

イベントジェネレーター URASiMA を用いた 輸送係数の計算

広島大学 理学部	佐々木信夫
広島大学 理学部	宮村 修
徳山女子短期大学	室谷 心
広島大学 理学部	野中千穂

我々はマルチチェインモデルに基づく相対論的なイベントジェネレーター URASiMA を改良し、ハドロン相互作用のエネルギースケールの範囲で詳細平衡を満足させることに成功した。箱に入れ周期的境界条件を課した系に対して、このイベントジェネレーターを用いて分子動力学的な計算を行うことによって、有限温度・有限密度のハドロン物質の様々な統計力学的性質を調べることが可能となる。本論文では、輸送係数の計算例としてバリオン数の拡散係数を議論する。

1 イントロダクション

高温・高密度のハドロン物質の統計力学的な性質は、相対論的高エネルギー重イオン反応を理解するための重要なポイントであると考えられている [1]。また、宇宙論においても、ハドロン物質の熱力学的性質や輸送係数といった量は、初期における宇宙進化の様子や元素合成の問題を左右する重要な要因であると考えられている。しかしながらハドロン間の支配的な力である強い相互作用は摂動論では扱うことができず、高温・高密度のハドロン物質の統計力学的な性質の解明は非常に難しい問題である。

我々は箱に入れて周期的境界条件を課したハドロンの系に対して、原子核散乱のイベントジェネレーターを適用して統計力学を研究することを試みている。ここでは統計力学的なアンサンブルの作り方と、最近行ったバリオン数拡散係数の計算を報告する [2]。

2 URASiMA による統計力学アンサンブルの生成

URASiMA(Ultra-Relativistic AA collision Simulator based on Multiple Scattering Algorithm) はハドロンのマルチチェインモデルを基本とする相対論的原子核

衝突のイベントジェネレーターである [3]。モデルの基本的なインプットパラメータはハドロン同士の 2 体衝突のパラメーターであり、ハドロンハドロン散乱の実験結果を使ってチューニングを行う。このチューニングの後に URASiMA を原子核原子核散乱 (ハドロンの多体系) に適用して、実験に対する非自明な予言や解析を行うのがイベントジェネレーターとしての本来の目的である。Figures. 1, 2 から、URASiMA が AGS における実験を大局的に良く再現していることがわかる。

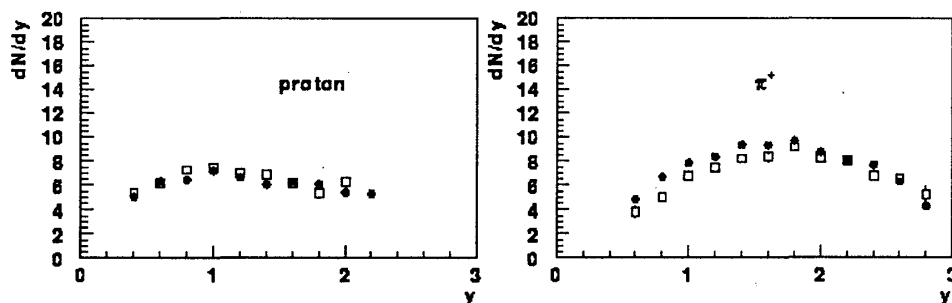


Fig. 1. Rapidity distribution of proton (left) and π (right) for 14.6 GeV/nucleon S + Al central collisions by E802 collaboration. Squares stand for our results and filled circles for experimental results, respectively.

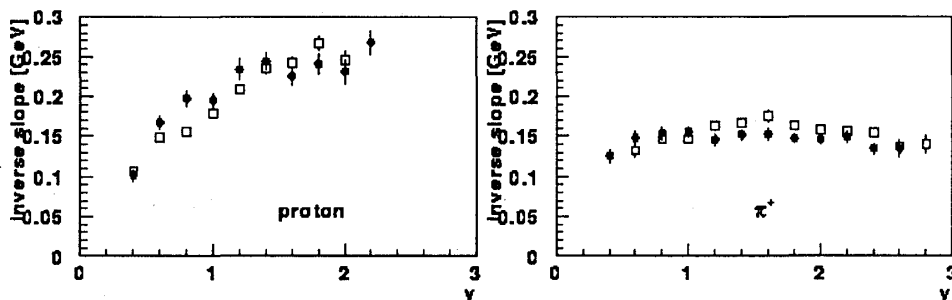


Fig2. . Inverse slope of transverse momentum distributions of proton (left) and π (right) for 14.6 GeV/nucleon S + Al central collisions by E802 collaboration. Squares stands for the simulation, and filled circles for experimental data, respectively.

