

# 非中性プラズマを用いた2次元渦運動の実験的研究

京都大学 人間・環境学研究科 三瓶明希夫<sup>1</sup>

一様磁場中の純電子プラズマの guiding center の二次元運動は理想流体とみなす事ができ、electron column は渦とみなす事ができる。二次元理想流体の渦運動の特質の多くが Malmberg Trap に閉じ込められた純電子プラズマを用いて実験的に検討されてきた。とくに vortex patch の相互作用は広く研究されてきた論題である。滑らかな円筒壁に囲まれた離散的な渦系群の運動は力学的な運動方程式で表されることがよく知られている。[2] しかし、背景渦中に置かれた渦糸の挙動は真空中のそれとは著しく違ったものとなる。近年、二次元乱流が秩序的な渦構造に緩和する過程で、背景渦が重要な役割を負っている事が指摘された。[3] また背景渦の存在によって、離れた2本の渦糸が急速に近づき、合体するという実験結果も在る。[4]

本研究では、背景渦中の渦糸の発展の素過程として、背景渦と1本の渦糸の相互作用について実験を行い、その物理的な機構を解明した。[5]

さらに、背景渦中の渦糸の発展中に生じる多様な構造変化の中から ring hole 構造に注目し、解析を行った。[6]

尚、渦糸は通常半径のない状態として定義されるが、本論文では有限の半径をもつ細い渦を、便宜上渦糸と呼ぶことにする。

## 1 序論

### 1.1 2D-Euler 流体との等価性

一様な強磁場と電位の谷の間に捕らえられた電子の集団は磁力線に沿って往復運動をしつつ、柱状の分布を作る。磁場方向には一様な運動が保証されると、電子の柱状分布の運動は磁場に垂直な二次元の面内に限られる。

荷電粒子の電荷を  $q$ 、質量を  $m$  とする。荷電粒子の非相対論的運動方程式は

$$m \frac{dv}{dt} = qv_{\perp} \times B + F \quad (1)$$

と表す事ができる。ここで  $B$  は磁場、 $F$  は外力である。外力のないとき、粒子は円運動を行い、その角速度は  $\omega_c = qB/m$  と表される。円運動の半径は  $r_L = v_{\perp}/|\omega_c|$  と評価され Larmor 半径と呼ばれている。磁場が強くて Larmor 半径が磁場の空間変化の代表長さよりも十分小さい場合は

<sup>1</sup>E-mail: n50117@sakura.kudpc.kyoto-u.ac.jp

粒子の運動を、速い回転運動 (gyromotion) と回転中心 (案内中心 guiding center) のゆっくりしたドリフト運動に分離することができる。すなわち

$$\mathbf{v} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \text{gyromotion} + (\text{guiding-center drift}) \quad (2)$$

ここで案内中心のドリフト速度は  $\mathbf{u}_D = \mathbf{F} \times \mathbf{B} / qB^2$  と表すことができる。Larmor 半径が密度分布に比べて充分小さければ、電子の位置を案内中心で置換えることができる。[7] 負電荷を持つ電子の分布により静電場  $E(x, y) = -\nabla\phi(x, y)$  が発生する。電場が存在する場合は  $\mathbf{F} = qE$  であるから、電荷の符号に関わらず  $\mathbf{u}_D = E \times \mathbf{B} / B^2$  となる。

案内中心の速度を電位  $\phi$  で表わすと、 $\mathbf{v}_d = \hat{z} \times \nabla\phi / B_0$  である。すなわち電子は等電位面に沿って動く。流体力学における流れ関数  $\psi$  は流れの速度  $\mathbf{v}$  と  $\mathbf{v} = \hat{z} \times \nabla\psi$  の関係にあるから、 $\mathbf{v}_d$  の局所平均をとると、 $\psi = \phi / B_0$  の関係にある。また  $\nabla \cdot \mathbf{v}_d = 0$  となるから電子群の流れは非圧縮性である。

一方渦度は  $\zeta = \zeta \hat{z} = \nabla \times \mathbf{v}_d = \hat{z} \nabla^2 \phi / B_0$  であるから、ポアソンの式を適用すると、 $\zeta = en / \epsilon_0 B_0$  となり、渦度は電子の密度  $n$  を磁場強度で割った量に比例する。つまり電子の密度分布は渦度分布と等価であるとみなせ、長さが  $L$  の細長い密度分布は渦糸とみなすことができる。電子数を  $N_v$  とすると、循環  $\Gamma_v$  は次のように評価することができる。

$$\Gamma_v = \int_S dx dy \zeta(x, y) = \frac{eN_v}{\epsilon_0 B_0 L} \quad (3)$$

電子プラズマの閉込められた空間では電子には生成・消滅が無いから、その密度  $n$  は連続の式を満たす。これに定数  $e / \epsilon_0 B_0$  を掛けると、渦度  $\zeta$  も連続の式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla \zeta = \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (4)$$

を満たすことになる。電子プラズマの案内中心を構成要素とする系は渦運動に関しては、散逸の無い流体系と同じ形の方程式系を作る。

## 2 実験方法

### 2.1 実験概要

Malmberg Trap [1] 中に様々な分布を持つ背景渦を生成した。その中に強度を変化させた一本の渦糸を入射し、その時間発展を計測することで、背景渦中の渦糸の運動、及び励起される構造について調べた。

### 2.2 実験装置

本実験は図 2.1 のように円筒形の導体壁に囲まれた真空の空間に電子ビームを閉じ込める事で行った。電子プラズマを閉じ込める真空容器は直径 64mm、長さ 356mm の円筒形である。真空容器内はターボ分子ポンプとロータリーポンプによって  $1.0 \times 10^{-8}$  torr 程度の真空度に引かれている。

