Title	粉体の物理 : 巨視的粒子集団の静力学と動力学(応用解析チュートリアル,講義ノート)
Author(s)	那須野, 悟
Citation	物性研究 (2002), 78(2): 114-125
Issue Date	2002-05-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/97209
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

粉体の物理
― 巨視的粒子集団の静力学と動力学 ―

九州工業大学　　那須野　悟

1　はじめに

世の中の多くの物質は，力を加えられたときに如何に振る舞うかによって,「固体」と「流体」の２つに大別することができる．固体とは，決まった形をもっていて，外からの力に抗することができる．一方，流体とは，ずれ変形に対して復元力が働かず，容易に変形運動（流れ）が生じてしまうものである．このため，流体は固有の形を保持することができない．これは，じつに明快な区別のように思える．では，みなさんにお訊きします．砂は「固体」ですか,「流体」ですか？

砂浜に行って，乾いた砂を手にすくい取り握ってみたとしよう．砂は手の隙間からさらさらと“流れ”落ちてしまうことだろう．そこで，“流れ”落ちるのだから流体であると結論するのはまだ早い．手から流れ落ちた砂は，下に堆積して小さな山を形成する．砂山の表面には重力によるずり応力が加わっているはずなのに，砂山は固体のようにじっと動かずにいる．そうかと思うと，それまで固体のようにじっとしていた砂山表面が，ほんのちょっとした条件の変化により突然なだれを起こし流動しはじめるということもよく経験することである．このように，砂は「固体」のようでもあり,「流体」のようでもある．どうにも判然としない．様々な研究の結果，砂のような**マクロな粒子の集団**，いわゆる『粉粒体』（あるいはより簡単に『**粉体**』）は，固体や流体といった従来の物理概念では捉えきれない摩訶不思議な振る舞いをするということが明らかになってきた[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]．例えば，円筒容器に２種類の粉粒体を入れて容器をぐるぐると回すと，混ざるどころか，容器を回せばまわすほど２つの粉粒体は見事に分離してしまったりするし，容器を上下に揺すると，重いはずの粒子の方が軽いはずの粒子より上方に浮かび上がってきたりということが起こる．その他にも，様々な奇妙な現象が見つかっている．

本稿では，そのような固体とも流体ともつかない摩訶不思議な振る舞いをする粉粒体の振る舞いを物理の問題として眺めたときのおもしろさと難しさについて概観することにする．

2 粉粒体の動力学

通常，我々が粉体粒子の集合体を巨視的な「粉体」として捉えているときには，そのなかには少なくとも 10^6 個もの粒子が含まれている（例えばスプーン一杯のグラニュー糖）．この数は，通常の統計力学で扱われる 10^{23} 個に比べるとかなり小さいが，全ての粒子の運動方程式を扱うのには十分に多すぎる数である．粉粒体の振る舞いを物理的に理解するには，何らかの形で「粉粒体」の巨視的振る舞いを記述するための統計力学的手法が必要であることは明らかである．

ところが，困ったことに従来の統計力学的手法が役に立ちそうもないのである [7, 8]．何故かというと，粉粒体は，「マクロ」な粒子の集団だからである．マクロであるが故に，粒子同士の相互作用の際に，粒子の運動エネルギーの一部が振動等の内部エネルギーに変換され，散逸される．このため，粉体粒子間の相互作用には，散逸的効果をもたらす摩擦と非弾性衝突が不可避的に現れる．こうした摩擦や非弾性衝突によるエネルギーの散逸のために，たとえある瞬間に気体のように激しく飛び回っている粉体粒子集団があったとしても，全体の運動エネルギーはあっという間に減少し，すぐにすべての粒子は静止してしまう[1]．運動を維持するためには何らかの形で，散逸によって失われるエネルギーを補うために，外部からのエネルギーの供給が必要となる．

しかし，熱的なエネルギーの供給は粉粒体においては何の意味もなさない．なぜなら，マクロな粉体粒子を重力に抗して運動させるのに必要な熱エネルギー kT は，砂粒を例にとってざっと見積もっても室温での kT の 10^{12} も大きい．これでは，粒子を動かす前に，粒子が熔けて粉粒体ではなくなってしまう．粉粒体を入れている容器を揺するなどしてエネルギーを与える方法も考えられるが，これでも多くの場合には系を熱平衡状態（統計的定常状態）に維持することができない．もし，系の中に少しでも粒子密度の高いところができると，非弾性衝突による正のフィードバック機構によってますますそこの密度が増加することがあるからである[2]（図 1）．このように高密度な領域が形成されると，そこでの粒子同士の相互作用は，非常に頻繁となり[3]，各衝突や接触が，希薄なときのように独立と見なせなくなってくる（接触しっぱなしや，同時接触なんていうのも起こり得る！）．このため，通常の気体運

