho_0} \right) - q(x) = \frac{\nu}{4\pi} \nabla^2 \ln \left[\sum_{\alpha} |\varphi^{\alpha}(z)|^2 \right]. \quad (4)$$

スピンの変化は CP^1 場を

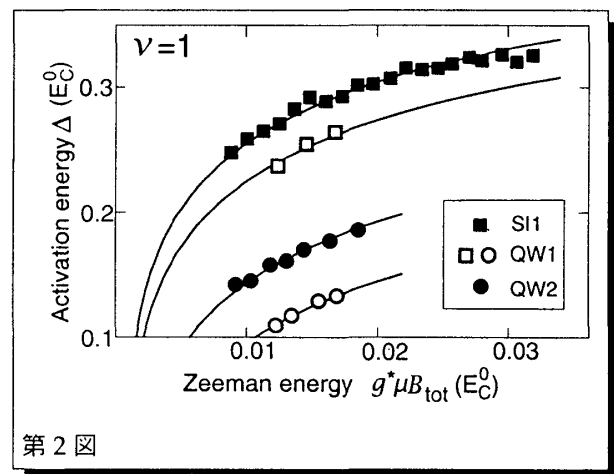
$$n^{\alpha}(x) = \frac{\varphi^{\alpha}(z)}{\sqrt{\sum_{\alpha} |\varphi^{\alpha}(z)|^2}} \quad (5)$$

として $S^a(x) = \frac{1}{2} \rho(x) s^a(x)$ で与えられる。

実際に励起しているのはエネルギーが最小のものである。上記の基底状態上でもっとも簡単な解析関数は $\Phi_{\text{sky}}(z) = (z, \kappa)$ であるが、これは CP^1 スカームイオンを記述している。ここに κ はスカームイオンのサイズを表す定数である。滑らかな極限での (4) の近似解は

$$q_{\text{sky}}(x) \simeq -\frac{\nu}{\pi} \frac{4(\kappa \ell_B)^2}{[r^2 + 4(\kappa \ell_B)^2]^2} \quad (6)$$

である。これは良く知られた表式 [2] その物である。これを用いて Schmeller 等の実験 [4] を見事に説明できる [10]。



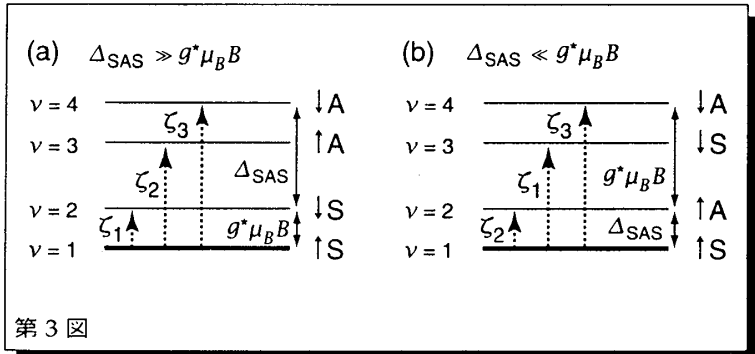
第2図

3 スピン擬スピン量子位相

2層量子ホール系に特有のスピン擬スピン量子位相について概説する [12]。2層電子系のハミルトニアンは運動エネルギー H_K 、クーロン相互作用 H_C 、ゼーマン相互作用 H_Z 、トンネル相互作用 H_T からなる。更に、クーロン項は全系の電子密度 $\rho(x)$ のみに依存する項 H_C^+ と両層間の密度差のみに依存する項 H_C^- の2つに分けられる。項 H_C^- は2層電子系の静電容量エネルギーをあらわす。即ち、

