

二次元空間内の砂山底面での圧力分布に関する数値計算

東京大学 総合文化研究科 稲垣 紫緒¹

粉体は固体の一つの存在形態であり、「構成粒子間に適当な相互作用力が働く多数の個体粒子集合体」と定義され、巨視的な数からなる散逸粒子の集まりである。粉体とは、しばしば我々の直感的な推測を裏切るような振る舞いを見せる。そのような振る舞いは、通常の気体や液体、固体などの様に十分理解されるにはまだ至っておらず、振る舞いを予測、説明するような巨視的な力学方程式も確立されていない。ここでは、静的な状態での粉体内部での応力伝播の仕方について、特に焦点を当てて考えていく。最も単純な状況として、床の上に粒子を注いで形成した砂山について特に考える。砂山底面での圧力分布に関して、興味深い実験結果がいくつか報告されている。一番高い頂上の真下で、砂山底面での圧力分布が極小値を取ることがある [1]、というものである。さらに、Vanel et al. [2] は、砂山底面での圧力分布は粒子がどのように積まれていったか、という砂山の形成過程に依存する事を示した。砂山の頂上のすぐ上から局所的に少しずつ粒子を落としていった場合には、底面での圧力分布は頂上直下で極小値を取る。この圧力分布のくぼみは、一般的に「dip」と呼ばれている。一方、ざるを使って一様に粒子を降らせながら砂山を形成していった場合には、外見上はほとんど同じであるにもかかわらず、底面での圧力分布は極小値、dipを持たない。この砂山底面での圧力分布について、数値計算によって再現を試み、粉体内部の一般的な圧力分布の記述を可能にするような鍵を探したい。

粉体内部の応力伝播について、一般的な連続体記述を試みる努力が多くなされてきたが、広く信じられているような確立した連続体モデルはまだ見つかっていない。しかし、離散的なモデルはいくつか存在し、さまざまな実験結果を数値的に再現することに成功している。この論文では、粗い床の上に円形粒子を積むことによって、妥当な角度を維持した斜面を持つ砂山を形成し、圧力分布に関しても実験結果の再現に成功した。

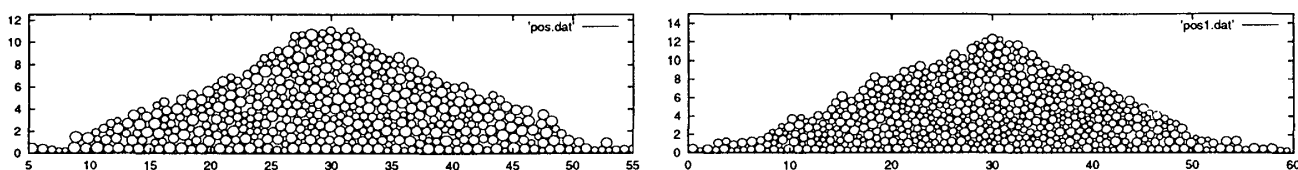


Figure 1: 粒子配置の図。(左: 局所供給、420 粒子。右: 一様供給、529 粒子。)

実験によって示されたような砂山の履歴依存性を見るために、二通りの供給方法について数値計算を行った。我々のモデルは、分子動力学法の一つである、離散要素法を用いた。

¹E-mail: shio@mail.ne.jp

「局所的供給」の場合には、複数の粒子を頂上のわずかに上から少しずつ一定間隔で落としていく。この時、Fig. 1の左図に示されるように、砂山は安息角と呼ばれる特徴的な角度を維持する斜面をもつ山を形成する。Fig 2の左図に見られるように、この場合頂上直下の圧力分布の極小値は、よく観察された。一方、一列に層状に並べた粒子を一定間隔で落としていく「一様供給」は、実際の実験でざるで落としていく場合に相当し、局所的供給の場合と比べて、山の形状、安息角はほぼ同じであったにもかかわらず、底面での圧力分布は極小値を取ることはあまりなかった。

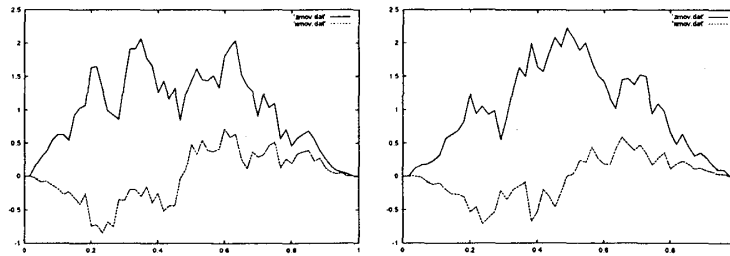


Figure 2: 山の底での圧力分布。(左: 局所供給、右: 一様供給。) 圧力は底の単位面積(長さ)にかかる力の大きさの絶対値で決まり、山の全体の質量と底の幅で規格化されている。実線は鉛直方向の圧力分布、破線は右向きを正にとった水平方向の圧力分布を示している。

砂山内部の力のネットワークや、局所的な応力伝播の特徴についても、はっきり圧力分布のくぼみ、dipがある場合とない場合について比較をしてみた。Dipがある場合には、力のネットワークはいくつかの太い幹が形成されていて、それぞれの幹の周りの粒子は、その幹に向かって応力が流れていっているように見える。また、dipがない場合には、力のネットワークは網の目のように互いに結合していて、特別な幹はより少ない。力は砂山の内部をより一様に伝わっていっているように見える。これらの定量的な比較とその評価は、これからの課題の一つである。

砂山底面での圧力分布における中央でのへこみ、dipは再現することに成功したものの、粒子同士の接触時に作用する接触力のモデル化にはまだ改善の余地がある。我々はこの研究が、粉体内部の応力伝播の仕方を、鉛直容器やサイロなどに適用することによって、より一般的、かつ巨視的に記述するのに役立つことを期待している。

参考文献

- [1] Jyotaki, T., and Moriyama, R.: On the bottom pressure distribution of the bulk materials piled with the angle of repose, *J. Soc. Powder Technol. Jpn.*, **60** (1979) 184-191.
- [2] Vanel, L., Howell, D., Clark, D., Behringer, B.P., and Clément, E.: Effect of construction history on the stress distribution under a sand pile, *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1999) R5040-5043.