[1] ただし，重力の影響が無視できてほぼ一様な希薄状態とみなせる時間領域については，従来の統計力学の手法に則った運動論的手法 (kinetic theory) が有効であると期待でき，多くの研究がなされてきている．

[2] 長さ L の系に体積分率 η で粉体が充填されているとき，Chapman-Enskog スキームにより得られる流体方程式の一様解は，積 $L\eta$ が非弾性率に依存するある閾値を越えたときクラスター化に対して線形不安定となることが示されている [9]．

[3] 非弾性ハードコア粒子では，有限時間内に起こる粒子の衝突回数が発散する inelastic collapse という現象が生じる [10].

図 1: 粉粒体気体のシミュレーション．反発係数 0.6 の粒子 40000 個の場合の例．鎖状のクラスターが形成されている．(Adapted from ref.[9])

動論による扱いは困難となる [1].

このような高密度な状況というのは，粉粒体ではごく当たり前に現れるということを強調しておきたい．たとえば，図 2 のような砂山のなだれをはじめとして通常我々が扱うような粉粒体の運動の多くはこうした高密度な状況にあり，その結果，従来の統計力学的枠組みでは到底理解できないような不思議な振る舞いを示す.

また，粉体を振動させたときに生じる流動現象は，一見すると通常の流体で生じる現象ととても似ているようにも見えるが，よく調べてみるとだいぶ異なっていることがわかる．たとえば，粉体の入った容器を正弦波的に上下に揺するとき，容器の最大加速度が重力加速度よりある程度以上大きくなるような揺すり方をすると容器内の粉体が流動化して対流的運動が生じることが知られている（図 3)．揺すり方が対流が起こるか起こらないかのぎりぎりの強さの場合には，容器内の粉体の一部のみが流動化し残りは固体的なままということが起こる．また，対流速度の分布を調べると，最も速い流れは容器の側壁近傍の極薄い境界領域で生じていることが報告されている．これらの現象も通常の流体では見ることができない.

さらに，図 3(b) をよく見ていただきたい．粉体の白い粒子が跳び上がっているのが見て取れると思う．このことは，流動化によって生じたマクロな波状パターンの空間スケールが個々の粒子のサイズと較べてそう大きく違うものではないことを示している．また，対流運動におけるミクロな粒子の特徴的スケールである「平均自由行