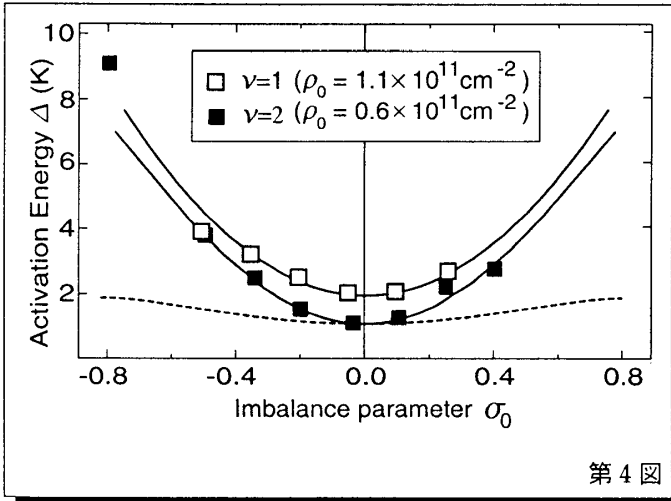
$$H = H_K + H_C^+ + H_C^- + H_Z + H_T. \quad (7)$$

静電容量エネルギーもトンネル相互作用もゼーマン・エネルギーも無視すれば、系を記述するのは $H_K + H_C^+$ である。このハミルトニアンは $SU(4)$ 変換不変である。2層系では最低ランダウ準位に縮退した電子の4つの状態を混ぜる $SU(4)$ 対称性が存在する。(電子は2層のどちらか、スピンの上下で4つの状態を取れる。)



第3図

クーロン項 H_C^- から交換エネルギーが発生して、この対称性が自発的に破れ、3つの Goldstone モードが生まれる。実際には上記の議論で無視した相互作用を摂動的に取り入れると、縮退は解け、Goldstone モードはギャップのある擬 Goldstone モードになる。



第4図

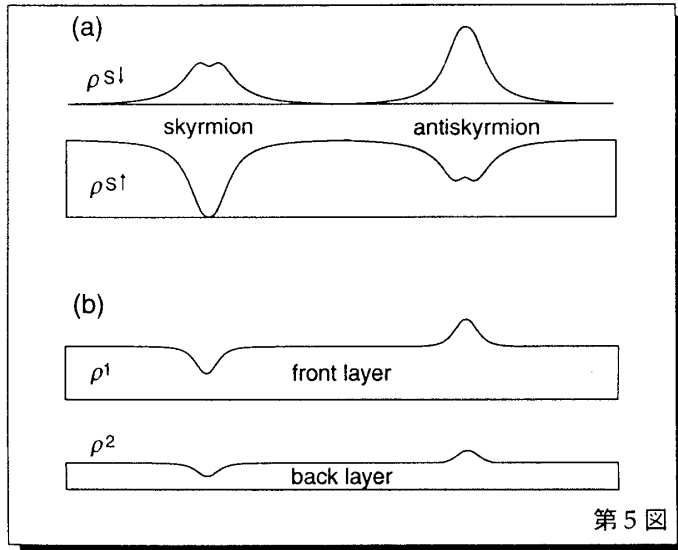
理論的解析は前節の解析を $SU(2)$ から $SU(4)$ に拡張してそのまま使える。4成分改良複合ボソン場 $\Phi(x)$ を用いると、Goldstone モード $\zeta_j(x)$ は線形近似で、以下の様に表せる。

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^{S^1}(x) \\ \varphi^{S^1}(x) \\ \varphi^{A^1}(x) \\ \varphi^{A^1}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_0} \\ \zeta_1(x) \\ \zeta_2(x) \\ \zeta_3(x) \end{pmatrix} + \dots \quad (8)$$

波動関数は (1) 式で与えられる。基底状態は $\Phi_g(z) = (1, 0, 0, 0)$ である。この上のもっとも簡単な素励起の波動関数は $\Phi_{sky}(z) = (z, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$ であるが、これは CP^3 スカーミオンを記述している。ここに κ_j は定数であり、スカーミオンのサイズや2層での相対的な位置を表している。このスカーミオンを用いて我々の実験結果 [8] を解析したのが第4図である。図について説明する。