真空容器にはアルミ製の長さ 24mm の円筒電極を 11 個, ground にして取り付けられている。さらに軸方向の閉じ込めを行う為に, 長さ 54mm の円筒電極を両端に取り付け, -80V の電位をかけてある。半径方向の閉じ込めは, 容器の外側にあるコイルで一様磁場を軸方向に生成することによって行う。磁場の強さは閉じ込め領域で 0.048T であり, Larmor 半径は  $7 \times 10^{-2}$ mm である。

真空容器の一端には, 電子を放出するための電子ビーム源として, タングステンのカソードを 19 個並べてある。それぞれのカソードから一度に放出される電子数は, 個々にかかる電圧を独立に操作することで,  $\sim 10^7$  個程度の値から任意に選択する事が可能である。このことを利用して様々な放出分布のパターンを作ることができる。

### 2.2.1 渦糸の作り方

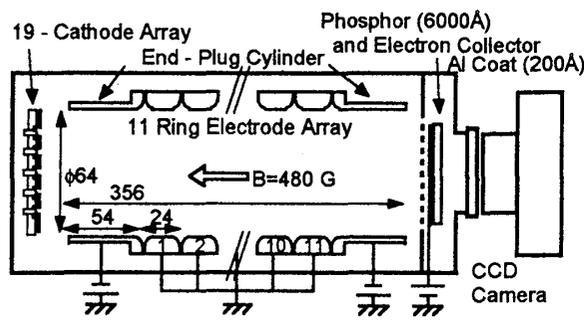
渦糸の生成時は, 瞬間的に入射側の電位障壁を浅くし, 同時にカソード電位をそれより深く下げる事により, 電子ビームを導入する。電子密度分布  $n$  の  $1/e$  半径が 0.3mm 程度長さ  $L$  が 220mm 程度, 1 本の渦糸に含まれる電子数  $N_v$  が  $10^7$  程度 (従って循環  $\Gamma \approx 16\text{m}^2/\text{sec}$ , 渦度  $\zeta \approx 6 \times 10^7 \text{sec}^{-1}$ ) の渦糸を最大 19 本まで初期条件として形成する事が可能である。個々の渦糸の初期特性は外部から電氣的に設定可能である。電位障壁を元に戻すと, 渦糸の両端は電位的に押返されるため, 宙に浮いた状態になる。この様にして閉じ込めた系は, 外部から課された静的な電磁場の中で電子間の相互作用が孤立して進展することになる。この時間的发展を観測するには, 電子源とは反対側の電位障壁を瞬間的にはずして, 電子を磁力線に沿って取り出し, その 2 次元分布を下に述べる方法で計測する。この操作を真空状態から始めて繰り返すことで, 独立した渦糸間の相互作用の実験を行う。

### 2.2.2 背景渦の作り方

背景渦は複数の渦糸を混合し, 緩和することで生成する。渦糸が混合して連続的な空間分布を形成するまでの時間は, 初期分布に依存するが, 1-10ms である。抽出無しに渦糸の入射と保持のサイクルを繰り返して, 合計 1000 本程度の渦糸を混合すると, おおよそ 1 秒ほどで中心軸上で最大密度を持ち有限の広がりを持つ安定な密度分布が形成される。渦糸の入射の際にはパルスジェネレーターを用いて, 10-250 本程度の渦糸を短時間に導入する。初期入射パルス数及び使用するカソード, 緩和時間等を変えることにより, 密度分布を変化させることが可能である。ここで電位障壁を瞬間的に浅くすると, 中心部の電子が流出してへこんだ形の密度分布を作ることにもできる。背景渦の総電子数  $N_b$  は最大で  $\sim 10^9$  (従って循環  $\Gamma \approx 1.6 \times 10^3 \text{m}^2/\text{sec}$ ) 程度であるが, 密度は低く渦糸の 10-100 分の 1 程度である。このように色々な形の連続渦度分布を生成した後, 改めてその中に渦糸を追加して, 背景渦の中での渦糸の運動として追跡する。

### 2.2.3 計測系

計測は次のように行う。現象は 3 次元空間の中で進行するが, 磁場方向の一様性が確保できれば二次元の容器断面内の分布に単純化して考えることができる。計測には  $512 \times 512$  画素の CCD



19 - Cathode Array

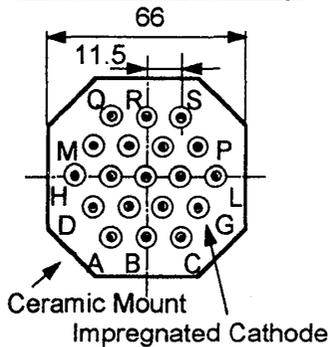


図2.1 実験装置及びカソードの模式図

カメラを用いる。計測したい瞬間に、電子ビームを導入したのとは反対側の電位障壁を除去し、電子を磁力線に沿って取出す。これを電氣的に加速して蛍光面に衝突させる事で、電子密度を発光強度分布に変換する。すなわち、磁力線に沿って線積分された二次元分布として電子の空間分布の情報が得られる。この変換の過程の中で比例関係が成立てば、数値化された画像データから電子の密度分布を評価することができる。本実験では  $2 \times 2$  binning を掛けることで、空間分解能は  $0.146\text{mm}$ 、感度は 1pixel 値につき電子約 15 個である。真空容器の一端、電子源とは反対側に、計測用の蛍光面が設置してある。蛍光面の捕集面側には  $20\text{nm}$  厚のアルミニウム膜を蒸着しており、 $4\text{kV}$  以上に加速された電子はこの膜を通り抜けることができる。本実験では、 $7.5\text{kV}$  で電子を加速している。この裏にはガラス面をベースとして CCD の量子変換効率が最も高い赤色を発光する蛍光剤が塗布してある。 $7.5\text{kV}$  で加速した電子は、ここで発光に寄与した後アルミ膜に吸収される。この電流を計測すれば捕集された全電子数を評価することができる。発光分布は真空窓を透過したあと大気中におかれた CCD カメラで検出・記録する。電子の総電荷量と発光強度分布を蛍光面で積分した値の間には広い範囲で比例関係が成立つことを実験的に確認している。この関係を利用すると密度  $n(x, y, t)$  や渦度  $\zeta(x, y, t)$  の絶対計測が容易に実行できる。この計測法を用いれば、電子を抽出した時刻における密度の二次元分布を詳細に知ることができる。