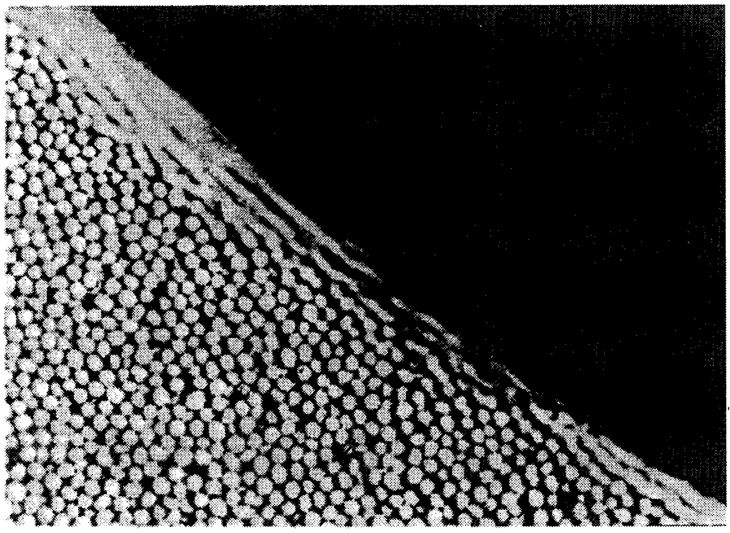


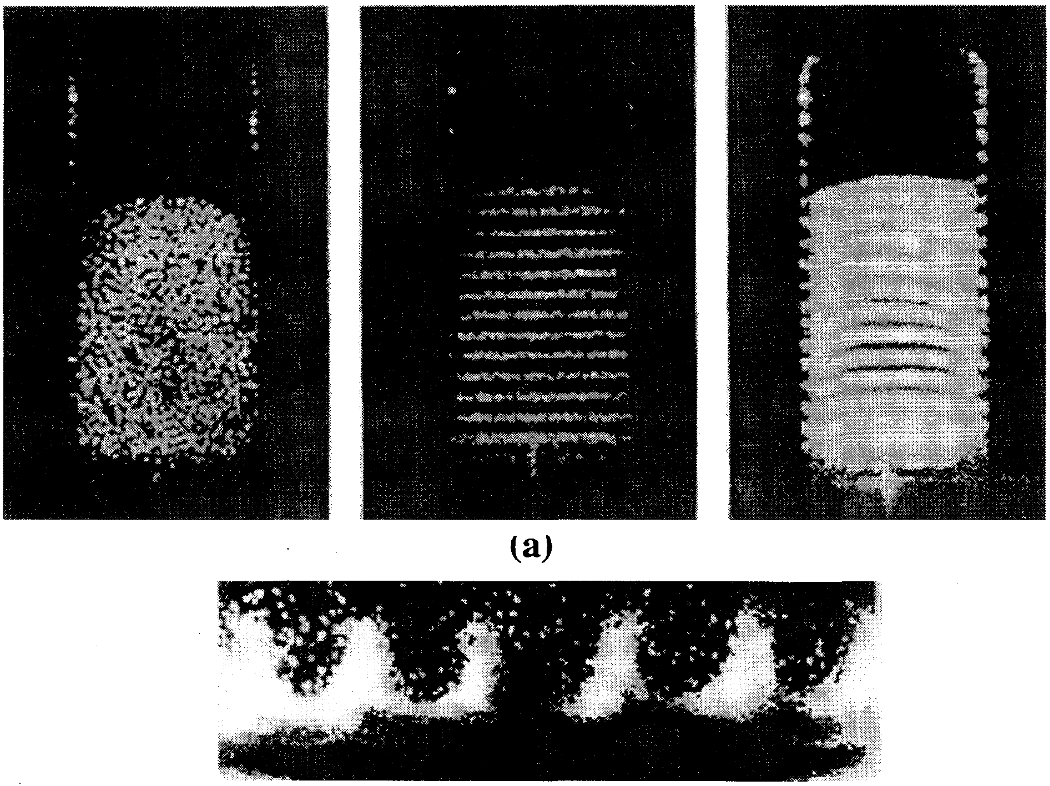
図 2: 砂山のなだれや剪断応力下での粉粒体の流動現象では，運動は表面付近に局在しているように見える．このような現象は勿論通常の流体力学では説明することができない．(Adapted from ref.[1])

程」もこのように高密度の流れの場合には殆ど粒子サイズのオーダーであり，やはりマクロな特徴的空間スケールとはそう大きくは違わない．特徴的時間スケールについても同様なことが言えて，粒子同士の衝突といったミクロな特徴的時間スケールとマクロな対流が緩和する時間との差があまりないのである[4]．

これらの事実は，粉粒体のマクロな運動の記述に偏微分方程式を用いた従来の流体力学的記述法をとるというアプローチの正当性に疑問を投げかけるものである．

一方，分子動力学的シミュレーションを行うことで，ミクロな粒子の振る舞いからマクロな現象の本質を見極めるというアプローチも考えられるが，困ったことに粉粒体の場合には粒子間の相互作用を運動方程式の中にどのように導入すればよいのかという最初のところで立ち止まってしまうのである．粒子がマクロであるために，粒子間相互作用に弾性率や摩擦係数といったマクロな物理量が必然的に顔を出すが，それらに関するきちんとした物理的知見がまだないために，導入に際してどうしても任意性が残ってしまうのだ．例えば，粉体工学の分野では粉粒体の振る舞いを研究する際に「離散要素法」とよばれる分子動力学的計算手法が広く用いられているが，そこでの粒子間の摩擦の扱いはじつに混沌としている [7].