我々の用いた試料のトンネル・ギャップ・エネルギーは 6.8K と大きい。従って、エネルギー準位は第3(a)図のようであり、 $\nu = 1$ に於ける荷電励起は通常のスピン・スカーミオンである。その波動関数は対称状態上で $\Phi(z) = (z, \kappa, 0, 0)$ という良く知られた表式を持つ。このスカーミオンは2層に跨つ

た励起である [第5図]。2層間にバイアス電圧をかけて電子を移動させると、静電容量エネルギーが変化する。他に活性化エネルギーに寄与する項は存在しない。この静電容量エネルギーの変化を現したのが第4図の $\nu = 1$ の曲線である。



第5図

次に $\nu = 2$ 状態を議論する。第9(a)図の下から2状態に電子が詰まっている。荷電励起は擬スピンを反転させる擬スピン・スカーミオンである。単純には、第2準位から第3準位への励起を考えれば良い、と思うかも知れない。

このような単純な励起はスピン・擬スピン SU(4) 量子位相の発生した相では許されない。一つのランダウ状態に2つのスピン状態の電子が入っているので、この電子間のフェルミ統計を考慮する必要がある。波動関数は、

$$\Xi[x] = \prod_r [\Phi_1(z) \otimes \Phi_2(z) - \Phi_2(z) \otimes \Phi_1(z)] \Xi_{LN}[x]^2 \quad (9)$$

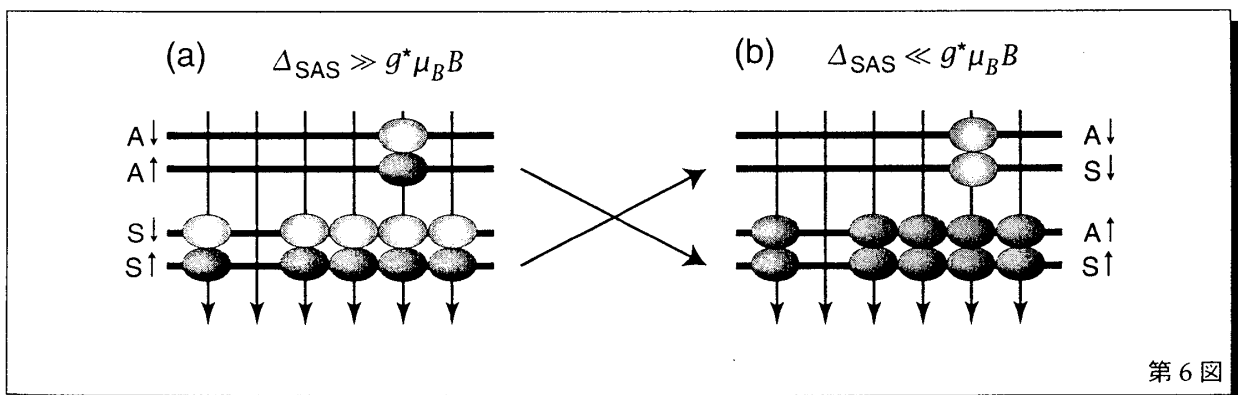
となる。2つの複合ボソン場 $\Phi_1(z)$ 、 $\Phi_2(z)$ が存在するが、電子密度 ρ は両者に共通であり、これはソリトン方程式 (2) から決定される。ソリトン方程式 (2) の右辺は $\Phi_1(z)$ と $\Phi_2(z)$ に対して別々に成り立つから、

$$\sum_{\alpha} |\langle \varphi_1^{\alpha}(x) \rangle|^2 = \sum_{\alpha} |\langle \varphi_2^{\alpha}(x) \rangle|^2 \quad (10)$$

