原子核巨大共鳴の強度関数のスケーリング分析

相場　浩和　（京都光華女子短大）

1 はじめに

原子核の巨大共鳴のような高励起集団モードの強度関数は、有限多体系の1つの特徴であるフォック空間の階層構造を反映して複雑な様相を示す。1本1本のレベルを区別できるほどの微小なエネルギースケールで強度関数を見た場合にはGOE的なゆらぎの特徴が現れるが、一方、強度関数の幅と同程度の大きなエネルギースケールで見た場合は、ローレンツ型のような、減衰集団運動の全体的な特徴が現れる。さて、強度関数を見るエネルギースケールを徐々に変化させたとき、一方の極端な特徴から他方の極端な特徴にどのように移行していくかは興味深い問題である。われわれは、エネルギースケールを変化させたときの強度関数の見え方の特徴を定量化するための指標としてフラクタル次元を採用した。本来、見るスケールを変えても見え方がほとんど変わらない場合の構造の特徴を定量化するために考案されたフラクタル次元を、このような場合に適用することを強調するため、われわれはフラクタル次元とは呼ばず、局所スケーリング次元と呼んでいる。このスケーリング解析の手法を原子核巨大共鳴の理論データに適用した結果について議論する。

2 局所スケーリング次元

強度関数 $S(E)$ は次式で定義される。

$$S(E) = \sum_i S_i \delta(E - E_i + E_0) \tag{1}$$

ここで E_0、E_i は基底状態、i 番目の状態のエネルギーである。S_i は i 番目の状態が励起される強度を表す。強度は $\sum_i S_i = 1$ と規格化されているものとする。

さて、さまざまなエネルギースケールで見たときの強度関数の見え方の特徴を定量化するため、まず次のような量を定義する。考察下のエネルギー領域を同じ幅 ϵ をもつ区間に分け、それぞれの区間に順番に番号をつける。n 番の区間に含まれる強度の合計を p_n とする。（したがって $\sum_n p_n = 1$。）この構成法からわかるように p_n の並びは、エネルギースケール ϵ で強度関数をみたときの強度関数の見え方をあらわす。そこで、p_n の分布を特徴付ける量として、分配関数 $\chi_m(\epsilon)$ を定義する。

$$\chi_m(\epsilon) \equiv \sum_{n=1}^{L} p_n^m = L\langle p_n^m \rangle \tag{2}$$

p_n が区分幅 ϵ による量なので、$\chi_m(\epsilon)$ も ϵ の関数である。

さて、$\chi_m(\epsilon)$ の値自体は、考察下のエネルギー領域をどうとるかによって変化する量なので、異なる強度関数を比較するときに不便である。しかし、ϵ を変化させたとき $\chi_m(\epsilon)$ がどう変化するかは、採用するエネルギー領域によらない固有な意味を持つ。したがって、(マルチ) フラクタル次元にならって、次のような量を定義する。

$$D_m(\epsilon) \equiv \frac{1}{m-1} \frac{\partial \log \chi_m(\epsilon)}{\partial \log \epsilon} \tag{3}$$

もし強度関数が、どのようなエネルギースケールで見ても同じに見えるという（マルチ）フラクタルの性質を持つとき、$D_m(\epsilon)$ は ϵ によらない量となり、（マルチ）フラクタル次元と一致する。一般に強度関数はそのような性質をもたないが、ϵ を変化させたとき $D_m(\epsilon)$ がどのように変化するかは、強度関数の見え方の変化を定量化する指標の 1 つとなりうる。われわれは $D_m(\epsilon)$ を局所スケーリング次元と呼んでいる。

図 1、図 2 に、ローレンツ型強度関数、GOE から得られる強度関数に局所スケーリング次元を適用した結果を示す。ローレンツ型強度関数の場合、小さなエネルギースケールでみるとなめらかに見える。したがって、$D_m(\epsilon)$ は ϵ が 0 に近づくにつれ 1 に近づく。一方大きなエネルギースケールで見ると、あるエネルギーに局在した点に見える。したがって $D_m(\epsilon)$ は ϵ が大きくなるにつれ 0 に近づく。ϵ がちょうどローレンツ型強度関数の幅 Γ に一致するところで、両者の間の急激な遷移が見られる。