流れ関数はポテンシャル分布と一致するから、この対応関係より電磁氣的な導出が可能となる。密度分布は実験的に決定できるから、それを基に電位分布を計算することができる。そこから渦系の挙動及び背景渦の構造変化などに関して、速度場の観点から考察することができる。 [8]

最後に代表的な実験パラメータを挙げておく。

また図 2.2 に実験のシーケンスを示してある。

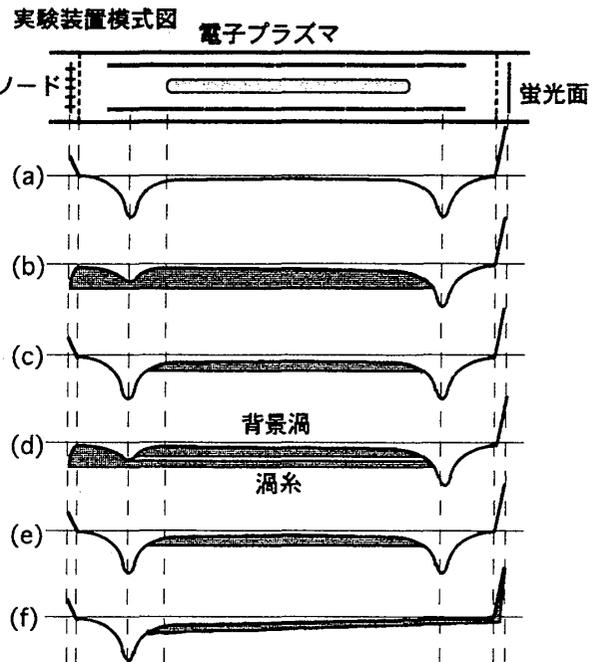


図2.2 実験シーケンス：各操作における真空容器各部位の電位変化。(a)プラズマ入射前の電位(b)電子を入射してプラズマを形成(c)プラズマを閉じ込めて緩和させる背景渦中に渦系を入射(e)任意の時間プラズマを閉じ込める(f)蛍光面へとプラズマを排出する

真空度	$\leq 1 \times 10^{-8}$ torr
磁場強度 B	0.048 T
真空容器の直径	64 mm
プラズマの長さ	220 mm
閉じ込め時間	14 sec
総電子数	$10^9$
電子密度	$10^{14} \text{ m}^{-3}$
Larmor 半径	$7 \times 10^{-2}$ mm

### 3 渦糸の挙動に関する検討

#### 3.1 背景渦中の渦糸の運動<sup>[5]</sup>

広がりを持った安定な渦度分布を1-2秒かけて形成し、その中に渦糸を入射して、その時間発展を観察した。初期状態から発展する渦度分布の時間的変化の例を図3.1に示す。このとき電子数は  $N_b = 1.9 \times 10^8, N_v = 1.2 \times 10^7$  である。渦度の高さを色で示してあり、黒い点が渦糸に対応している。初め背景渦は山型の密度分布をもっており、その周辺部に渦糸を入射した。上段左上の数字は画像の時刻を表し、単位は  $\mu\text{sec}$  である。画像は一辺が 30.7mm に対応している。本実験を通して、渦糸の入射時刻は  $t=10 \mu\text{sec}$  であるが、電子ビーム源から渦糸が遊離する時刻は 15~20  $\mu\text{sec}$  となっている。渦度全体を示した上段の画像からは、渦糸は約16倍の循環をもつ背景渦の速度場の中で周方向に回転しつつ、背景の渦度分布の勾配を登り、中心に向うことが観測される。背景渦の中心に渦糸が到達する事を、背景渦と渦糸の合一と見なし merging と呼ぶことがある。この現象は真空中の渦糸には見られないものである。下段の画像については後述する。

半径方向に動く渦糸の、背景渦度分布に対する依存性を調べる為に、以下の形式でのプロットを示す。入射する渦糸の循環  $\Gamma_v$  を固定して、背景渦度の分布を図3.2(a)の様に変化させる。この図は横軸を背景渦の中心からの距離として、縦軸は電子密度を周方向に積分して平均をとったものである。この時渦糸の入射に使ったカソードはFである。(図2.1参照) 渦糸の重心から渦糸ま