[4]ミクロな分子同士の衝突と異なりマクロな粉体粒子同士の衝突ではエネルギーは保存しない．粉体の密度が高ければ高いほど衝突により急速にエネルギーは散逸されてしまう．このため，通常の流体ではいったん生じたマクロな流れはしばらく持続するのに対して，粉体では揺するのをやめたとたんに対流は消え去る．



(a)

(b)

図 3: 粉体振動層の対流. (a) 磁気共鳴法 (MRI) で通常見ることが困難な粉体層内部の対流を可視化したもの. 振動は鉛直方向. (b) 薄い粉体の層を鉛直方向に振動させたときに観測される定在波パターン. (Adapted from ref.[1])

3 粉粒体の静力学

静止状態にある粉粒体は, あたかも固体のように外からの応力を受け止めることができる. たとえば,「安息角」と呼ばれる臨界傾斜角よりも小さな傾きを持つ砂山は, 表面に重力による応力が働いているにもかかわらず, 固体のようにじっとしている. しかし, この粉粒体の「固体状態」は, 通常の固体のように構成粒子間の引力によって集合したものではない. 粒子間の静止摩擦力と重力などの外力による圧迫とによって, 互いに身動きがとれない状態に置かれ, 固まったようになっているだけなのである. このため, 粉粒体では, 結晶のように構成粒子がきれいに並んだエネルギー最小の状態が固体状態として実現されているわけではなく, 粒子がランダムに充填された様々な準安定な配置状態が固体状態として存在することが可能である. 粉粒体では熱ゆらぎは無視できるほど小さく, いったんひとつの準安定な配置状態に落ちつくとその状態は際限なく継続することとなる. このことが, 静止し

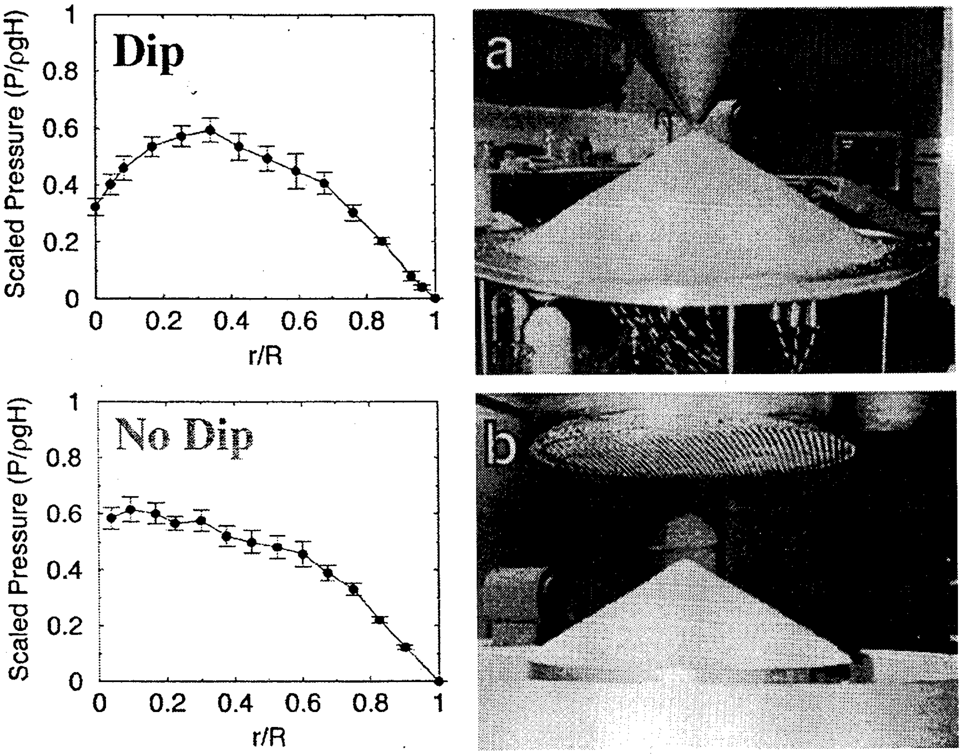


図 4: 砂山底部の垂直圧力分布．r は砂山の中心からの距離．H, R は，それぞれ砂山の高さと半径．(a) の砂山は一点から砂を落として作ったのに対して，(b) の砂山は円盤の上に一様に砂を降り積もらせて作ったものである．それぞれの圧力分布を左側に示してある．(a) では中心で圧力分布にくぼみ (dip) があるのに対して，(b) にはくぼみはない．(Adapted from ref.[11])

た粉粒体の統計的な扱いを難しくしている．この節では，静止状態にある粉体について具体例を挙げながら紹介する．

牧場などで穀物の貯蔵に利用されているサイロのような長い円筒容器に粉粒体が入っているとき，容器の底面や側面にかかる圧力は，どんなにたくさん粉粒体が入っていようが，ある大きさ以上にはならないことが知られている．もし，入っているのが粉粒体ではなく通常の液体であれば，各場所での圧力は，それより上にある液体の量に比例して大きくなるから，そんなことは絶対にありえない．