が必要である。故に、もっとも一般的なスカーミオンの波動関数は

$$\begin{aligned} \langle \Phi(x)_1 \rangle_{\text{sky}} &= \sqrt{\rho_0/2}(z, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3), \\ \langle \Phi(x)_2 \rangle_{\text{sky}} &= \sqrt{\rho_0/2}(\kappa'_1, z, \kappa'_2, \kappa'_3) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。但し、 $\kappa^2 \equiv \sum_{\alpha} \kappa_{\alpha}^2 = \sum_{\alpha} \kappa'_{\alpha}{}^2$ である。この結果、スカーミオンは同時に2つの複合ボソン場に現れ、従って電荷は $2e$ になる [第6図]。



第6図

擬スピン・スカーミオンはトンネル・エネルギーを増加させる。2層間で電子を移動させたとき、活性化エネルギーを変化させるのは、静電容量項とトンネル相互作用項である。第4図の $\nu = 2$ の曲線は電荷として $2e$ を用いて計算した理論値であるが、これは実験事実を良く説明している。一方、もしも電荷が e だと図の点線の様に実験事実と反する理論値を得る。これは静電容量エネルギーとトンネル・エネルギーがほぼ打ち消し合うからである。澤田等の実験[8]は $\nu = 2$ で素励起が電荷 $2e$ を持ち、スピン・擬スピン量子位相が発生している事の実験的証拠と見なせる。

試料を製作し実験を遂行した共同研究者の以下の方々に厚く感謝致します。澤田安樹(東北大理)、大野英男(東北大通研)、堀越佳治(早大理工)、大野裕三(東北大通研)、岸本修也(東北大通研)、松倉文礼(東北大通研)、安元理就(東北大理)、浦山敦史(東北大理)、熊田倫雄(東北大理)。

参考文献

- [1] *The Quantum Hall Effect*, edited by S. Girvin and R. Prange (Springer-Verlag, New York, 1990), 2nd ed.
- [2] S.L. Sondhi, A. Karlhede, S. Kivelson and E.H. Rezayi, *Phys. Rev. B* **47**, (1993) 16419; D.H. Lee and C.L. Kane, *Phys. Rev. Lett.* **64**, (1990) 1313.
- [3] S.E. Barrett, G. Dabbagh, L.N. Pfeiffer, K.W. West and R. Tycko, *Phys. Rev. Lett.* **74**, (1995) 5112.
- [4] A. Schmeller, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **75**, (1995) 4290.
- [5] Z.F. Ezawa and A. Iwazaki, *Int. J. Mod. Phys. B* **6**, (1992) 3205; *Phys. Rev. B* **47**, (1993) 7295; *Phys. Rev. B* **48**, (1993) 15189.
- [6] Z.F. Ezawa, *Phys. Lett. A* **229**, (1997) 392; *Phys. Rev. B* **55**, (1997) 7771.
- [7] K. Moon, H. Mori, K. Yang, S.M. Girvin, A.H. MacDonald, L. Zheng, D. Yoshioka and S.C. Zhang, *Phys. Rev. B* **51**, (1995) 5138.
- [8] A. Sawada, Z.F. Ezawa, H. Ohno, Y. Horikoshi, Y. Ohno, S. Kishimoto, F. Matsukura, M. Yasumoto, and A. Urayama, *Phys. Rev. Lett.* **80**, (1998) 4534.
- [9] A. Sawada, Z.F. Ezawa, H. Ohno, Y. Horikoshi, A. Urayama, Y. Ohno, S. Kishimoto, F. Matsukura, N. Kumada, (cond-mat/9812064)
- [10] Z.F. Ezawa, *Physica B* **249**, (1998) 841; *Phys. Lett. A* **249** (1989) 223; Z.F. Ezawa and K. Sasaki, *J. Phys. Soc. Jap.* **68**, (1999) 322.
- [11] S.M. Girvin, in Ref.; N. Read, *Phys. Rev. Lett.* **62**, (1989) 86; R. Rajaraman and S.L. Sondhi, *Int. J. Mod. Phys. B* **10**, (1996) 793.
- [12] Z.F. Ezawa, (cond-mat/9812188)