

カイラル超伝導とチャーンサイモン項の物理

京都大学 基礎物理学研究所 御領 潤¹

Sr_2RuO_4 の超伝導 ($T_c \simeq 1.5\text{K}$) は、銅を含まない酸化物超伝導体という特色をもつ [1]。この結晶構造は、La 系などの高温超伝導体とおなじ層状ペロブスカイト構造をもつ。フェルミ面は 3 つの擬 2 次元的なバンドからなることが知られている。この物質の超伝導対称性として 6 つの p -波状態が理論的に指摘された [2](表 1)。ここで、 $\mathbf{d}(\mathbf{k})$ はスピン空間におけるベクトルでギャップとは $\Delta(\mathbf{k}) = i\sigma_2 \sigma \cdot \mathbf{d}(\mathbf{k})$ という関係でつながっている。 $\hat{\mathbf{k}}$ はフェルミ面上での単位波数ベクトルである。これらの状態のうち、NMR によるナイトシフトの測定 [3] や μSR による内部自発磁場の測定 [4] をコンシステントに説明するものは、カイラル状態のみである。この状態では、クーパー対が軌道運動から来るカイラリティー (角運動量 $l_z = \pm 1$) をもち、それゆえ時間反転および空間反転対称性を破る。

クーパー対のカイラリティーから期待される物理現象としてホール現象が挙げられる。というのも、ここで考えている対は重心の回りに circular current をもつ。対の密度が一様であるとこれらの current は完全に打ち消されてしまう。しかし、対の密度が一様でなくなると、密度勾配に垂直な方向に電流が流れることが予想される。密度変化を電場で与えるとすれば、この電流はホール電流となる。このとき、外部磁場は必要ないため (対のカイラリティーが磁場の役割を果たしているため)、磁場なしホール効果が起ることが期待される。

この現象が起るかどうかを理論的に確める 1 つの方法は、電磁気ポテンシャルに対する低エネルギー有効理論 (ギンツブルク-ランダウ (GL) 理論) を調べることである。ここでいったん超伝導を離れて、整数量子ホール系を考える。この系の GL 理論を調べるとそこにはチャーンサイモン項

$$\mathcal{L}_{\text{C-S}} = \frac{\sigma_{xy}}{2} \epsilon_{\mu\rho\nu} A_\mu \partial_\rho A_\nu \quad (1)$$

がフェルミオンの量子揺らぎにより induce されることが示される。ここで、 $A_\mu = (A_0, A_i)$, ($i = 1, 2$) で、 A_0 は静電ポテンシャル、 A_i はベクトルポテンシャル、 $\epsilon_{\mu\rho\nu}$ は 3 階の完全反対称テンソルで $\epsilon_{012} = \epsilon_{120} = \epsilon_{201} = 1$, $\epsilon_{102} = \epsilon_{021} = \epsilon_{210} = -1$ をみだし、重複する添字に関しては和がとられている。この項の係数 σ_{xy} はゲージ不変性をもちいることにより位相不変量であらわされ、微細構造定数の整数倍に厳密に量子化された値のみもつことがゆるされる。この項からホール電流

$$j_x = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{C-S}}}{\partial A_x} = \sigma_{xy} E_y \quad (2)$$

¹ E-mail: goryo@yukawa.kyoto-u.ac.jp

表 1: 結晶の対称性 (D_{4h} 対称性) から許される 6 つの p -波状態

Γ	$\mathbf{d}(\mathbf{k})$
A_{1u}	$\hat{x}\hat{k}_x + \hat{y}\hat{k}_y$
A_{2u}	$\hat{x}\hat{k}_y - \hat{y}\hat{k}_x$
B_{1u}	$\hat{x}\hat{k}_x - \hat{y}\hat{k}_y$
B_{2u}	$\hat{x}\hat{k}_y + \hat{y}\hat{k}_x$
E_u (chiral states)	$\hat{z}(\hat{k}_x \pm i\hat{k}_y)$

が得られる。すなわち、チャーンサイモン項の物理の特徴として、ホール現象が挙げられる。上式より σ_{xy} はホール伝導度をあらわすことが解る。 σ_{xy} は不純物による高次補正を受けず、同時にプラトーの存在が示され、整数量子ホール効果が説明される [5]。