また，砂山の底の部分にかかる圧力についても奇妙な報告がなされている．実験によれば，ある程度以上大きな砂山の場合，砂山の下に置かれた板に加わる垂直圧力は，おおかたの予想に反して，砂山の頂点の下で最大となるのではなくて，最大値は中心点からわずかにずれた円周上に存在し，ちょうど中心部では逆に極小値をとるというのである [図 4(a)]．さらに奇妙なことには，たとえ同じ砂でつくった砂山であっても，通常やるように一点から砂をぱらぱらと落として作ったのではなく

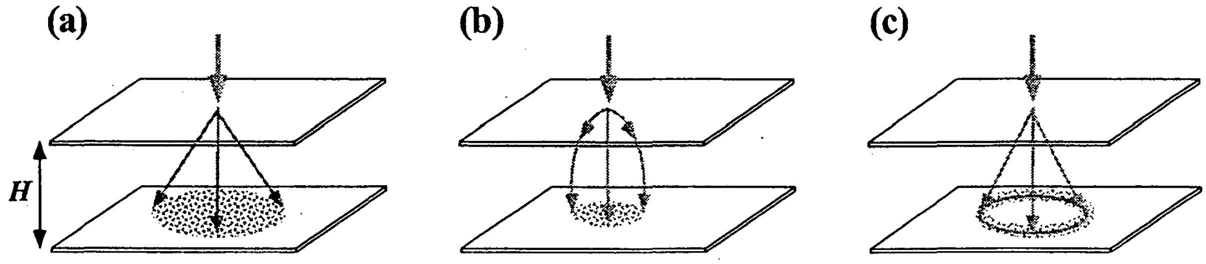


図 5: 粉体層内部の応力伝搬

て，図4の (b) のように円盤の上に一様に砂を降り積もらせて作った場合には圧力分布にくぼみが生じることはないというのである．

なぜこのようなことが起こるのかをきちんと説明できる理論は未だにない．もう少しきちんと言えば，物質のもっとも基本的な性質である「力を加えたらどうなるか」という力学的性質が粉粒体につては殆ど何もわかっていないのである．例えば，図5のように粉体の堆積層の上の面の一カ所に力を加えたときに，(a) のように力が伝わるのか，あるいは (b) のように伝わるのか，それとも (c) のように伝わるのか，という非常に単純きわまりないことを言い当てる確固たる理論がないのである[5]．

これを読んでいる方々は，どうしてこんな基本的なことが未だにわかっていないのか不思議に思われることであろう．そこで，少しこの問題を整理してみることにする．まず,「粉粒体」の力学的性質を考えるとき，他の物質でよくやるように粗視化して連続体力学で扱うとどうなるかをみてみよう．すると，粉粒体の内部での応力バランスの式を考えるだけでは未知数の数に対する方程式の数が不足で方程式は閉じたものとならないという事態に直面する．例えば，サイロや砂山では，粉体の密度を ρ，重力加速度を g とすると，応力バランスの式は，円柱座標を用いて

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r}\sigma_{rr} + \frac{\partial}{\partial z}\sigma_{rz} &= \frac{\sigma_{\phi\phi} - \sigma_{rr}}{r}, \\
\frac{\partial}{\partial r}\sigma_{zr} + \frac{\partial}{\partial z}\sigma_{zz} &= \rho g - \frac{\sigma_{zr}}{r}, \\
\frac{\partial}{\partial \phi}\sigma_{ij} &= 0 \quad (i, j = r, z, \phi)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

となるが，未知数の数に対する方程式の数が不足である．このため，方程式を解ける形式にするには，さらに何らかの物理的な条件を仮定することにより別の関係式（構成方程式）を導入する必要がある．