散乱実験の解析においては、系が急激に膨張するために多体の直接反応はほとんど寄与しないと考えられており、もともとの URASiMA には、2 体反応 (2 体 \rightarrow 2 体)、崩壊過程 (1 体 \rightarrow 2 体)、吸収過程 (2 体 \rightarrow 1 体)、多重発生 (2 体 \rightarrow 3 体以上) の過程は含まれているが、多体直接反応の過程¹は含まれていない。このために、URASiMA で記述される系は詳細平衡が成り立たず、箱に入れた系にそのまま適用すると、系に注入されたエネルギーは熱になるよりも粒子生成に使われる傾向が強く現れる [4, 5]。我々は多重発生とその逆過程の一部を、共鳴を通過する描像で扱うように URASiMA の改良を行った。これによってハドロンスケールでの詳細平衡が再現され、高温高密度ハドロンの平衡系を実現できるようになった。

¹ここで特に問題なのは、3 体以上が入射して 2 体が出て行くといった、多重発生の逆過程である

統計力学的なアンサンブルを作るために、系を箱に入れて周期的な境界条件を課した。初期状態は位相空間上で一様なバリオンのみ分布で与え、URASiMAを用いて系を時間発展させた。その際、箱の中の全エネルギーと全バリオン数はもちろん保存量である。初期状態はバリオンだけであるが、散乱によって多くのメソンが生成される。統計力学で良く行われている分子動力学的なシミュレーションと類似の計算ではあるが、ここでは相対論的な系であり、共鳴(不安定粒子)、吸収、粒子生成が起こり、定常状態の存在自体が決して自明のことではない。系の時間発展を追っていくと、だいたい 100fm/c を過ぎたあたりで、系はほぼ定常的な状態になる。

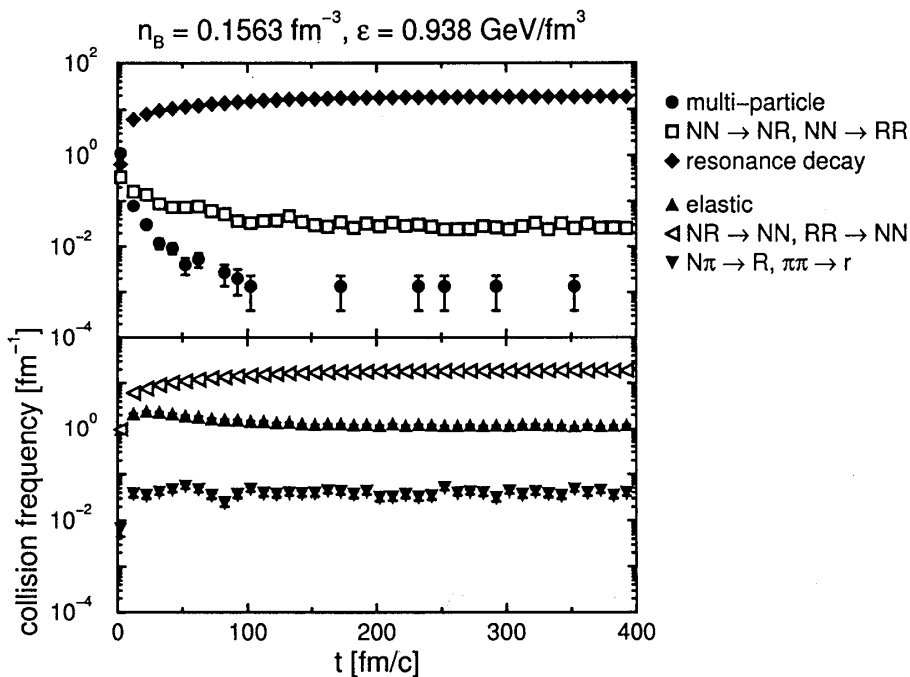


Fig. 3. The time evolution of the collision frequencies of various types of collisions, i.e., 2-body collisions, decays and multi-particle productions. Here R stands for baryonic resonances, and r stand for mesonic resonances. Results for $n_B = 0.1563 \text{ fm}^{-3}$ and $\epsilon_{tot} = 0.938 \text{ GeV}/\text{fm}^3$.