GOE から得られる強度関数の場合、小さなエネルギースケールで見ると、はげしいゆらぎが見られるが、大きなエネルギースケールで見ると、ゆらぎが徐々に平均化されてなめらかになる。その結果、対応する局所スケーリング次元 $D_m(\epsilon)$ は、ϵ が大きくなるにつれて徐々に大きくなり、およそ $\epsilon \simeq 100d$（d はレベル間隔）のあたりで 1 とみなしてよいほどになる。

このように、局所スケーリング次元はエネルギースケールによる強度関数の見え方の変化に対する定量的な有益な解釈を与える。さらに、原子核巨大共鳴の強度関数は、小さなエネルギースケールでは GOE 的なゆらぎを示すと考えられているので、巨大共鳴の強度関数の局所スケーリング次元と GOE から得られる強度関数の局所スケーリング次元を比較することによって、巨大共鳴の強度関数はどのエネルギースケールで GOE ゆらぎからずれるかを見積もることができる。このように GOE 強度関数の局所スケーリング次元は他の強度関数を調べる上で有益な参照となる。

3　巨大共鳴への適用

ここでは実際の巨大共鳴の理論計算による強度関数に対して局所スケーリング次元を適用する。対象は ^{40}Ca のアイソスカラーおよびアイソベクトル型巨大四重極共鳴である。計算には 1p1h 状態および 2p2h 状態を含めている（1p1h 状態 34 個、2p2h 状態 4144 個）。図 3 が理論計算による強度関数である。

この強度関数に局所スケーリング次元を適用する。今は強度関数の大局構造には興味がないので、次のように大局構造を差し引いた強度関数 $\bar{S}(E)$ を定義する。

$$\bar{S}(E) \equiv \frac{S(E)}{\tilde{S}(E)}\tilde{\rho}(E) \tag{4}$$

ここで、$\tilde{S}(E)$、$\tilde{\rho}(E)$ はそれぞれスムーズ化した強度関数、スムーズ化したレベル密度を表す（スムーズ幅として 5MeV を採用）。実際にはこの強度関数 $\bar{S}(E)$ に対する局所スケーリング次元を求める。さらに対象とするエネルギー領域をアイソスカラー、アイソベクターとも 20MeV から 30MeV とする。$\bar{S}(E)$ の様子を図 4 に示す。

図 4 に対する局所スケーリング次元を図 5 に示す。図 5 には参照のために GOE 強度関数の局所スケーリング次元 $D_2^{\rm GOE}(\epsilon)$ も載せている。$D_2(\epsilon)$ と $D_2^{\rm GOE}(\epsilon)$ を比較することによって、小さなエネルギースケールでは、アイソスカラー、アイソベクター両者とも巨大共鳴の強度関数のゆらぎは GOE ゆらぎにほぼ一致することがわかる。しかし、$\epsilon^* \simeq 100d$ のあたりで両者ともあきらかに GOE ゆらぎからずれている。これはおおよそ $\epsilon^* \simeq$1.3MeV

に相当する。これはエネルギースケール 1.3MeV あたりに GOE ゆらぎとは異なる何らかの中間構造が存在することを示唆している。

この報告は松尾正之氏（新潟大理）、西崎滋氏（岩手大人社）、鈴木徹氏（都立大理）との共同研究に基づく。

1. *Scaling Analysis of Fluctuating Strength Function*, H. Aiba and M. Matsuo, Phys. Rev. **C60** (1999) 034307.