通常の弾性力学では，応力と歪みの関係を与えるフックの法則によりこの構成方程式が与えられるが，粉粒体においては残念ながらそのように広範に適用できる構

[5]図5の (a),(b),(c) は，粉粒体を連続体と見なして内部の力の伝搬を微分方程式で表したとき，それぞれ全く異なるタイプの微分方程式で表される．

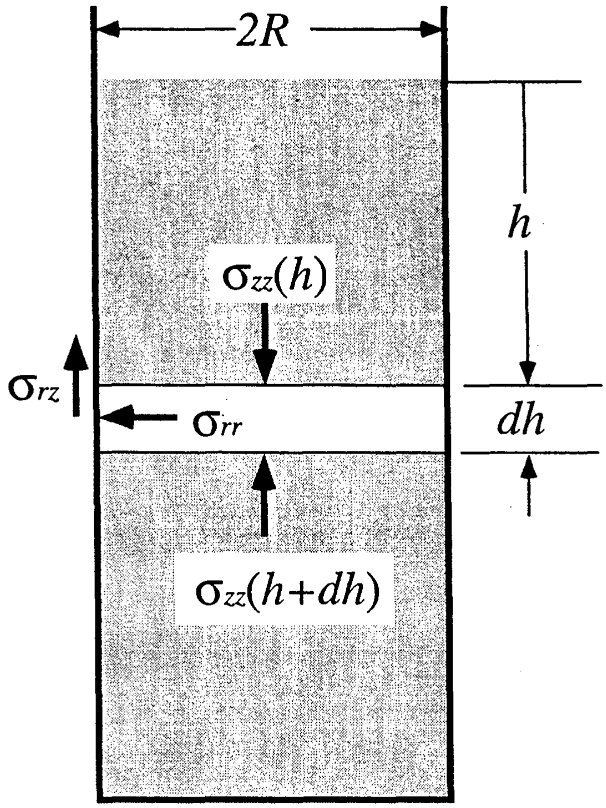


図 6: 粉粒体で満たされたサイロ内の応力. (Adapted from ref.[3])

成方程式は知られていない. 最も一般に用いられている仮定は, 粉粒体のいたるところで限界応力状態（それ以上の力を加えると粉粒体層が崩壊して動き出してしまうぎりぎりの平衡状態）にある, という仮定である.

Janssen は, サイロ内の粉粒体が重力により崩壊ぎりぎりの限界応力状態にあると仮定することで, さきに述べたサイロ壁面での粉体圧の特異な振る舞いを説明している. 彼の議論は, いたって簡単である. 式 (1) を用いて図 6 のような半径 R の円筒容器内の深さ h にある微小領域に働いている力の釣り合いの式を求めると,

$$2\pi R\sigma_{zr}dh - \pi R^2\sigma_{zz}(h) + \pi R^2\sigma_{zz}(h+dh) = \pi R^2\rho g$$

となる. ただし, 簡単のため同一水平面内で鉛直応力 $\sigma_{zz}(= p)$ が一定としている. ここで, 限界応力状態の仮定により, 構成方程式 $\sigma_{rr} = K_a\sigma_{zz}$ を導入し, さらに, 壁面と粉体との摩擦係数を μ_w とすれば, $\sigma_{zr} = \mu_w\sigma_{rr} = \mu_w K_a\sigma_{zz}$ であるから, 深さ h での垂直圧 p は

$$p = \frac{\rho g R}{2\mu_w K_a}\left[1 - \exp\left(-\frac{2\mu_w K_a}{R}h\right)\right] + p_0\exp\left(-\frac{2\mu_w K_a}{R}h\right) \tag{2}$$

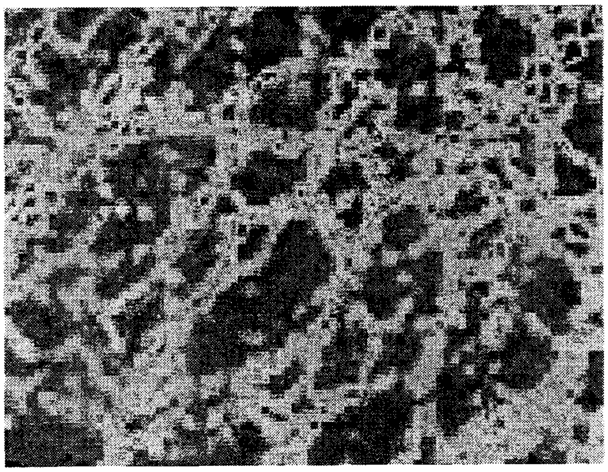


図 7: 粉粒体内部での応力分布．白く明るい部分ほど応力が集中している．(Adapted from ref.[2])

と求まる．ただし，p_0 は粉体上面 $h=0$ での圧力で，定数 K_a は主動粉体圧係数と呼ばれる．この式は，h が大きくなると，たしかに p は飽和し，一定値 $\rho g R/2\mu_w K_a$ に近づくことを示している．