カイラル超伝導の GL 理論中にもチャーンサイモン項に類似する項

$$\mathcal{L}_{C-S-like} = \frac{\sigma'_{xy}}{2} (A_0^T \partial_i A_j + A_i \partial_j A_0^T) \quad (3)$$

が存在することを示すことができる。この項はフェルミオンのみならず、対称性の自発的破れから来るゴールドストーンモードの揺らぎも考慮に入れることによって得られる。チャーンサイモン項とくらべ、この項は静電ポテンシャルのある種の横波成分 A_0^T で書かれ、 $A_i \partial_0 A_j$ という部分を持たないということと、係数 σ'_{xy} が位相不変量とは一致しないという特徴がある。これらの違いはゲージ対称性の自発的破れの効果から来ることを示すことが出来る。[6]

σ'_{xy} についてもう少し詳しく述べる。これは

$$\sigma'_{xy} = \frac{e^2}{8} \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} \frac{\text{Tr}[\mathbf{g} \cdot \partial \mathbf{g} \times \partial \mathbf{g} - g_3 (\partial \mathbf{g} \times \partial \mathbf{g})_3]}{|\mathbf{g}|^3} \quad (4)$$

$$\mathbf{g} = (\text{Re}\Delta(\mathbf{p}), -\text{Im}\Delta(\mathbf{p}), \epsilon(\mathbf{p}))$$

と書かれる。 $\Delta(\mathbf{p})$ はギャップ、 $\epsilon(\mathbf{p})$ はフェルミ面から測った運動エネルギーである。ここで、前半部分は位相不変量となっているが、後半部分は異なる。位相不変量の部分は、(運動量積分を円筒座標で行い、動径成分のみを積分したあとの表式が) $\frac{e^2}{4\pi} \langle l_z \rangle$ となることを示せる。 $\langle l_z \rangle$ は対の角運動量の期待値、すなわち対のカイラリティーをあらわす。カイラル p -波では ± 1 、カイラル d -波 ($d_{x^2-y^2} \pm d_{xy}$) では ± 2 となる。後半部分は位相不変量ではない。この量は、弱結合近似のもと、フェルミ面上で等方的に開いているギャップを考えた場合はゼロになる。異方的に開いている場合、例えば $\Delta(\mathbf{p}) \sim \sin p_x \pm i \sin p_y$ という場合を考えると、位相不変ではない部分の値は数値的に $\frac{e^2}{4\pi} \frac{t}{\Delta} \times 10^2$ となることが示される。この場合でも位相不変な部分は $\frac{e^2}{4\pi} \langle l_z \rangle$ である。

この項を考慮に入れると、磁場なしでホール現象が生ずることが示されるが、詳細は文献 [6] に譲る。ところで最近、ゼロ磁場ホール効果の実験が京都大学の前野グループによりなされた。Sr₂RuO₄ に Ru 結晶を混入した試料 (3K 相と呼ばれる試料。T_c が 3K に enhance されている)

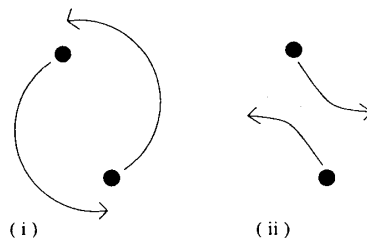


図 1: ホール電場の向きを固定したとすると、ある特定のカイラリティーをもった準粒子対が生成される。

を用い、そこにゼロ磁場で電流を流してホール電圧を測定した結果、転移温度以下でホール電圧が測定されたという報告がなされている [7]。

また、カイラル超伝導の渦糸を考える。渦糸の芯の回りには渦状に電流が流れている。カイラル状態の場合この電流に対してホール電場が生ずる。その結果、芯の回り（磁気侵入長程度の領域内）に電場を伴うことが示される。ここで議論している電場の起源は対のカイラリティーである。ところで、秩序変数の空間変化により芯に電荷がたまる現象も知られており [8]、電場が生じる。ここで、これら 2 つの電場は大きく異なる性質を持つ。秩序変数の空間変化による電場の向きは磁場の向きをかえても変わらないが、カイラリティーからくる電場は向きが変わる。この性質を用いることにより、実験的に 2 つの電場を区別し得ると考えられる。その他、カイラル状態の渦糸の特徴として、分数角運動量を持ち、その結果分数統計性をもつ可能性が指摘されている。 [9]