Figure 3 はいろいろなタイプの相互作用の頻度を示しており、現在の URASiMA で唯一逆過程が含まれていない多重発生 (Multi-particle) はごく初期においてのみ重要であることがわかる。系が“熱”平衡に達したことを確認するために、粒子のエネルギー分布を計算し、Boltzmann 分布

$$\frac{dN}{d^3\vec{p}} = C \exp(-\beta E(p)).$$

でフィットを行ったところ、すべての粒子のスロープパラメーター β^{-1} は統計の精度の範囲で共通の値となっていた (Fig. 4)。このことから我々は、系は“熱”平衡に達したと考えこの β^{-1} を系の温度と見なすことにした。

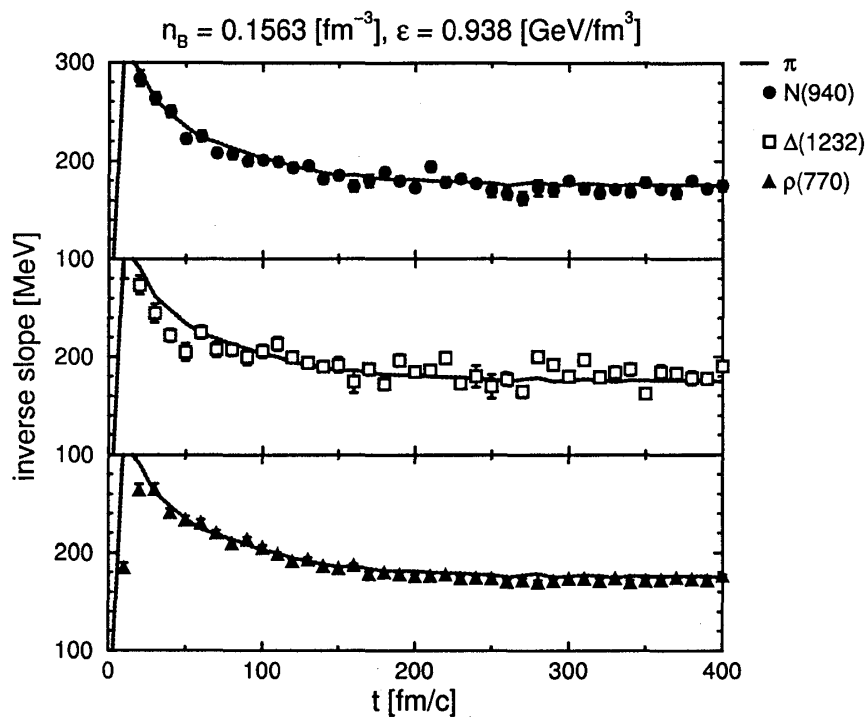


Fig. 4. The time evolution of the inverse slopes β^{-1} of N_{938} , Δ_{1232} , ρ_{770} and π at $n_B = 0.1563 \text{ fm}^{-3}$ and $\epsilon_{tot} = 0.938 \text{ GeV/fm}^3$. The dotted line stands for the β^{-1} of π .