困ったことに，式 (2) に基づいて設計されたサイロが予想外の圧力によって壊れてしまうという事故が時々起こっている．このことは，上記の理論に問題があることを示唆している．実際，Janssen が用いた粉体内は一様に限界応力状態にあるという仮定の下では，前述の砂山底部の圧力のくぼみを再現することはできない．

では，いったい上記の理論のどこがまずかったのか？残念ながら現在の物理学ではこの問いにきちんと答えることはできない．しかし，近年の粉粒体に関する物理的研究によっていくつかの問題点が明らかとなってきた．

まず，ひとつは粉体内部の応力分布は決して一様ではなく，大きな揺らぎを伴っているという事実である．図 7 は，実際の粉粒体内部の応力分布の様子をある特殊な方法で目に見えるようにしたもので，白く明るい部分ほど強い応力がかかっている．このように，応力は通常の固体とは異なりきわめて不均質に分布している[6]．この力の揺らぎ分布がどのようなものかについての研究もなされており，例えば，円筒容器に入れた粉粒体を上方から圧力を加えたとき，容器壁面にかかる力の大きさが f となる確率は

$$P(f) = a(1 - be^{-f^2})e^{-\beta f} \tag{3}$$

[6]基本的に，粉体の場合には粒子間の相互作用は直接接し合っているときのみ可能であり，力の伝搬も直接接し合っている粒子間でのみ行われる．粒子の大きさや形状あるいは粒子の配置すこしでも不規則さがあれば，非線形相互作用によって，それは増幅され，結果として互いに接触し合い力を伝搬できるようなごく一部の粒子集団に応力が集中することになる．

のようになることが実験[7] からわかっている [12]．ここで，$a=3, b=0.75, \beta=1.5$ である．このような粉体内部の応力分布のおおきな揺らぎは q-model と呼ばれる簡単なモデルでわりとよく再現することができる．このモデルは，力のベクトル性を無視し，各粒子は下の隣接する粒子へランダムに力を配分すると仮定するもので，たとえば，D 層の i 番目の粒子にかかる重みを $w(D,i)$ としたとき，漸化式

$$w(D+1,i)=1+\sum_j q_{ij}(D)w(D,j) \tag{4}$$

を仮定する．ここで，q_{ij} はランダムな確率変数である．

もう一つの問題点は，いわゆる『記憶効果』である．つまり，現在静止状態にある粉粒体がどのようにして今の状態に至ったかという過去の履歴を記憶しているというのである．例えば，すでに述べたように，砂山底部の圧力分布にくぼみが生じるのは，砂山のてっぺんから砂を供給した場合だけで，それ以外の方法で作った砂山では一見同じ砂山に見えても圧力分布にくぼみは生じないのである．あるいは，図 5 のように粉体の堆積層の上の面の一カ所に力を加えたときの粉体内部での力の伝搬は，どのようにその粉体層が積まれたかによって，(a) のような場合も，(b) のような場合も，(c) のような場合もあり得るのである[8]．そうなると，サイロにいかにして粉体を詰めたのかを全く考慮していない上記の Janssen の理論はやはりうまくないといえよう．

『記憶効果』がもたらすのは，内部応力の伝搬の仕方の違いだけではない．たとえば，最近非常におもしろい実験結果が報告されている．容器に粉体をできるだけたくさん入れるには，トントンと粉体を入れた容器を揺すってやればよいことをたいていの人は経験から知っていると思う[9]．こうすると，容器内の粒子間の隙間が少しずつ減少していき，よりコンパクトに詰まってくれるのであるが，詳しい実験に

---

[7]壁の各場所で（その場所で壁に接している個々のガラス球に加わっている）力の大きさは次のようにして測定される: 円筒の壁に紙とカーボン紙を貼り付けたうえで，ガラス球を詰めて粉体の上の面を一様に押すと，各場所でカーボン紙がガラス球によって押されるために紙にカーボンが転写される．転写されたカーボンの各点の大きさは，ほぼ各ガラス球に加わっていた力に比例しているので，点の大きさ分布を測ることにより，力の大きさの確率分布が求まる．

[8]q-model では，マクロな平均された応力分布は図 5(b) のようになる．Wittmer らは砂山が崩壊ぎりぎりの傾斜角（安息角）θ_r を保ちながら次第に大きな砂山へと相似成長することで各段階での表面付近の応力分布が砂山内部に「凍結」保存される結果，図 5(c) のような伝搬の仕方して砂山底部に圧力分布のくぼみが現れるというモデルを提唱している [13]．

