

S = 1/2 Trimerized XXZ 鎖の磁化プラトー

東京工業大学 大学院理工学研究科 岡本 清美¹
九州大学 理学部 北澤 充弘²

最近、量子スピン鎖における磁化曲線の量子化プラトーが盛んに研究されている [1-12]. 量子化プラトーが現れる必要条件是 Oshikawa-Yamanaka-Affleck [6] によって得られていて、状態の周期を n , スピンの大きさを S , 1 スピンあたりの平均磁化を m とするとき

$$n(S - \langle m \rangle) = \text{integer} \quad (1)$$

である. これは必要条件であるので, 実際にプラトーが出現するかどうかはハミルトアンに含まれるパラメーターに依存し, 個々に調べなければならない. プラトーの出現消失の間の転移は, Okamoto [2] によって指摘されたように

Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) 型になっていて, 転移点を数値計算データから検出するのはなかなか難しい. 本研究では, 数値的対角化データから転移点を精密に決定する方法を確立し, 具体的に $S = 1/2$ trimerized XXZ スピン鎖に適用する [13].

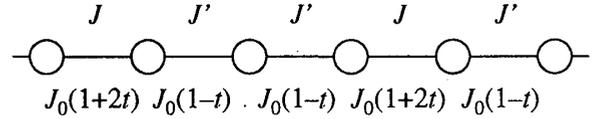


図 1: Trimerized XXZ 鎖. 下段の表示は (4) の形にしたときのもの.

$S = 1/2$ trimerized XXZ のハミルトニアンは

$$H = \sum_{j=1}^L \left\{ J' [h_{3j-2,3j-1}(\Delta) + h_{3j-1,3j}(\Delta)] + J h_{3j,3j+1}(\Delta) \right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} h_{lm}(\Delta) &= h_{lm}^{\perp} + \Delta h_{lm}^z \\ h_{lm}^{\perp} &= S_l^x S_m^x + S_l^y S_m^y, \quad h_{lm}^z = S_l^z S_m^z. \end{aligned} \quad (3)$$

で与えられ, 図 1 のようなものである. 少し書き換えて

$$H = J_0 \sum_{j=1}^L \left\{ (1-t)[h_{3j-2,3j-1}(\Delta) + h_{3j-1,3j}(\Delta)] + (1+2t)h_{3j,3j+1}(\Delta) \right\}, \quad (4)$$

$$J_0 = \frac{2J' + J}{3} \quad t = -\frac{J' - J}{2J' + J}. \quad (5)$$

¹E-mail:kokamoto@stat.phys.titech.ac.jp

²E-mail:kitazawa@stat.phys.kyushu-u.ac.jp

になり、ボソン化ハミルトニアンで表現すると

$$H = \frac{1}{2\pi} \int dx \left[v_s K (\pi \Pi)^2 + \frac{v_s}{K} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{y_\phi v_s}{2\pi} \int dx \cos \sqrt{2} \phi \quad (6)$$

になる。ここで、 v_s はスピン波速度、 Π は位相変数 ϕ に共役で $[\phi(x), \Pi(x')] = i\delta(x - x')$ 、また、 v_s , K , and y_ϕ は J_0 , t and Δ as

$$v_s = \sqrt{3} J_0 \sqrt{AC} \quad K = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{A}} \quad y_\phi v_s = \pi J_0 t (2 + \Delta) \quad (7)$$

$$A = \frac{1}{8\pi} \left(1 + \frac{5}{\sqrt{3}\pi} \Delta \right) \quad C = 2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}\pi} \Delta \right). \quad (8)$$

と表される。ただし、これらの表現は Δ について最低次と解釈すべきである。 ϕ は、スピン密度の空間的に速く変化する部分が

$$S_{\text{fast}}^z(x) = \frac{1}{3} \left\{ \cos \left(2k_F x - \frac{\pi}{3} + \sqrt{2} \phi \right) + \frac{1}{2} \right\} \quad (9)$$