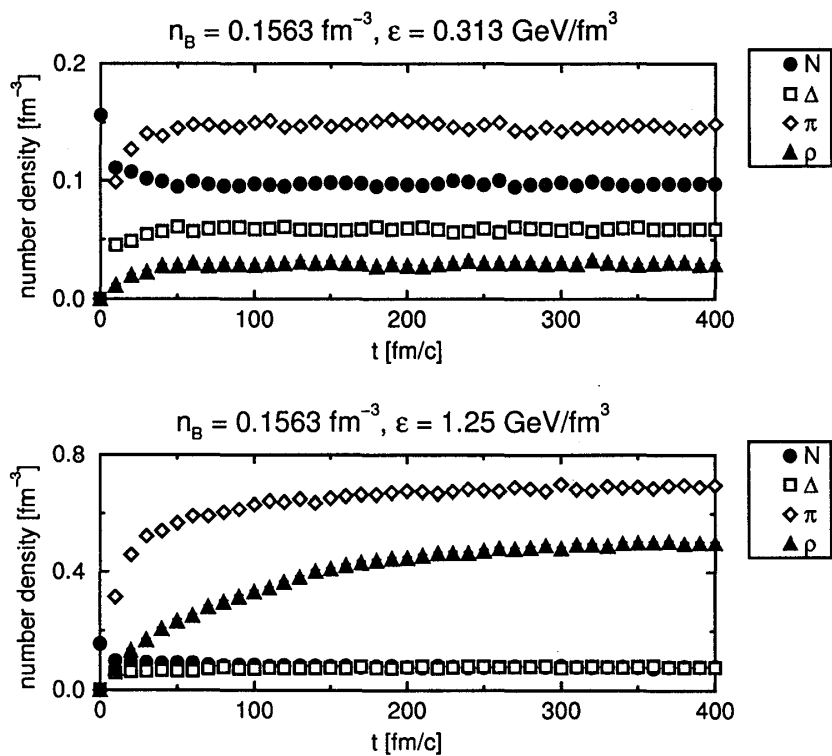


Fig. 5. The time evolution of number densities: (a) $\epsilon_{tot} = 0.313 \text{ [GeV/fm}^3]$ and (b) $\epsilon_{tot} = 1.25 \text{ [GeV/fm}^3]$.

Figure 5 に見るように、粒子数の変化も $t=150 \text{ fm}/c$ 程度から定常的になっていることから、系の化学平衡も成立していると思なして良いであろう²。

箱の中のバリオン数とエネルギーを同じにして URASiMA を多数回走らせ、平衡に達したと思なせる $t=150 \text{ fm}/c$ 以後の状態を記録することによって、我々は有限温度・有限バリオン密度のハドロン多体状態の統計的アンサンブルを構成した。このアンサンブルを用いて平均を取ることにによって、状態方程式をはじめ様々な統計力学量の計算を行うことができる [6]。

3 拡散係数

久保の線形応答理論によれば、current の相関から、第一種の揺動散逸定理によって系のアドミッタンスが得られる [7]。我々は、輸送係数の計算の最も簡単な例としてここではバリオン数拡散係数を計算した。拡散係数 D は current(この場合は速度) 相関、

$$D = \int_0^\infty \frac{1}{3} \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t+t') \rangle dt'. \quad (1)$$

によって与えられる。ここで $\langle \dots \rangle$ は前章で求めたアンサンブルによる平均である。この積分が実際に収束するかどうかといった難しい問題も知られているが、もし相関が τ を緩和時間として、指数関数的に

$$\langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t+t') \rangle \propto \exp\left(-\frac{t'}{\tau}\right), \quad (2)$$

で減少していれば、拡散係数は簡単に

$$D = \frac{1}{3} \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t) \rangle \tau. \quad (3)$$

で与えられる。URASiMA で記述される系は相対論的なので、ここでは速度として $\beta = \frac{\mathbf{v}}{c} = \frac{\mathbf{p}}{E}$ を用いた。Figure 6 が示すように、我々の計算では相関はきれいな指数関数的減衰をしめす。したがって拡散係数は

$$D = \frac{1}{3} \int_0^\infty \langle \beta(t) \cdot \beta(t+t') \rangle dt' c^2. \quad (4)$$

$$= \frac{1}{3} \langle \beta(t) \cdot \beta(t) \rangle c^2 \tau. \quad (5)$$

$$= \frac{1}{3} \left\langle \left(\frac{\mathbf{p}(t)}{E(t)} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{p}(t)}{E(t)} \right) \right\rangle c^2 \tau \quad (6)$$

