

磁化過程のカスプと低エネルギー励起状態

大阪大学大学院理学研究科

奥西 巧一*

最近、空間構造を持つスピン鎖およびスピン梯子の磁化過程にプラトーが理論的にも実験的にも注目を集めている。たとえば、磁化過程のプラトーと基底状態の周期との関係が、ボソン化や Lieb-Schultz-Mattice の定理の拡張など場の理論的手法や厳密対角化等の数値計算の手法を組み合わせ盛んに研究され、実験的にも対応する磁化過程が観測されたりしている [1]。しかし、磁化過程のカスプ（折れ曲がり）という観点からの研究は、熱力学的極限の磁化過程を精度良く数値計算することの難しさもあり、ある種の可積分系 ($SU(N)$ 鎖 [2] やスピン交代系 [3]) を除いて、ほとんどなかった。

本研究 [5] では、まず、数値繰り込み群 (PWFRG) 法 [4] を用いて $S = 1$ Bilinear-Biquadratic (BLBQ) スピン鎖

$$\mathcal{H} = \sum S_i S_{i+1} + \beta (S_i S_{i+1})^2$$

において、ある領域 ($\beta > \beta_c \sim 0.41$) で、その磁化過程にカスプが現れることを示した。ここで、BLBQ スピン鎖は $\beta = 1$ で可積分 $SU(3)$ 鎖となるが、そこでのカスプは系の保存量という可積分系の特殊性に大きく依存しており [7]、非可積分摂動のはいった一般の β においてカスプが現れるということ自体、非自明な問題であったことを指摘しておく。

さらに、我々は、 $S = 1/2$ ジグザグスピン梯子

$$\mathcal{H} = \sum J_1 S_i S_{i+1} + J_2 S_i S_{i+2}$$

においても、PWFRG の計算を行い、あるパラメーター領域 ($J_2/J_1 > 1/4$) で、その磁化過程にカスプ（逆向きのカスプ）が現れることを示した。

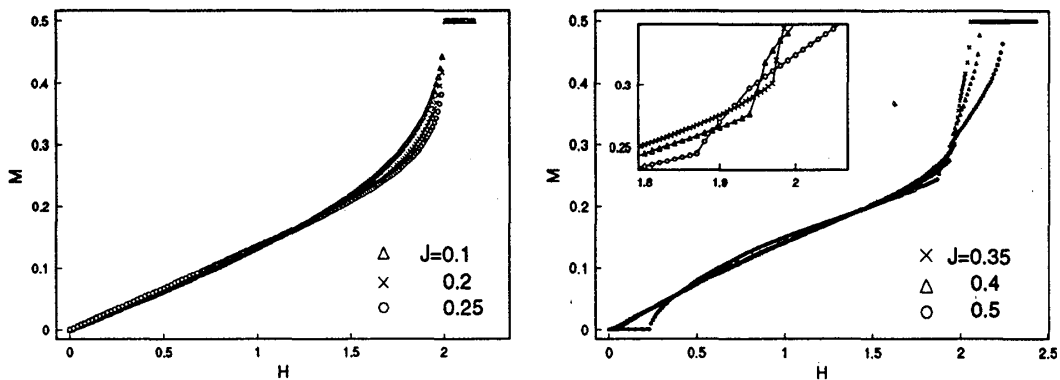


図 1: ジグザグ鎖の磁化過程

この様に、磁化過程のカスは広く非可積分スピン鎖にも現れるというのが分かったところで、次に問題になるのが、その出現のメカニズムである。まず、前述の通り、可積分系でのメカニズムは、系の可積分性に大きく依存しており、一般の模型にすぐに適用できるものではない。従って、可積分性に頼らない解釈が必要となるが、我々は、低エネルギーの一粒子分散関係に着目することで、非可積分模型での磁化過程のカスを説明できることを示した。たとえば、ジグザグスピン鎖の場合は、飽和磁化近傍での素励起は上向きにそろったスピン中の一個の下向きスピンで与えられ、その分散は

$$\omega(k) = J_1(\cos k - 1) + J_2(\cos 2k - 1) \quad (1)$$

となる。十分に高磁場側での磁化過程の振る舞いは、下向きスピンを自由フェルミ粒子とみなし、その粒子を外場 H に対応するフェルミ面までバンド (1) につめていくことで理解できる。このとき、図2を見れば分かるように、 J_1 と J_2 の競合により、 $J_2/J_1 = 1/4$ を境に、分散関係 (1) が、バンドの底 $=\pi$ である commensurate な領域から、バンドの底が二つに分かれた incommensurate な領域へ変化している。すなわち、フェルミ面がバンド (1) を切る回数是对応して、系の低エネルギーの振る舞いが、1成分から2成分に変化することが分かる。これを磁化過程という観点から見れば、 $J_2/J_1 > 1/4$ の領域では、十分高磁場側では2成分であるが、フェルミ面が上がり（外場 H が小さくなり） $k = \pi$ の山を越えると同時に2成分のうちの1成分が消え、磁化過程にカスが現れることが、自然に理解できる。