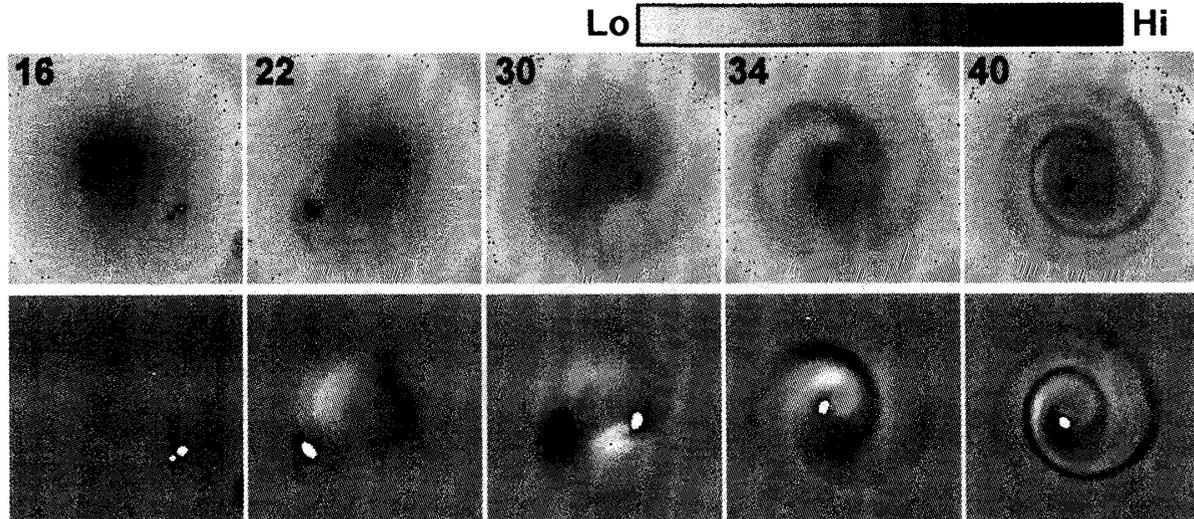


図3.1 背景渦中の渦糸の運動の時間変化：上段は渦度を、下段は背景渦の摂動分を表す。上段左上の数字は時刻を表している。

での距離を時間の関数としてプロットしたものが図 3.2(b) である。図 3.2(b) 中の記号は各々図 3.2(a) 中のどの背景渦に入射したかを表している。○は真空中に入射した場合であり、円筒容器の中心の周りを円運動している。背景渦が山型の密度分布をもつ△及び□に入射した場合は、渦糸は背景渦の中心に向かって進む。また、背景渦の勾配が大きい△の場合の方が、渦糸の径方向の速度が大きい。渦糸の径方向の速度は、背景分布の勾配とともに増加する傾向にある。更に、リング状の背景分布●のへこんだ位置に渦糸を置くと、渦糸は外側に位置するリングの尾根に向かって移動する。この場合は背景渦自身の不安定振動に渦糸の運動による場の振動が加わるため、観測される渦運動はかなり複雑なものとなる。以上のことから、渦糸は背景渦の勾配を登るといふ一般的特性が確認された。

ここでリング状の背景分布が不安定な理由について触れておく。円周方向への回転角速度が半径方向に極大値を持つと、その両側にあるズレを持つ流れの間に集団的相互作用が生じて、渦度のリング分布は振動を始める。これは流体力学では Kelvin-Helmholtz 不安定と呼ばれ、非中性プラズマ物理学では Diocotron 不安定と呼ばれる現象である。 [9]

更に半径方向に動く渦糸の、 $\Gamma_v$  に対する依存性を調べる為に、以下の形式でのプロットを示す。背景渦の初期分布は図 3.3(a) の形に固定して、矢印を初期位置とする渦糸の循環 $\Gamma_v$  ( $\propto N_v$ ) を変えた場合の、背景渦の中心から渦糸までの距離を時間の関数としてプロットした。(図 3.3(b)) このとき入射時刻は  $t=10 \mu\text{sec}$  であったが、電子ビーム源から渦糸が遊離した時刻は  $15 \mu\text{sec}$  であった。明らかに、渦糸の径方向の速さは $\Gamma_v$ の増加関数である。図 3.2(b),3.3(b) 中の曲線は線形理論 [10] からの計算結果である。

以上の実験結果から、以下の様な特性が明らかとなった。

1. 渦糸は背景渦の密度勾配を登る
2. 渦糸の径方向の速度は、背景分布の勾配とともに増加する
3. 渦糸の径方向の速度は、 $\Gamma_v$ の増加関数である

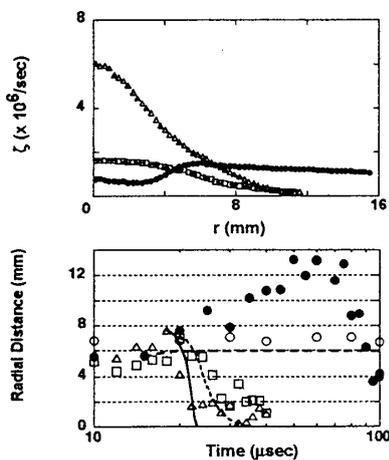


図3.2 : (a)背景渦度分布のprofile.  
(b)背景渦の中心からの渦糸の距離を時間の関数としてプロットしたもの。記号の違いは、入射した背景渦度分布の違いと対応している。

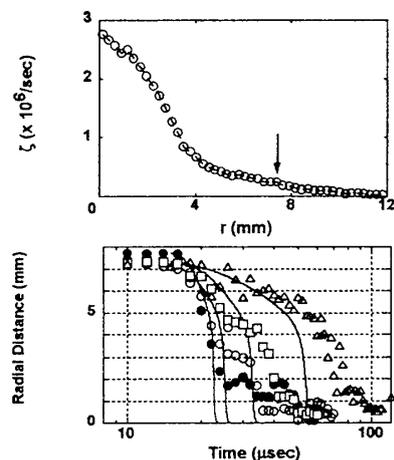


図3.3 : (a)背景渦度分布のprofile.  
(b)背景渦の中心からの渦糸の距離を時間の関数としてプロットしたもの。記号の違いは、入射した背景渦度分布の違いと対応している。