によって得られる。ここで c は光速である。

²メソンはバリオン数を持たないため、ここでの“化学平衡”はバリオン数の化学ポテンシャルの議論とは別のものである

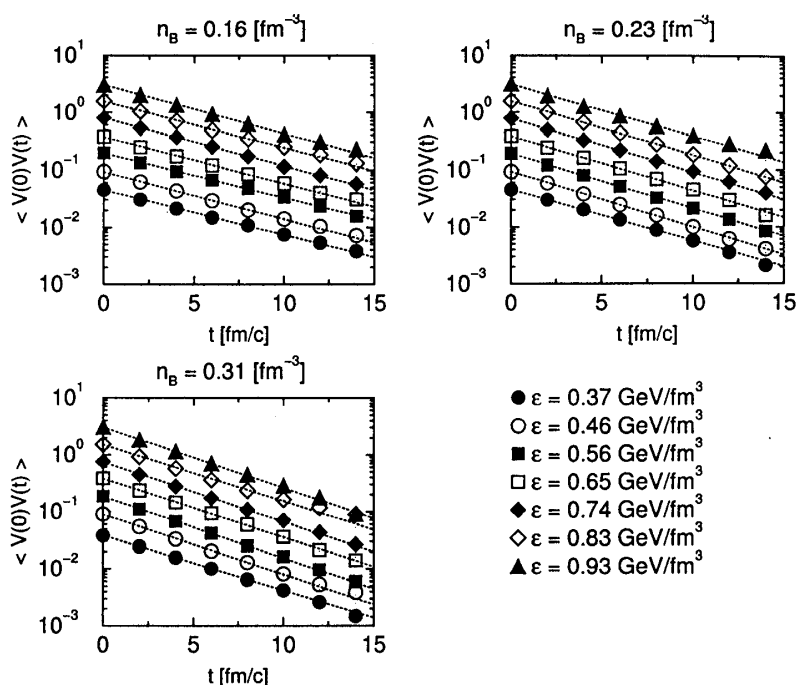


Fig. 6. Velocity correlation of the baryons as a function of time. Lines correspond to the fitted results by exponential function. Normalizations of the data are arbitrary.

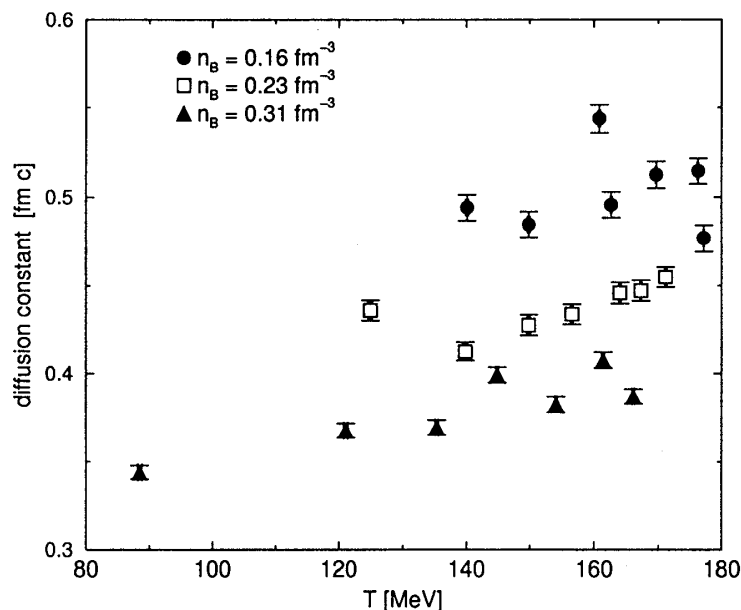


Fig. 7. Baryon diffusion constant as a function of temperature.