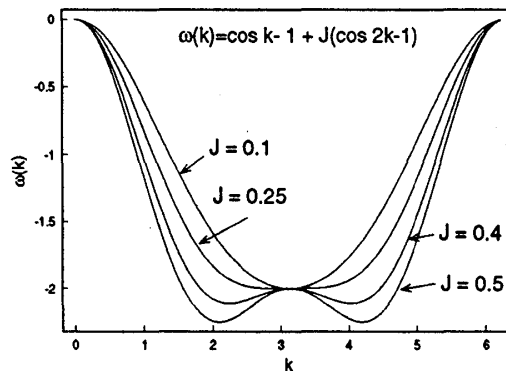


図 2: 飽和磁化近傍のジグザグ鎖の分散関係

さて、以上では、完全な自由フェルミ粒子描象で磁化過程を考えたが、定量的には素励起間の相互作用を考慮しなければならない。相互作用で考えた磁化曲線は、一般に、

$$H_s - H = \alpha \Delta M^2 (1 + \gamma \Delta M + \delta \Delta M^2 \dots) \quad (2)$$

で与えられる [7]。このとき、係数 α は、1 粒子バンド (1) の底の曲率で決まっており、相互作用の効果は ΔM^3 の高次の係数に繰り込まれることが分かっている。したがって、十分に高磁場側での磁化過程の振幅 α を調べれば、自由フェルミオンによるカスプメ

J_2/J_1	0.1	0.2	0.25	0.4	0.5
Free Fermion	2.96	0.9869	12.1	1.20	1.85
PWFRG	2.6	0.92	14 ~ 17	5.9 ± 0.3	7.4 ± 0.4

表 1: 磁化過程の振幅 α の比較

カニズムの定量的な検証ができる。実際に、PWFRG の計算より係数 α を評価すると、 $J_2/J_1 < 1/4$ では、自由フェルミオン描象により与えられる値 $\alpha = \pi^2(J_1 - 4J_2)/2$ と良く一致した値が得られる。(表1) また、 $J_2/J_1 = 1/4$ では、ちょうど ΔM^2 の係数が消えてしまうが、分散を $\omega(k) \sim k^4$ をもつフェルミ流体と解釈して、同様の解析を行えば、定量的に磁化過程の振幅を説明できる。

一方、カスプの現れる領域では、PWFRG の結果は、自由フェルミオンの値 $\alpha = \pi^2(16J_2^2 - j_1^2)/(32J_2)$ よりもおおよそ 4 倍異なる値をあたえる。これは、低密度極限でもバンドには粒子が 2 個つまってしまうため、粒子が相互作用を感じた影響が、磁化過程の振幅に表われていると解釈することで理解できる。多成分朝永ラッティンジャー (TL) 流体特有の振る舞いで、たとえば、1次元ハバード模型での低密度極限で、臨界指数が相互作用の強さによらず、 $U \rightarrow \infty$ の指数と同じになってしまうのと同じメカニズムであると考えられる [8]。

BLBQ 鎖においては、0 磁場近傍の素励起の解析的な取り扱いはないが、最近の数値計算により、ハルデン相からの Triplet の素励起の分散関係に、ジグザグスピン鎖と同様のメカニズムが働いていることが示されている [9]。

まとめると、磁化過程のカスプは、一般の非可積分模型にも広く見られるもので、1成分 TL 流体 \leftrightarrow 2成分 TL 流体の転移を伴うことがわかった。また、その背後には、相互作用の競合と素励起の分散の変化、という関係があることが分かった。さらに、2成分の領域では、磁化過程の振幅の自由フェルミオンからのずれが TL 流体の臨界指数で与えられ、実際に数値計算で確かめられた。このように、磁化過程のカスプは、これまであまり注目を集めてはいなかったが、1次元量子系の面白さを反映している興味深い現象といえるであろう。

最後に、本研究は、大阪大学理学研究科の阿久津泰弘氏、日永田泰啓氏との共同研究に基づいていることを記しておく。

参考文献

[*] 現在の所属：大阪大学大学院工学研究科応用物理学科川上研究室

- [1] T. Tonegawa, T. Nakao and M. Kaburagi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 3317 (1996); K. Totsuka, *Phys. Lett. A* **228**, 103 (1996); M. Oshikawa, M. Yamanaka and I. Affleck, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1984 (1997).
- [2] M. Fujii, S. Fujimoto and N. Kawakami, *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 2381 (1996); A.A. Zvyagin, and P. Schlottmann, *Phys. Rev. B* **52**, 6569 (1995).
- [3] K. Okunishi, Y. Hieida and Y. Akutsu, cond-mat//9904155
- [4] H. Kiwata and Y. Akutsu, *J. Phys. Soc. Jpn.* **63**, 4269 (1994).
- [5] Y. Hieida, K. Okunishi and Y. Akutsu, *Phys. Lett. A* **233**, 464 (1997).
- [6] J.B. Parkinson, *J. Phys. Condens. Matter* **1**, 6709 (1989).
- [7] K. Okunishi, Y. Hieida and Y. Akutsu, *Phys. Rev. B* **59**, 6806 (1999).
- [8] H. Frahm and V.E. Korepin, *Phys. Rev. B* **42**, 10533 (1990); N. Kawakami and S.-K. Yang, *Phys. Lett. A* **148**, 359 (1990); H.J. Schulz, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2831 (1990).
- [9] O. Golinelli, Th. Jolicœur and E.S. Sørensen, cond-mat//9812296.