### 3.2 背景渦中の渦糸の挙動の機構に関する考察

実験結果より、渦糸は背景渦の密度勾配を登る事が確認された。ここではその物理機構について検討する。図 3.1 の下段の画像は、上段の画像から渦糸を入射する前の背景渦の分布を差し引いたものである。すなわち背景渦度の変化分  $\delta\zeta_b$  を表している。初期分布が零レベルであり、ここでは灰色で表されている。白色の点は渦糸の存在を示している。下段の図に注目すると、渦糸の進行方向前方の背景渦度にくぼみ  $\delta\zeta_b < 0$  が生じている。渦糸は自身の周りの背景渦度をかき回しながら時計回りに移動する。渦糸自身の自転も時計回りなので、渦糸の進行方向には、半径の大きい位置にある低い渦度が移されることになる。反対に後方には背景渦度の高い領域が移動させられる。この結果渦糸は自身の前後に、それぞれ渦度の低い部分と高い部分を双極子状に形成する。この双極渦は局所的には背景渦の中心に向う速度場を形成する。この速度場により、渦糸とその近傍の粒子は背景渦の勾配を登る向きに運ばれると解釈できる。

また、このように誘起された摂動渦度は長時間存在し続ける。渦糸の通過した跡が螺旋状の溝 (spiral streak) となって図 3.1 の下段に現れる。この航跡に沿って摂動分を見ると、背景渦度の分布は外側で増加し内側で減少している。すなわち  $\delta\zeta_b(r - \delta r) < 0 < \delta\zeta_b(r + \delta r)$ 。背景渦度の初期勾配が、渦糸にかき回される事によって、外側へと広げられているのである。渦度に重心からの距離の二乗を掛けて積分したもの (渦度の慣性モーメント  $P_\theta = \Gamma_v r_v^2 + \Gamma_b \langle r^2 \rangle_b$ ) は保存することが知られている。[2] そこから系全体の慣性モーメントを保存するため、重心までの渦糸の距離が減少するという解釈も成り立つ。

## 4 背景渦中に現れる構造に関する検討<sup>[6]</sup>

### 4.1 Ring Hole 構造

背景渦中の渦糸の挙動についての実験的研究においては、線形理論では説明できない、興味深い現象がいくつか観測できる。その一つとして背景渦中に生じる多様な構造変化が挙げられる。前述の様に、渦糸が背景渦に励起した摂動分布は長時間維持される。この摂動分布構造が渦糸と相互作用を行い、また摂動分布構造同士が作用しあうことで、複雑な構造を形成する。励起された構造の幾つかは安定な配位として長時間存在し得る。顕著な構造の一つとして密度の低い領域、holes の形成が挙げられる。二次元平面では密度の低い領域を渦度分布中の holes と呼ぶ。非中性プラズマでは反対電荷が無い場合、クーロン力の空間的な遮蔽は密度の低下、即ち hole の生成によってのみ成される。観測される holes には2つのタイプがある。1つは密度の薄い部分が patch 状に形成されるもの。もう1つは渦糸の周囲に ring 状に形成されるものである。前者は patched hole、後者は ring hole 構造と我々は名付けている。

このような ring hole 構造は、純電子プラズマにおける Vortex Crystal 形成の統計的アプローチで渦糸の平衡を検討するモデルにおいて導入されている。[11] このモデルにおいて、エントロピーの transport を妨げる障壁になるという事が、ring hole の主要な役割の一つとして挙げられている。Patched hole の生成については、Huang et al の実験 [12] があり、背景渦中での運動については Schecter の理論的検討 [10] がある。holes は渦糸  $s$  に比べて遅く運動するため二次元乱流の

発展を抑える働きがあると指摘されている。本研究ではまず hole の形成の素過程に注目する。密度勾配をもつ背景渦度分布を用いて、詳細な観測を行い、実験に基づいて ring hole 構造生成過程の速度について解析を行った。

#### 4.2 Ring Hole 構造の生成過程

図 4.1 は、山型の密度分布を持つ背景渦を生成し、比較的渦度の低い領域に渦糸を  $t=10 \mu\text{sec}$  に入射して、その時間変化を描いたものである。色が濃い領域程密度が高く、黒点は強い Pointlike Vortex (渦糸) である。電子数はそれぞれ  $N_v = 1.7 \times 10^7, N_b = 9.1 \times 10^7$  であり、背景渦に対する渦糸の循環は 18 % 程度であるが、局所的には渦度は背景渦の約 180 倍である。渦糸は自分の周囲に、背景渦によるものと同じ方向の流れ場を生じる。(20  $\mu\text{sec}$ ) これによって渦糸は背景渦の密度勾配を登り、その際流れ場による摂動分が航跡として観測される。[5] 密度の低い部分を背景渦中に巻き込み、自らの周りに spiral streak をつくる。(70  $\mu\text{sec}$ ) 渦糸周りの流れ場に巻き込まれる事によって、spiral streak の間の距離が縮まってゆく (120  $\mu\text{sec}$ )。spiral streak は reconnection を起こし (180  $\mu\text{sec}$ )、背景渦中に引き込まれた negative-vorticity region は、渦糸周りに ring hole を形成する (5 msec)。一度形成された ring hole 構造は安定であり、渦糸と同じくらい長命である。(500 msec) この形成過程を鑑みて、ring hole 構造形成過程の速度については、reconnection までの時間を考慮するのが適当と思われる。

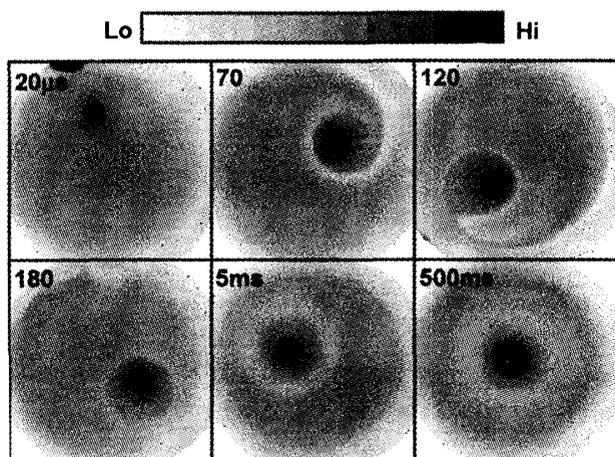


図 4.1 Ring Hole構造の形成過程：Ring Hole構造の形成過程における渦度の時間変化を表したものである。左上の数字は時刻を表している。

#### 4.3 Reconnection Time の Empirical Scaling

図 4.2(a) の様な Profile をもつ背景渦を生成し、Ring hole の形成について観測した。渦糸入射の半径位置は矢印で示してある。渦糸が入射されてから、reconnection が起こるまでの時間を  $T_R$  [ $\mu\text{sec}$ ] とする。