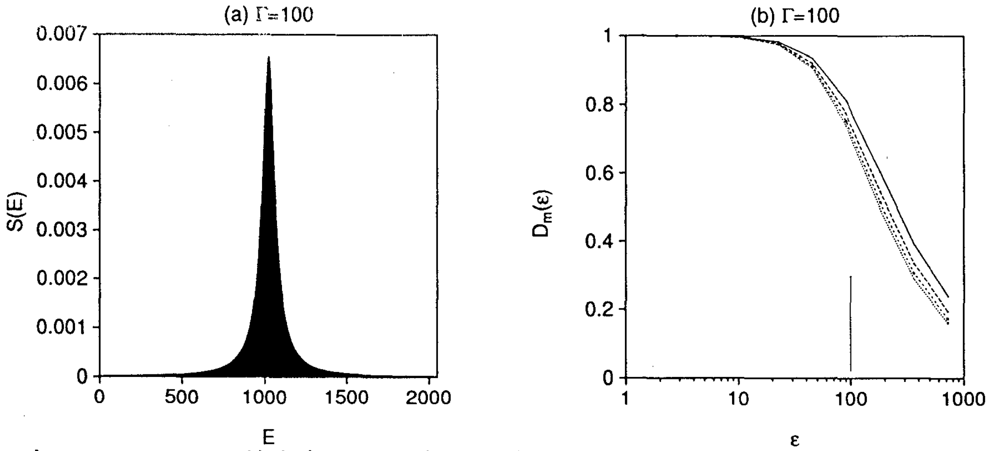

図1　左：ローレンツ型強度関数、右：対応する局所スケーリング次元。上から $D_m(\epsilon)$ $(m = 2, 3, 4, 5)$ を表す。

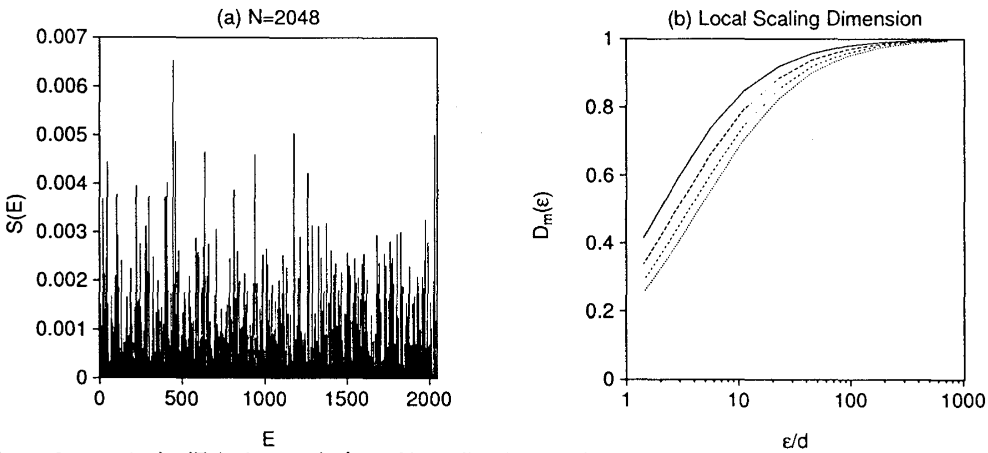

図2　左：GOE から得られる強度関数の典型例、右：対応する局所スケーリング次元（アンサンブル平均の結果）。上から $D_m(\epsilon)$ $(m = 2, 3, 4, 5)$ を表す。