ということの意味づけられる。

sine-Gordon ハミルトニアン (6) の励起スペクトルはパラメーターによってギャップを持つ場合 (cos 項が relevant で、プラトー状態に対応) と持たない場合 (cos 項が irrelevant で、非プラトー状態に対応) とがある。両者は繰り込まれた K の値で分類でき、今の状況では前者が $K < 4$ 、後者が $K \geq 4$ で、両者の間の転移は $K = 4$ の BKT 転移になっている。Nomura-Kitazawa (NM) [14] は角度 π だけひねった境界条件 (TBC) を用いることにより、有限系の数値対角化データから $K = 4$ の BKT 転移点を精密に決定する方法を提案した。彼らは磁化がゼロの場合の $K = 4$ の基底状態量子相転移について議論し、 $M = 0$ の TBC の励起と、 $M = 2$ の周期的境界条件 (PBC) での励起が交差する点が $K = 4$ の BKT 転移点であることを示した。BKT 転移点では有限サイズの対数補正効果が現れ、これが BKT 転移点の決定を困難にしているのが、NM の方法は対数補正効果まで考慮したものであるため精度よく BKT 転移点を決定できる。今は有限磁化のところの議論なので、違う磁化のエネルギーを比較するためには化学ポテンシャルの補正 (あるいは $E \rightarrow E - HM$ の Legendre 変換) が必要で、結局

$$\Delta E^{\text{TBC}} = E_0^{\text{TBC}} \left(\frac{M_s}{3} \right) - E_0^{\text{PBC}} \left(\frac{M_s}{3} \right) \quad (10)$$

と

$$\Delta E^{\text{PBC}} = \frac{1}{2} \left\{ E_0^{\text{PBC}} \left(\frac{M_s}{3} + 2 \right) + E_0^{\text{PBC}} \left(\frac{M_s}{3} - 2 \right) \right\} - E_0^{\text{PBC}} \left(\frac{M_s}{3} \right). \quad (11)$$

のレベル交差を見ればよい。NM はこの種のレベル交差がパラメーター変化に対して線形に起こることを示しているが、この線形交差は BKT 転移点の精密決定に極めて有用である。図 2 は $t = -0.25$ でスピン数 18 の場合で、レベル交差点より $\Delta_c(L = 18) = -0.8389$ が得られる。あとは、スピン数を 12, 18, 24 と変えて外挿すればよい ($1/L^2$ で精度よく外挿できる)。いろいろな t の値に対して同様のことを行って、図 3 の相図が得られる。

参考文献

- [1] K. Hida, J. Phys. Soc. Jpn. **63** (1994), 2359.
- [2] K. Okamoto, Solid State Commun. **98** (1996), 245.
- [3] T. Tonegawa, T. Nakao and M. Kaburagi, J. Phys. Soc. Jpn. **65** (1996), 3317.
- [4] T. Tonegawa, T. Nishida and M. Kaburagi, Physica B **246-247** (1998), 368.
- [5] K. Totsuka 997, Phys. Rev. B **57** (1998), 3454.
- [6] M. Oshikawa, M. Yamanaka and I. Affleck, Phys. Rev. Lett. **78** (1997), 1984.
- [7] T. Sakai and M. Takahashi, Phys. Rev. B **57** (1998), R3201.
- [8] Y. Narumi, M. Hagiwara, R. Sato, K. Kindo, H. Nakano and M. Takahashi, Physica B **246-247** (1998), 509.
- [9] W. Shiramura, K. Takatsu, B. Kurniawan, H. Tanaka, H. Uekusa, Y. Ohashi, K. Takizawa, H. Mitamura and T. Goto, J. Phys. Soc. Jpn. **67** (1998), 1548.
- [10] D. C. Cabra, A. Honecker and P. Pujol, Phys. Rev. B **58** (1998), 6241.
- [11] D. C. Cabra and M. D. Grynberg, Phys. Rev. B **59** (1999), 119.
- [12] A. Honecker, Phys. Rev. B **59** (1999), 6790.
- [13] K. Okamoto and A. Kitazawa, to be published in J. Phys. A: Math. Gen (1999): cond-mat/9809138.
- [14] K. Nomura and A. Kitazawa, J. Phys. A: Math. Gen. **31** (1998), 7341.
- [15] A. Honecker, private communications.
- [16] A. Honecker, <http://www.he.sissa.it/~honecker/roc.html> (back up; <http://thew02.physik.uni-bonn.de/~honecker/roc.html>).
- [17] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **47** (1981), 1840; (E) **48** (1982), 569.
- [18] A. Kitazawa and K. Okamoto, in preparation.