図 4.2(b) はそれぞれの背景渦度分布に対して  $T_R$  を、入射する Point Vortex の循環  $\Gamma_v$  の関数としてプロットしたもの。図中の  $\times$  については次次節で述べる。  $T_R$  は  $\Gamma_v$  が大きくなるに従って減少し、背景渦度の Profile によって、その勾配と切片は異なる。  $T_R$  と  $\Gamma_v$  はべき乗則を持っており、そのべきは渦糸の初期位置での背景渦度とその勾配の積  $\beta = \zeta |\partial\zeta/\partial r|$  に依存することが経験的に認められた。

図4.2(b)の回帰曲線から、 $T_R \propto (\Gamma_0/\Gamma_v)^{(\beta_0/\beta)^2}$ という実験式がつけられる。ここで $\Gamma_0 = 15 \text{ m}^2\text{sec}^{-1}$ 、 $\beta_0 = 8.9 \times 10^{11} \text{ m}^{-1}\text{sec}^{-2}$ である。

係数は $\beta$ に対して $T_R(\Gamma_0/\Gamma_v)^{-(\beta_0/\beta)^2}$ をプロットすることで求められる。そこでデータから実験式として $T_R$ を求めると

$$T_{\beta R} = b \left( \frac{\beta_0}{\beta} \right)^{1/2} \left( \frac{\Gamma_0}{\Gamma_v} \right)^{(\beta_0/\beta)^2} \quad (5)$$

となる。ここで $b = 5.2 \times 10^2 \text{ } \mu\text{sec}$ 。この式から計算される $T_{\beta R}$ を横軸とし、実験で計測された $T_R$ を縦軸としてプロットしたものが図4.3であり、広い範囲で良く一致している。

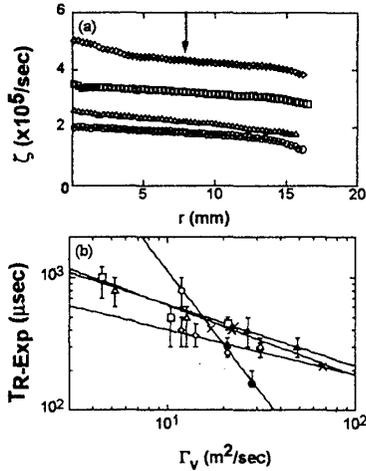


図4.2 : (a)背景渦度分布のprofile. 渦糸の入射位置を矢印で示してある。  
(b)リコネクションタイムを $\Gamma_v$ の関数としてプロットしたもの。記号の違いは、入射した背景渦度分布の違いと対応している。回帰曲線上のxは図4.5(b)参照

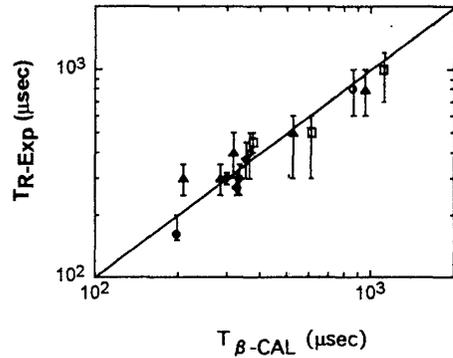


図4.3 実験結果と実験式 $T_{\beta}$ のリコネクションタイムの比較

#### 4.4 Shear による解釈

Eq.(5) に物理的な意味付けを行うのは困難である。まず第一に $\beta^2 = |\zeta_b \partial \zeta_b / \partial r|^2 \propto \zeta_b^4$ の関係から渦度の4乗がEq.(5)に入ってくるからであり、これを理論モデルに導入するのは容易ではない。第二に reconnection の過程で、自転する渦糸が背景渦の周囲を回転するため、局地的な値 $\beta$ を用いるよりも、より global な意味を持つ物理量を用いた表現の方が適切だと思われる。

そこで本実験の条件においては $\beta$ と正の相関をもつ物理量である、背景渦の shear

$$A = r \frac{d\Omega_b(r)}{dr} = \frac{e}{\epsilon_0 B} r \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r^2} \int_0^r dr r n_b(r) \right] \quad (6)$$

に注目し、これを導入する。図4.2(a)にみられる様に、本実験で用いた背景渦度は一定に近い勾配を持っているため、 $\beta$ と $A$ は比較的良好な相関性を持つ。 $\beta$ と $A$ を置き換えて、前節と同じ手続きを繰り返すと、似た形状の実験式

$$T_{SR} = a \left( \frac{A_0}{A} \right)^{1/2} \left( \frac{\Gamma_0}{\Gamma_v} \right)^{(A_0/A)^n}, \quad (7)$$

を得ることができる。ここで $\Gamma_0 = 15 \text{ m}^2\text{sec}^{-1}$ である。べき数 $n$ は $3/2$ から $2$ の間にある。他のパラメータは、 $n = 3/2$ のとき $A_0 = 8.2 \times 10^3 \text{ sec}^{-1}$ 、 $a = 5.1 \times 10^2 \text{ } \mu\text{sec}$ であり、 $n = 2$ のとき

$A_0 = 8.1 \times 10^3 \text{ sec}^{-1}$ ,  $a = 5.2 \times 10^2 \text{ } \mu\text{sec}$  である。現時点での実験的解析において、 $n$  の極値の間に明白な違いが見られないため、Eq.(5) と同じ関数形である  $n=2$  を採用する。