以上、カイラル超伝導体の電磁気現象について議論してきたが、最後にカイラル状態の安定性について議論する。4 回対称性をもつ擬 2 次元の p -波超伝導では表 1 に示された 6 つの状態が許されることを述べたが、これらはスピン軌道相互作用を無視した場合 [10]、BCS の弱結合理論のもとではすべて同じ凝縮エネルギーを持つ（すなはち、すべてフェルミ面上でフルにギャップが開いている）。そこで feedback 効果を考えることにより縮退が解かれ、カイラル状態が安定化されることを考える。feedback 効果とは、超伝導状態からくる繰り込みの効果からくる、正常状態の対形成相互作用に対する補正、あるいは新しい対形成相互作用の生成のことをさす。繰り込まれた相互作用、あるいは新しく生成された相互作用を用いて凝縮エネルギーを計算することにより縮退が解かれることが期待される。従来はスピン揺らぎによる feedback 効果が超流動 $^3\text{He-A}$ 相の安定化の機構として議論された。 [11] ここでは、対のカイラリティーからくる feedback 効果がカイラル状態自身を安定化する機構を議論する。先述のとおり、カイラル状態ではチャーンサイモン項に似た項が生成され、ホール現象が生ずる。ここで 2 つの準粒子が相対的に近づくつある状況を考える。片方の運動により電流が生じ、ホール電場が生ずる。ホール電場をもう片方の準粒子が感じ、電場の向きによって特定のカイラリティーを持つような準粒子対が新たに生じる（図 1）。すなはち新たに対形成相互作用がカイラル状態の feedback により生成されているといえる。このとき、元々の超伝導状態のカイラリティと、新たに生ずる準粒子対のカイラリティーが一致することが示される。このことは新しい相互作用が凝縮エネルギーを稼ぐことを直接計算することにより示される。この機構はカイラル状態以外の状態には働かない、すなはち縮退が解かれてカイラル状態が安定化されていることを示している。詳細は文献 [12] に譲る。

謝辞

古崎昭氏、石川健三氏、前田展希氏、前野悦輝氏、森成隆夫氏、そしてシグリスト マンフレッド氏に厚く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] Y. Maeno *et. al*, Nature **372** 532 (1994).
- [2] T. M. Rice and M. Sigrist, J. Phys. C. **7** L643 (1995).
- [3] K. Ishida *et. al*, Nature **396** 658 (1998).
- [4] G. M. Luke *et. al*, Nature **394** 558 (1998).
- [5] 例えば、N. Imai, *et. al*, Phys. Rev. B **42**, 10610 (1990). A.W.W.Ludwig *et. al*, Phys. Rev. B **50**, 7526 (1994).
- [6] J. Goryo and K. Ishikawa, Phys. Lett. A **246** 549 (1998), J. Phys. Soc. Jpn. **67** 3006 (1998), Phys. Lett. A **260** 294 (1999).
- [7] 出口和彦他、「超伝導体 Sr_2RuO_4 におけるゼロ磁場 Hall 効果の探索」2000年春の分科会（関西大）。
- [8] 例えば、A. van Otterlo, *et. al* Phys. Rev. Lett. **75**, 3736 (1995).
- [9] J. Goryo, Phys. Rev. B **61** 4222 (2000).
- [10] K. K. Ng and M. Sigrist, Europhys. Lett. **49**, 473 (2000).
- [11] P. W. Anderson and W. F. Brinkman, Phys. Rev. Lett. **30**, 1108 (1973); W. F. Brinkman, J. W. Serene and P. W. Anderson, Phys. Rev. A **10**, 2386 (1974). Y. Kuroda, Prog. Theor. Phys. **51**, 1269 (1974), *ibid* **53**, 349 (1975). Sr_2RuO_4 でもスピン揺らぎの feedback 効果によってカイラル状態が安定化されることが示されている。M. Sigrist *et. al.*, Physica C **317-318**, 134 (1999).
- [12] J. Goryo and M. Sigrist, J. Phys. C, **12** L599 (2000).