

Title	反応拡散系による分化するスポットの構成(基研研究会「非平衡系の新局面-運動・機能・構造-」,研究会報告)
Author(s)	高木, 拓明; 金子, 邦彦
Citation	物性研究 (2001), 77(2): 322-323
Issue Date	2001-11-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/97106
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

反応拡散系による分化するスポットの構成

東大院総合文化 高木 拓明¹、金子 邦彦

1 導入

パターン形成における自己複製の研究は、近年理論、実験の双方から盛んに研究されている [1]。ここでは、単純な 2 成分反応拡散系の Gray-Scott model が、自己複製スポットを形成する典型モデルとして用いられて来た。しかし、化学進化や生物の形態形成と言った、多成分の化学成分の織りなす多様な空間パターンを伴う現象を、反応拡散の枠組みから理解しようとする場合には、単純な 2 成分系ではなく、むしろ複雑な化学反応のネットワークを有する反応拡散系において、自己複製しつつ分化する様なスポットパターンが自発的に構成され得るかどうか、を問うてみる意義があるだろう。そこで、我々は以下の様なモデル系を考案し、この問いの検証を行なった。

2 モデル

Gray-Scott model を、以下の様な多成分の化学反応ネットワークを有する形に拡張する。

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t} &= D_u \nabla^2 u_i(x,t) + A(1 - u_i(x,t)) - u_i(x,t) \sum_{j=1}^Q \sum_{k=1}^Q W_i^{(j,k)} v_j(x,t) v_k(x,t) \\ \frac{\partial v_i(x,t)}{\partial t} &= D_v \nabla^2 v_i(x,t) - B v_i(x,t) + v_i(x,t) \sum_{j=1}^P \sum_{k=1}^Q W_j^{(i,k)} u_j(x,t) v_k(x,t).\end{aligned}$$

ここで、 $u_i(x,t)$ 、 $v_i(x,t)$ は、それぞれ i 番目のインヒビター、アクチベーターの濃度である。簡単の為、全てのインヒビター、アクチベーターの拡散定数はそれぞれ $D_u = 1.0$ 、 $D_v = 0.010$ ($D_u/D_v \gg 1$) で一定であるとした。以下では、 $P = 3$ 、 $Q = 20$ とし、各アクチベーターの複製が、 k ($0 \leq k \leq K$) 本のランダムに選んだ他のアクチベーターによって触媒されると言う条件の下、反応ネットワーク W をランダムに作成し数値シミュレーションを行なった。ここでは $K = 4, 5, 6$ の場合を調べたが、この範囲であれば、得られる定性的な結果は K に依らず、また、 P と Q の値も、以下で述べる結果が見出される為には、高自由度である事が必要である事から設定したもので、その特定の値自体は重要ではない。初期条件は、系の中心に全てのアクチベーターが局在している状況から始め、そこから系全体に複製されたスポットが広がって定常状態になるまでの時空パターンを解析する。他のパラメータ値は、 $A = 0.020$ 、 $B = 0.060$ あるいは 0.070 とし、数値計算の時間、空間の刻み幅はそれぞれ $\Delta t = 0.010$ 、 $\Delta x = 1.0$ とした。より細かい時間幅でも結果は変わらない事を確認している。

3 結果とまとめ

W に様々な反応ネットワークを用いて数値シミュレーションする事で、出現する (トランジェントの) スポットパターンの分類を行った。その結果、1 次元、2 次元系共に、以下の 3 つの場合に分類された。

¹E-mail: takagi@complex.c.u-tokyo.ac.jp

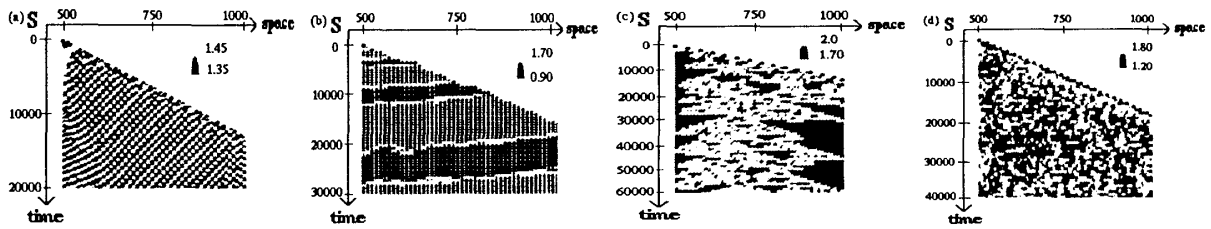


図 1: スポットの化学成分の多様性 S をパターンの右半分についてグレースケールで表示したもの。一つの点が一つのスポットに対応している。(a) (b) 振動、(c) 時空間欠性、(d) 時空カオス。

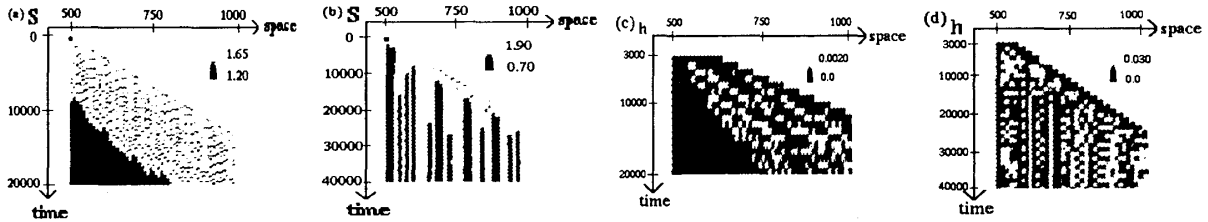


図 2: スポットの化学成分の多様性 S と、時間空間共に局所的に計測した KS エントロピー h 。(a) (c) 分化タイプ 1、(b) (d) 分化タイプ 2。

- ホモジニアスな固定点スポットパターン
- 振動するスポットパターン（リミットサイクル、時空間欠性、時空カオス）（図 1 参照）
- 分化するスポットパターン（タイプ 1、タイプ 2、タイプ 3）

ここで、分化する、とは、スポットのダイナミクスの状態が異なったアトラクター上にある事を指す。特に分化するスポットパターンに着目すると、更に以下の様な 3 タイプが存在する。

- ・タイプ 1：カオティックなスポットから固定点スポットへ内／外的に分化
- ・タイプ 2：タイプ 1 より複雑なパターンに分化
- ・タイプ 3：固定点スポット同士の相分離

ここでは、最も興味深い分化過程が見られた分化タイプ 2 において、パターンの初期条件依存性、マクロな安定性、相図を調べた結果、初期条件の化学成分の多様性の高さと分化が起こる割合に比例関係がある事、“多能性”スポットが始めにあれば、分化パターンが安定に出現する事、そして分化するパラメータ領域がある程度の広さで存在する事等が見出された。更に、スポット分化の過程が、化学成分の多様性の減少、局所 KS エントロピーの減少として特徴づけられた（図 2 参照）。以上より、反応拡散系で自己複製しつつ分化するスポットパターンを構成可能である事が示された [2]。

参考文献

- [1] Pearson, J. E. *Science* **261** (1993) 189;
 Lee, K. J., McCormick, W. D., Pearson, J. E. & Swinney, H. L. *Nature* **369** (1994) 215.
- [2] Takagi, H., Kaneko, K. to be appeared in *EPL*.