図 4.4 は実験で計測された  $T_R$  を縦軸とし、新しい実験式 Eq.(7) で  $n=2$  として計算される  $T_{SR-CAL}$  を横軸としてプロットしたものである。この図から、Eq.(7) もまた実験を良く再現しているといえるが、Eq.(5) から求めたものよりも幾分収束が甘い。しかし、shear は後述するように、Ring Hole 構造の生成過程において非常に重要な役割をする。なぜなら shear は観測によれば spiral streak の始点と発展を決定づけるとみなされるからである。

#### 4.5 実験式の関数的解析

この節では背景渦の profile が reconnection time にどのように影響を及ぼすか解析する。回帰曲線 Eq.(5) と Eq.(7) が同じ関数形を持つことから、ここでは Eq.(5) を使って解析を進めていく。ここでの議論は Eq.(7) でも同様に成り立つ。

ここで  $\gamma = \ln(\Gamma_v/\Gamma_0)$ ,  $\hat{\beta} = \beta/\beta_0$  とおく。Eq.(5) の右辺は

$$f(\hat{\beta}) = b\hat{\beta}^{-1/2} \exp[-\gamma/\hat{\beta}^2]. \quad (8)$$

と書き換えられる。ここで Eq.(8) を、 $\hat{\beta}_e = 2|\gamma|^{1/2}$  を Eq.(8) に代入した値で割ることで規格化すると

$$\tilde{f}(x) \equiv \frac{f(\hat{\beta})}{f(\hat{\beta}_e)} = x^{-1/2} \exp\left[\frac{\gamma}{4|\gamma|}(1 - 1/x^2)\right]. \quad (9)$$

を得る。ここで新しい変数として  $x = \hat{\beta}/\hat{\beta}_e$  を導入した。実験で観測された reconnection time  $T_R$  を Eq.(9) と比較するため、規格化された reconnection time を

$$\tau \equiv \frac{T_R}{f(\hat{\beta}_e)} \quad (10)$$

と定義する。

$\tilde{f}(x)$  の関数形は  $\gamma$  の符号に依存する。図 4.5 は関数  $\tilde{f}(x)$  を実線で (a)  $\gamma < 0$  と (b)  $\gamma > 0$  について各々プロットしてある。実験データも対応するグラフにそれぞれ示してある。ここで  $x$  と  $\tau$  は実験で得られたパラメータから決定した。個々のデータと関数  $\tilde{f}(x)$  は良く一致している。

$\gamma > 0$  かつ  $x < 1$  のデータ点は黒塗りの点で表されており、他は白抜きの点である。この分類は図 4.2(b) と図 4.3, 4.4 にも使用されており、分岐点  $x = 1$  は図 4.2(b) の回帰曲線上に  $\times$  で表されている。

$\gamma < 0$  のとき、渦糸は弱く、背景渦に小さな摂動しか励起しない。それゆえ、この領域は weak-point-vortex region と分類される。 $\gamma > 0$  のときは、渦糸の強度は弱くなく、 $\tilde{f}(x)$  は  $x = 1$  で分岐する 2 つの branch を持つ。 $x > 1$  では  $\beta > \beta_0 \ln(\Gamma_v/\Gamma_0)$  であり、時間発展において背景渦が支配的である。一方、 $x < 1$  では reconnection の過程において渦糸の効果が支配的である。この様に、渦糸と背景渦の関係によって、背景渦の profile が reconnection time に及ぼす影響は異なる。

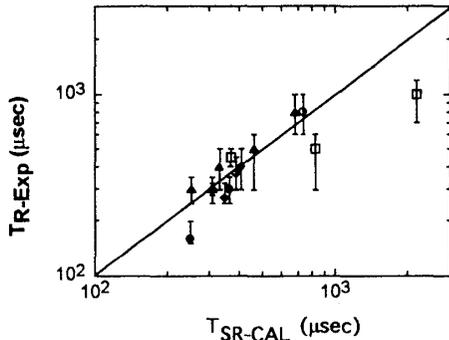


図4.4: 実験結果と実験式 $T_{SR}$ のリコネクションタイムの比較

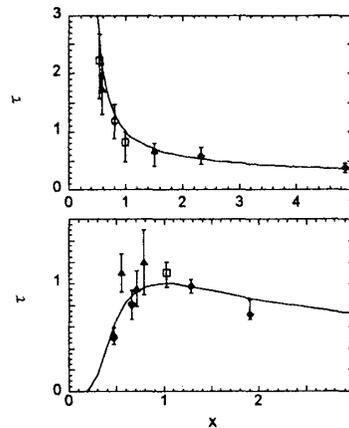


図4.5 リコネクションタイムの $\gamma$ 及び $\beta$ への依存性: (a) $\gamma < 0$ と(b) $\gamma > 0$ で $\tilde{f}(x)$ の関数形は異なる.