Figure 7 が得られたバリオン数拡散係数の温度・密度依存性である。我々の計算結果によれば、バリオン数拡散係数はバリオン密度に対する依存性ははっきりしているのに対して、温度に対する依存性は比較的弱い。これは、バリオンのランダムウォークにおいては、バリオン同士の散乱がメソンとの散乱よりも大きく影響することを意味し、この意味で、我々が調べた状態は高バリオン数密度の領域であったといえる。バリオン数密度依存な拡散係数は、非線型の拡散現象を意

味している。宇宙論の元素合成の問題で重要なのは、陽子と中性子の拡散係数の差であって我々が求めたバリオン数拡散係数そのものではない[8]。しかしながら、両者の拡散係数を評価する際に、何らかの制限を与える可能性はあるであろう。

4 まとめ

我々は原子核散乱のイベントジェネレーター URASiMA を、ハドロンエネルギーの領域だけではあるが、詳細釣り合いが成り立つように改良した。この URASiMA を箱に入った系に対して適用することによって、統計力学的なアンサンブルを生成した。イベントジェネレーターによる時間発展は、エネルギーとバリオン数を保存するミクロカノニカル的なものであるが、100 ~ 150fm/c 程度経った後の系を見る限り熱平衡の成り立ったカノニカルアンサンブルとみなせ、我々はエネルギースペクトラムの分布から、アンサンブルの“温度”を数値的に測定した。

こうして選ばれた、アンサンブルから、状態方程式を初めとするさまざまな統計力学的な量を計算することができる[6]。ここでは、最も簡単な輸送係数の例として、バリオン数拡散係数を計算した。粘性係数などの流体方程式に含まれる輸送係数なども、線形応答の範囲では基本的には同じ表式で計算することができる。この意味で拡散係数の計算は非平衡系の物理の入り口である。実際我々が求めたバリオン数拡散係数から、教科書に載っている処方箋によってバリオン伝導率

$$\sigma_B = \frac{n_B}{k_B T} D, \quad (7)$$

が求まり、もし必要ならば、バリオン回路によるジュール熱(エントロピー生成)を議論することも可能である[9]。

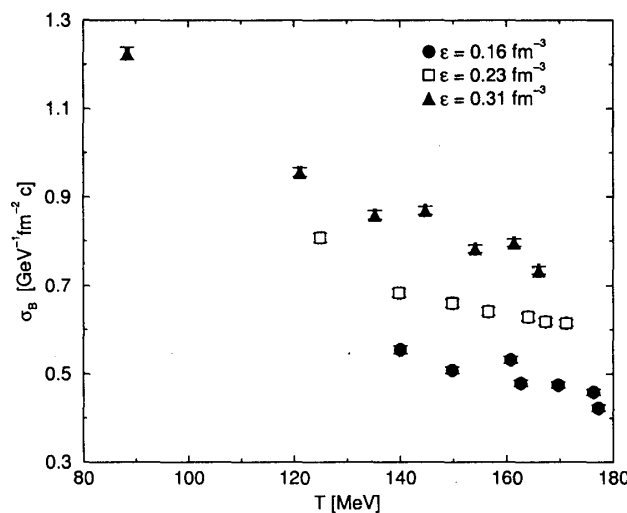


Fig. 8. Baryon number charge conductivity as a function of temperature.

現在、より実用的な輸送係数として、相対論的ナビエ・ストークス方程式に表れる熱伝導率や粘性係数の計算を進めている。

謝辞

有益なコメントを下された、国広悌二教授、並木美喜雄教授に感謝します。

参考文献

- [1] For example, see the proceedings of Quark Matter '97, Nucl. Phys., **A638**(1998)1c.
- [2] N. Sasaki, O. Miyamura, S. Muroya and C. Nonaka, nucl-th/0001013, TWC-00-1.
- [3] S. Daté, K. Kumagai, O. Miyamura, H. Sumiyoshi and X. Z. Zhang, JPSJ **64**(1995)766.
- [4] N. Sasaki and O. Miyamura, Prog. Theor. Phys. Suppl. **129**(1997)39.
- [5] S. A. Bass et al., Prog. Part. Nucl. Phys. **41**(1998)225; M. Belkacem et al., Phys. Rev. **C58**(1998)1727.
- [6] N. Sasaki, in preparation.
- [7] R. Kubo, Reports on Progress in Physics **29**Part I (1966)255.
- [8] I. S. Suh and G. J. Mathews, Phys. Rev. **D58**(1998) 3002.
- [9] M. Toda, R. Kubo and N. Saito, *Statistical Physics I*, (Springer-Verlag, Berlin, 1992); R. Kubo, M. Toda and N. Hashitsume, *Statistical Physics II*, (Springer-Verlag, Berlin, 1991).