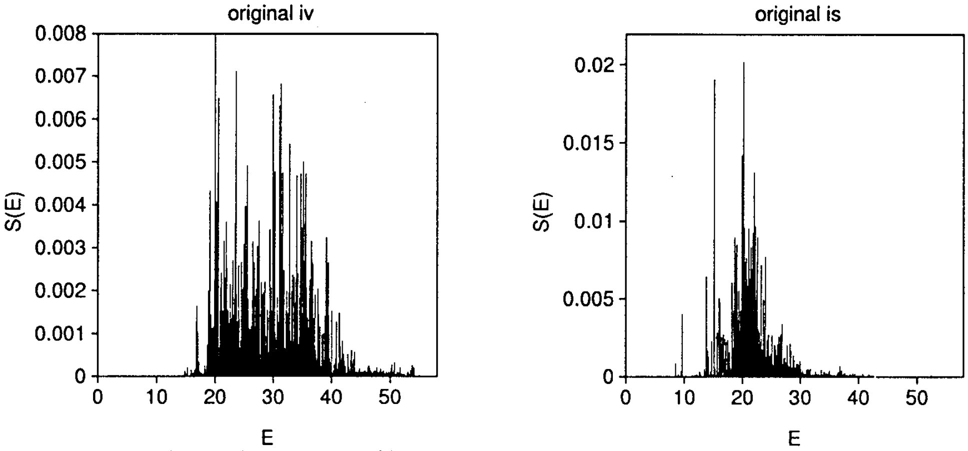

図 3　^{40}Ca 巨大四重極共鳴の理論計算による強度関数。左:アイソベクター型、右：アイソスカラー型。

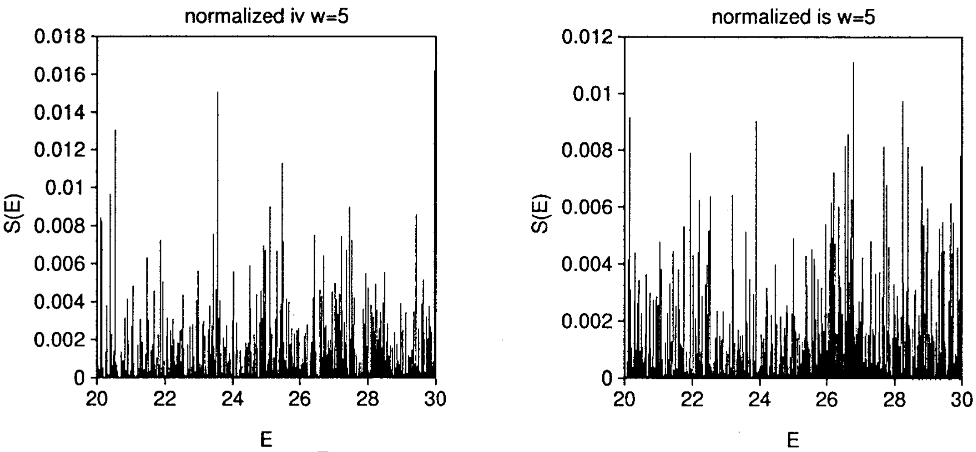

図 4　normalize した強度関数 $\bar{S}(E)$。左：アイソベクター型、右：アイソスカラー型。

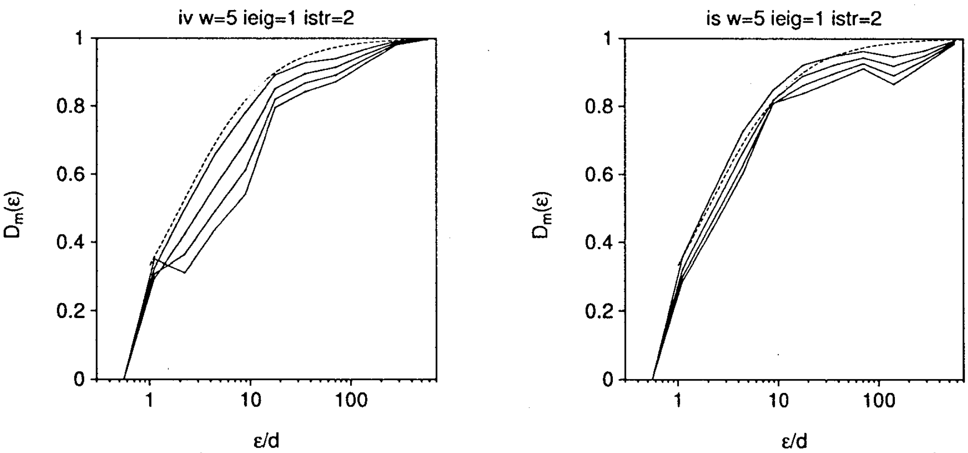

図 5　局所スケーリング次元。左：アイソベクター、右：アイソスカラー。実線は上から $D_m(\epsilon)$ $(m = 2, 3, 4, 5)$ を、点線は $D_m^{\mathrm{GOE}}(\epsilon)$ を表す