## 5 Potential 構造による理解

本節では、実験で得られた電子密度分布  $n(x, y)$  から数値的に決定した電位分布  $\phi(x, y)$  を用いて、背景渦中の渦糸の挙動及び Ring Hole 構造の形成について検討する。図 5.1 は  $t=70 \mu\text{sec}$  の渦度分布と、Rotating Frame での等電位面を重ねて描いたものである。等電位面は流線と対応しており、図中の矢印は流線の向きを表している。

大局的な構造に注目すると、図 3.1 にも見られた様に、渦糸の進行方向にある背景渦は密度が希薄になり、逆に後方には比較的密度の高い領域が生じる。電子で構成されているので、密度の低い部分から高い部分に向けて電場が生じる。その電場によって渦糸付近の粒子は  $E \times B$  により、背景渦の中心方向に運動する。

一方、局所的な構造に注目すると、Ring Hole 構造の形成機構を説明できる。渦の発展は rotational flow での shear に強く影響される。[5] この図において、渦糸周りには同心円状に閉じた流線が存在し、外側の背景の流れには stagnation point が確認できる。Stagnation point の付近の渦度

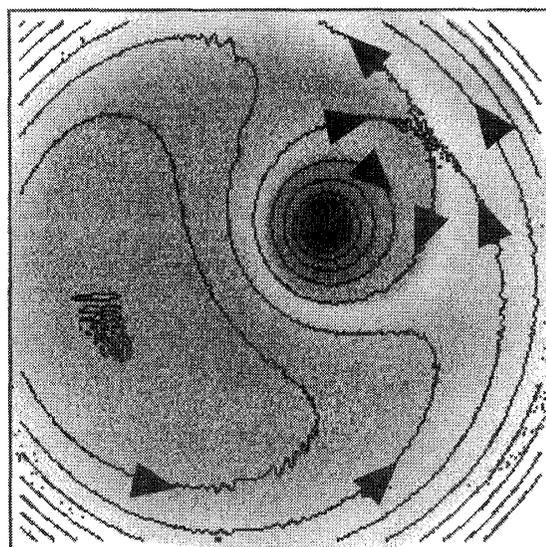


図5.1 Ring Hole構造形成時の流線: Ring Hole構造の形成過程における流線の分布を表している。

の低い領域の一部が、背景渦度の高い領域に引き込まれている。また、spiral streak が流線に沿って延びているのが判る。ここで spiral streak の始点は背景渦度分布の縁ではなく、背景渦の内側にある stagnation point の付近である。

この図から ring hole 形成について、以下の様な理解が生じる。まず、stagnation point の付近に密度が溜まり、初期の separatrix を交差する様な電場が形成される。この電場は、電子密度の低い領域を separatrix に沿って背景渦の内部へと移動させる。密度の低い領域が separatrix に沿って移動し、渦糸周りに円形を形成した後、reconnection が起こる。現時点の観測では、この最後の過程は幾分不明瞭であり、より詳細な観測と広い領域での解析が必要である。

stagnation point と separatrix とは、shear と渦糸の循環 $\Gamma_v$ によって決定される。以上のことから shear は ring hole 構造形成に重要な役割を担っていることが判明する。本実験では shear による実験式 Eq.(7) は実験を良く再現していたが、局地的な値  $\beta$  を用いた実験式 Eq.(5) よりも若干劣っていた。

しかし本節での、渦糸の寄与を含めた shear を考慮した解析結果を鑑みるに、将来の理論モデル構築の際には shear による基礎付けが不可欠であると思われる。

## 6 結論

本実験では、背景渦中の渦糸の発展の素過程として、背景渦と一本の渦糸の相互作用について実験を行い、その物理的な機構を解明した。背景渦中の渦糸が背景渦の密度勾配を登ることを示した。更に渦糸の径方向の速度は、背景分布の勾配とともに増加し、また $\Gamma_v$ の増加関数であることを示した。

背景渦と渦糸の相互作用の結果、渦糸の周りに ring hole 構造が生じることが判った。ring hole 構造生成過程における spiral streak の reconnection time についての実験式を作成した。

密度分布から電位分布を数値的に求め、そこから背景渦中の渦糸の挙動と構造変化の機構を定性的に説明した。

尚、本論文の実験結果に関連した動画がホームページで御覧いただけます。

<http://cobalt.phys.h.kyoto-u.ac.jp/users/kiwamoto>

## 参考文献

- [1] J. H. Malmberg and J. S. deGrassie "Properties of a Nonneutral Plasma": Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 577.
- [2] 「巽友正：新物理学シリーズ 21-流体力学」(培風館 1982) .
- [3] D. A. Schecter et al. "Vortex crystals from 2D Euler flow: Experiment and simulation" : Phys. Fluids 11 (1999) 905.
- [4] Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, A. Mohri, T. Yuyama, T. Michishita "Accerlated Merging of Electron Vortices in Background Vorticity": J. Phys. Soc. Jpn. (Lett.) 68 (1999) 3766.

- [5] Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, A. Mohri "Dynamics of Electron-Plasma Vortex in Background Vorticity Distribution": Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 3173.
- [6] A. Sanpei, Y. Kiwamoto, K. Ito "Generation of Vorticity Hole Surrounding a Point Vortex": submitted to J. Phys. Soc. Jpn. (Lett.) (2000).
- [7] R. H. Levy "Two New Results in Cylindrical Diocotron Theory": Phys. Fluids **11** (1968) 920.
- [8] K. Ito, Y. Kiwamoto, A. Sanpei "Field Analysis of 2-Dimensional Dynamics of Nonneutral Plasma with Imaging Diagnostics and Examination of Sector-Probing": Jpn. J. Appl. Phys. in press (2001).
- [9] R. C. Davidson and G. M. Felica "Influence of profile shape on the diocotron instability in a non-neutral plasma column": Phys. Plasma **5**, 3497 (1998)
- [10] D. A. Schecter and D. H. E. Dubin "Vortex Motion Driven by a Background Vorticity Gradient": Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 2191.
- [11] D. Z. Jin and D. H. E. Dubin "Regional Maximum Entropy Theory of Vortex Crystal Formation": Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 4434.
- [12] X. -P. Huang, K. S. Fine, and C. F. Driscoll "Coherent Vorticity Holes from 2D Turbulence Decaying in a Background Shear Flow": Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 4424.

## 謝辞

本研究を進めるにあたり御指導をして下さいました指導教官の際本泰士教授に心より感謝致します。更に毛利明博名誉教授，湯山哲守先生，道下敏則先生，伊藤清一さんの御指導，御助言に対して厚く感謝の意を表します。