

# SQUID における位相の異常拡散と拡散係数の特異なエネルギー依存性

大阪市立大工

谷本健一、加藤岳生、中村勝弘

Anomalous diffusion and irregular energy dependence of  
diffusion coefficient of phases in SQUID

Department of Applied Physics, Osaka City University  
Ken-ichi Tanimoto, Takeo Kato, Katsuhiko Nakamura

## 1 はじめに

ハミルトン系における決定論的拡散現象は古くから研究が行われている[1]。これまで理論的研究の多くはマップ系などに代表される理想的なものに限られてきた。そこで今回は、超伝導接合系(SQUID)を用いて、実験検証可能な状況での決定論的拡散を調べた。SQUID は、ソフトポテンシャルを持つ保存系で、位相のダイナミクスを見る際にパラメータ制御を行いやすく、また観測のしやすさの点でも他の系に比べて利点を持っている。位相のラグランジアンは、

$$L = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_2^2 + V_0 \cos \varphi_1 - V_0 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1 - a)^2$$

で与えられる。ここで、 $V_0 = EJ/m\omega^2$ ,  $E_J = \Phi_0 I_0 / 2\pi$ ,  $a = 2\pi \Phi_e / \Phi_0$ ,  $\omega = e\Phi_0 / (\pi(LC))^{1/2}$  とし、時間を  $1/\omega$  で規格化している。C、 $\Phi_0$ 、 $\Phi_e$ 、 $I_0$ 、L はそれぞれ電荷容量、磁束量子、外部磁場、臨界電流、インダクタンスを表わしている。パラメータ  $V_0$  が 1 程度になったときに、異常拡散や通常拡散の拡散係数の異常が見られることがわかった。そこで、第 2 節で  $V_0=1$  の場合の異常拡散を説明し、第 3 節で  $V_0=2$  と取った場合の通常拡散の結果について簡単にまとめる。なお、以下ではすべて  $a=\pi$  ととっている。

## 2 異常拡散

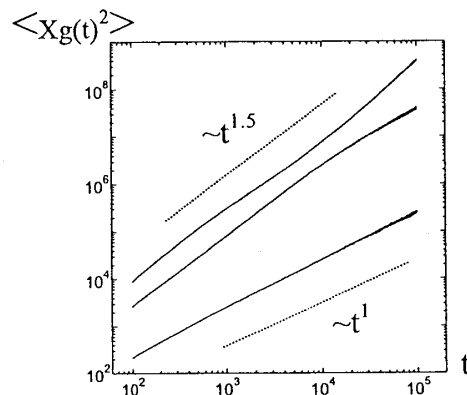


図 1 横軸時間、縦軸 2 乗平均変位で、上から  $E=6.40, 3.01, 0.61$  の結果である。

異常拡散領域で 2 乗平均変位  $\langle Xg(t)^2 \rangle$  をとったものが図 1 である。図に見られるように、 $\langle Xg(t)^2 \rangle$  は  $t^\gamma$  に比例する振る舞いを示し、 $\gamma$  は 1 以上 2 以下の値を取る。

2 乗平均変位が定義できない異常拡散領域では、図 2(a) のように、長時間のジャンプが起こり、そのとき、位相空間では図 1(b) のポアンカレ断面のように、位相空間内の構造に軌道がトラップされているのがわかる。このような長いジャンプが比較的高い頻度で起こるために異常拡散が起

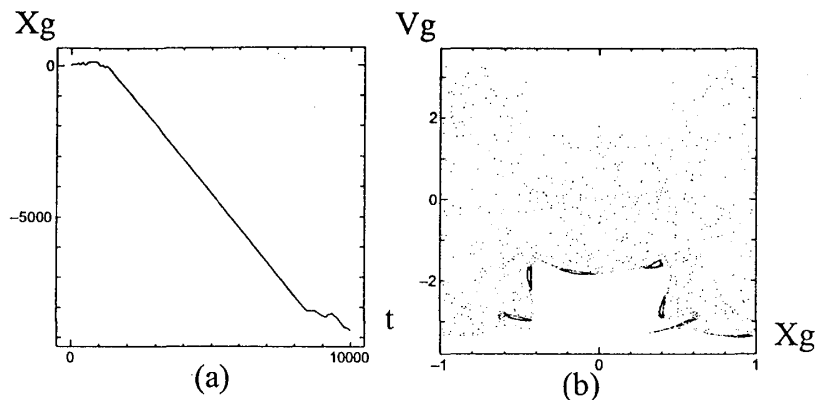


図2 (a)は横軸時間、縦軸位相の重心位置で、図1(b)は横軸重心位置、縦軸重心速度で、 $E=3.01$ のときの、位相のポアンカレ断面を表わしている。こると考えられる。実際、この振る舞いは位相の滞在時間とジャンプ時間の分布による解析と矛盾しない[2]。

### 3 通常拡散

次に、拡散係数が定義できると考えられる通常拡散の領域で、拡散係数がエネルギーの関数として特徴的な振る舞いをするを示す。これまで、マップ系で拡散係数のパラメータ依存性にフラクタル性があることは知られていたが[3]、現実の系に即した理論的考察は、2次元電子系での議論などごく一部しか行われていない[4]。そこで全エネルギーを制御することにより、通常拡散領域での拡散係数のエネルギー依存性を調べたところ、図3のような特徴的なふるまいをすることがわかった。

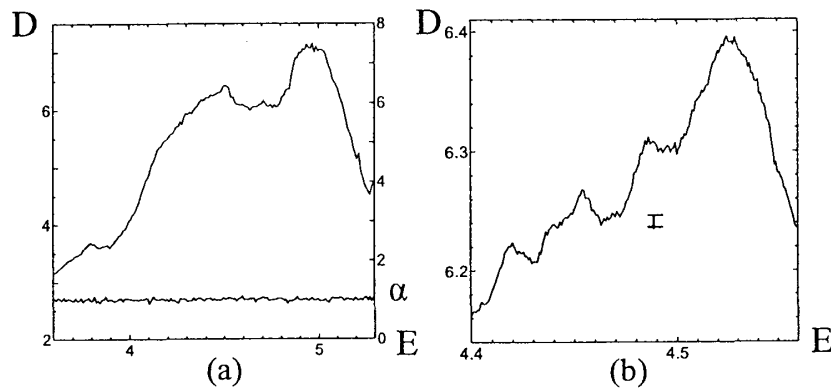


図3 (a)は拡散係数  $D$  と二乗平均変位のベキ  $\alpha$  のエネルギー依存性を表しており、図(b)は(a)の微小エネルギー領域を拡大したものである。

### 4 まとめ

決定論的な SQUID 系で超伝導体の位相の拡散について研究した。以上で得られた結果は、現実の超伝導接合で観測されることを期待している。決定論的拡散を現実にコントロールできる実験系が加われば、この分野における研究は豊かさを増すことであろう。

- [1] T.Geisel, A. Zacherl, and G. Randos, Z.phys. B71, 117 (1988)
- [2] J. Klafter, G. Zumofen, and M. F. Shlesinger, in Levy Flights and Related Topics in Physics, Lecture Notes in Physics Vol.450, edited by M. F. Shlesinger, G. M. Zaslavsky, and U. Frisch (Springer, Berlin, 1995), p.196.
- [3] R. Klages and J. R. Dorfman, Phys. Rev. Lett. 74, 387(1995).
- [4] T. Harayama and P. Gaspard, Phys. Rev. E64, 036215(2001).