[9]実験によれば，粉体の平均体積占有率 ϕ は時間に関して次式のように対数的にゆっくりと緩和する [14].

$$\phi(t)=\phi_\infty-\frac{\Delta\phi_\infty}{[1+B\ln(1+t/\tau)]} \tag{5}$$

ここに，$\phi_\infty, \Delta\phi_\infty, B, \tau$ は，振動の強さ A/g（ただし，A は振動の最大加速度，g は重力加速度である）にのみ依存する定数である．ただし，上式の ϕ はあくまで平均値であって，各瞬間の密度はそのまわりに大きくゆらぎながら変化していく．

よれば，平均体積占有率（粉体の見かけの体積に対する実際の体積占有率）が全く同じ粉体であっても，過去にどのように揺すられたかの違いによって同じ方法で揺すってもその後の体積占有率の変化の仕方に大きな違いがみられるというのである[15]．さらに，最終的に到達する密度も過去にどのように揺すったかの履歴に大きく依存するというのである[16]．

4 まとめ

以上，非常に大雑把にではあるが，粉粒体の振る舞いを物理の問題として眺めたときのおもしろさと難しさを著者の独断と偏見に基づいて述べてみた．ここでみたように粉粒体の振る舞いは従来の物理の枠組みだけでは捉えることができない．これは裏を返せば，粉粒体の研究を通して他の分野にも非常に有用な新たな概念や方法論が創出される可能性もあると考えることもできる．実際，記憶効果や緩慢な緩和などは粉体固有の問題ではなく，ガラス系などにおいても類似の問題が未解決なままとなっている．

今回のチュートリアルを通して，少しでも多くの方々に粉体の振る舞いに興味を持っていただき，その結果，従来の既成概念にとらわれない新たな方法論によりその背後に潜む数理構造の根本に迫るような研究が現れてくれれば著者にとってはこのうえない喜びである．

参考文献

[1] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer, Phys. Today **49**, No.4 32 (1996); Rev. Mod. Phys. **68**, 1259 (1996); H.M.Jaeger, in *Proceedings of the NATO/ASI Workshop on Dry Granular Materials* (Cargese,1997).

[2] R. P. Behringer and J. T. Jenkins eds., *Powders & Grains 97* (A.A. Balkema Pub., Rotterdam, 1997).

[3] 早川尚男, 那須野悟, 現代物理最前線 1「粉体の物理」(共立出版, 2000).

[4] L. P. Kadanoff, Rev. Mod. Phys. **71**, 435 (1999).

[5] P. G. de Gennes, Rev. Mod. Phys. **71**, S375 (1999).

[6] 田口善弘, 砂時計の七不思議 (中央公論社, 1995).

[7] 田口義弘, 固体物理 **29**, 451 (1994); 粉体工学誌 **32**, 240 (1995).

[8] 青木圭子, 固体物理 **33**,979 (1998).

[9] I. Goldhirsch and G. Zanetti, Phys. Rev. Lett. **70**, 1619 (1993).

[10] S. McNamara and W. R. Young, Phys. Fluids A **4**, 496 (1992); Phys. Rev. E **50** R28 (1994).

[11] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer, and E. Clément, Phys. Rev. E **60**, R5040 (1999).

[12] C. Liu, S. R. Nagel, D. A. Schecter, S. N. Coppersmith, S. Majmudar, O. Naratan, and T. A. Witten, Science **269**, 513 (1995); S. N. Coppersmith, C. Liu, S. Mujmdar, O. Narayan, and T. A. Witten, Phys. Rev. E **53**, 4673 (1996); D. M. Mueth, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel, Phys. Rev. E **57**, 3164 (1998).

[13] J.P.Wittmer, P.Claudin, M.E.Cates, and J.-P.Bouchaud, Nature **382**, 336 (1996); J. P. Wittmer, M. E. Cates & P. Claudin, J. Phys. I France **7**, 39 (1997).

[14] J. B. Knight, C. G. Fandrich, C. N. Lau, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel, Phys. Rev. E **51**, 3957 (1995); J. B. Knight, E. E. Ehrichs, V. Y. Kuperman, J. K. Flint, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel, Phys. Rev. E **54**, 5726 (1995).

[15] C. Josserand, A. V. Tkachenko, D. M. Mueth, and H. M. Jaeger, Phys. Rev. Lett. **85**, 3632 (2000).

[16] E. R. Nowak, J. B. Knight, E. Ben-Naim, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel, Phys. Rev. E **57**, 1971 (1998).