

興奮系の、素子数に依存する転移現象

京大理 寺前順之介¹

Kyoto University Jun-nosuke TERAMAE

系全体を構成する素子の数を重要なパラメータとして、構成要素である個々の素子の振舞いが大きく変化する現象について、報告する。

このような現象は、生物において、心臓の細胞を培養することによって、観察されているものである。Netta, Cohen, Braun[1]は、心臓の細胞を培養し、その発火時間間隔の分布を測定した。その結果、培養した細胞が、1つ、少数、多数の3つの場合について、定性的にことなる3つの分布関数が得られたと報告している。(i)1つの細胞を培養した場合、発火時間間隔は、確率的であるため、分布は、5秒程度にピークを持ち、1秒から15秒回りまで幅広く広がったものとなる。(ii)少数の細胞を合わせて培養した場合、1つの時に観測された広い分布に加え、1秒程度に鋭いピークが現れ、全体として、2山の分布関数が得られる。(iii)さらに、多数の細胞を培養すると、先に現れていた幅広い分布はなくなり、1秒程度の鋭いピークのみが残る。

つまり、確率的な発火しか示せなかった個々の素子が、集団化によって、より間隔の揃った発火を達成しているという現象が見られたのであるが、その理論的な説明はこれまでなされていなかった。

この顕著な現象を再現し、そのメカニズムを探るため、我々は、今回、次のような位相興奮系の集団モデルを提案した。

$$\dot{\phi}_i = f(\phi_i) + \frac{k}{2}(\Gamma(\phi_{i+1} - \phi_i) + \Gamma(\phi_{i-1} - \phi_i)) + \eta \cdot \xi_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad (1)$$

ここで、

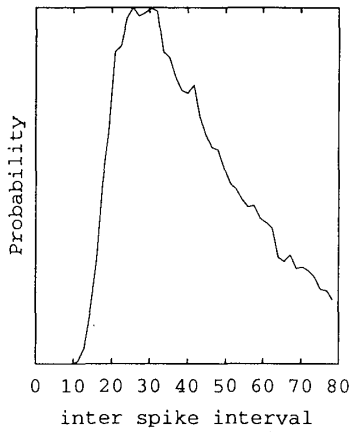
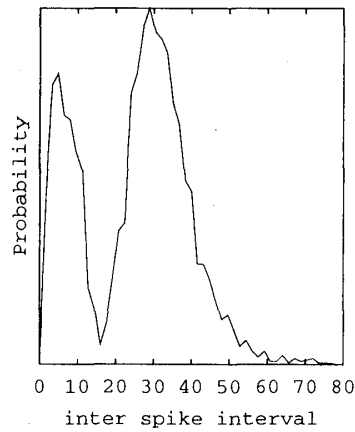
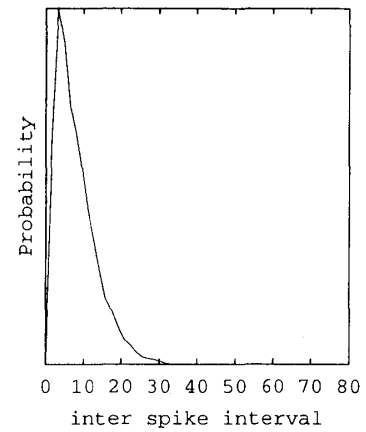
$$f(\phi) = -\cos(\phi - a\pi) + \cos(a\pi) \quad (2)$$

は、個々の素子の独立したダイナミクスが、それぞれが、 $\phi = a\pi + 2\pi k$ をしきい値とする、興奮系の性質を示す様にとった。また、

$$\Gamma(\phi) = \cos(\phi - b\pi) - \cos(b\pi) \quad (3)$$

は、隣接した素子同士の結合を表す。簡単のために、素子は、一次元に並んでいるものとした。(1)式の最後の項は、各素子に独立に与えられる、微小ノイズの効果を表しており、

¹teramae@ton.scphys.kyoto-u.ac.jp

Figure 1: 発火時間間隔の分布 $N = 1$ の時Figure 2: $N = 10$ の時Figure 3: $N = 100$ の時

ここでは、平均0、分散1の白色ガウス分布を η 倍したものをを用いている。

この系で重要なのは、結合関数 Γ に含まれるパラメータ b が、一般に1ではないことである。 $b = 1$ の場合、結合は、定常点 $\phi = 2\pi k$ について、対称な関数となるが、今回用いている、 $b \neq 1$ では、この対称性は成り立たず、位相差 ϕ の正負に関して非対称であることに注意すべきである。

(1)を数値計算することによって、発火時間の間隔を測定し、その分布関数をとったものが Figure 1 ~ 3 である。系を構成する素子数 N を変えた結果を示しており、先に述べた Cohen 等の実験結果が、定性的に再現されているのが分かる。

さらに、この現象においては、系全体が、二つの状態を確率的に遷移することが重要であること。その考察からいくつかのスケールリング則を導け、それらのスケールリング則は、(1)の数値計算によっても確認できたことも報告した。

References

- [1] N. Cohen, Y. Soen, E. Braun, Physica A249, 600 (1998)