有限系における対称性の破れ

専修大学　自然科学研究所　水崎　高浩

強相関電子系の一つである分数量子ホール効果も研究してきた立場から原子核構造という有限量子多体系の特徴について対称性の観点に留意しつつ議論したい。

まず、対象となる原子核とは、高々二百個程度の核子（陽子と中性子）が強い力で相互作用する量子系である。有限系の特徴として、原子核には表面や形があり、表面振動や変形などの自由度が議論の重要なポイントになる。原子核構造という分野は、このような原子核の表面振動や変形の量子論をできるかぎり核力を元にして説明していく試みであるといえる。

もうすこし詳しく原子核という系を見ていこう。原子核の基底状態では、核力の短距離引力という性質から角運動量 J=0 の核子対（クーパー対）が形成され、BCS 的な相関が重要となる。一方、イラスト線を見ていくと、角運動量の増加と共に核子対が壊れ、変形に伴う高速回転により構造が変化してくる。このような状態は、四重極変形を仮定した現象論的なアプローチや変形したキャビティーの古典軌道を考えるなどの半古典的なアプローチで大雑把には理解できる。もちろん、もっと基本的に、微視的な理論で説明することが重要で、SHF や RHF などの理論が作られ、原子核の大きな変形状態は、集団運動として、平均場理論でかなり説明されてきたといえる。

平均場近似で理解できるということは、一つは、大きな角運動量の状態は、多体問題としては易しいことを意味し、もう一方では、対称性の一つである角運動量自体も半古典的に扱いうることを意味する。よく知られているように、原子核のような有限系の形が変形すると、量子力学的には回転する。別の言葉でいえば、変形による対称性の破れを回復するために回転すると考えることができる。大きな変形状態においては、そのような回転対称性を半古典的に扱うことが意味をもち、クランキングという極めて簡単な処方により回転対称性を近似的に平均場理論に組み入れることができる。

次に、平均場理論を越える必要のある原子核の側面をみていこう。原子核の基底状態近傍の励起には、核子の対相関や変形の効果の結果、様々な性質をもつ興味深い状態が表れるので、簡単な平均場近似では表すことができない。また、角運動量が高く、大きく変形する状態は、集団運動だけを表す簡単な相互作用を用いればよいが、原子核の低励起状態の統一的な記述には、そういう近似的な扱いは適当でない。核力から導かれた有効相互作用から出発し、それに含まれる様々な量子状態を正確に解く必要がある。また、回転対称性の観点からも、角運動量が小さいために半古典的な扱いは不適当であり、厳密に角運動量保存を課した理論が必要となる。原子核構造を量子多体問題という観点でみた場合、こういう研究がもっとも困難なものであり、強相関電子系を解く難しさに通ずるものがある。

原子核構造では、このような研究を推し進めるために、1950 年代から今日にいたるまで LANCZOS 法による対角化が行われてきた。また、1990 年代から補助場量子モンテカルロ法が応用された。更に、1990 年代後半、東大のグループにより、モンテカルロ殻模型と呼ばれる方法が開発され、原子核の殻模型による理解が強力に推し進められた。補助場量

子モンテカルロ法は負符号問題のために十分には有効でなかったため、ここでは文献（1）を挙げるのに留め、対角化とモンテカルロ殻模型について簡単に紹介しよう。

LANCZOS 法による対角化は、強相関電子系の研究でもしばしば用いられるものであり、厳密解を知るもっとも簡単な方法である。しかしながら、無限系である電子系では、有限サイズの小さな系での計算しかできないことが大きな問題となる。対角化とサイズスケーリングを組み合わせることで無限系の性質を外挿により引き出すという使われ方が行われている。一方、原子核構造では、有効相互作用を使うことで、p、sd、pf 殻 といったような有限の殻模型空間を現実的なものとして考えることができる。近年の対角化技術の長足の進歩のお蔭で、かなり大きな範囲の現実の原子核構造をカバーすることができるようになった。また、対称性という観点からも、基底の完全系を張る際に完全に満たすことができることも重要であろう。その結果、対角化の方法は、原子核の複雑な低励起状態を表す重要な方法となってきた。

しかしながら、対角化の方法は、当然、適用限界をもっている。有限個の核子の多体問題とはいえ、その模型空間の次元は、すぐに天文学的な数になるためである。そのために、殻模型を解く新しい方法論が必要となる。その方法論では、イラスト以外の励起状態まで解け、角運動量保存を完全に満たす必要があろう。後者は、角運動量射影の方法といわれ、よく知られており、その方法は、文献（2）に詳しく書かれている。しかしながら、その完全な計算が本格的に行われるようになったのは、1990 年代後半からである。このような射影による正しい角運動量の扱いは、平均場を越えた効果であり、低励起状態では極めて重要である。

次に、イラスト以外の励起状態まで様々な性質をもつ量子状態を正確に解くにはどうしたらよいであろうか？一つは、対角化のように基底の重ね合わせで表現することである。基底の重ね合わせという意味では、原子核構造では、集団座標による生成座標の方法と言われる方法が知られており、集団運動に対する近似解を求めることができる。しかし、もっと一般的に殻模型が内包する豊富な量子状態を正確に解くには、余分な仮定を置かずに制限なく解く必要がある。そのために、東大のグループでは、基底の重ね合わせの仕方を、ストカスチックにおこなう方法を開発し、原子核の低励起状態の研究を大きく進展させた。論文（3）に詳しく書かれている。

最後に、強相関電子系における殻模型計算を示したい。分数量子ホール効果の研究の数値的なアプローチの一つとして、殻模型が使える。２次元の平面を球に写像し、球面で数値計算を行う場合である。原子核の言葉でいえば、整数量子ホール効果は、魔法数の物理に対応し、一体問題で理解できるものである。一方、分数量子ホール効果は、開殻の集団運動に対応するもので多体問題を正確に解く必要がある。特に、強相関系では精密に解く必要があり、殻模型で定式化できても原子核で成立するような平均場理論は全く役立たない。しかし、磁束と電子からなる複合粒子を導入すると分数量子ホール効果は複合粒子の整数量子ホール効果としてみることができる。最近の話題として、偶数分母の分数量子ホール効果はどのような性質を持ちうるかに興味がもたれており、我々は、殻模型による対角化でこのような問題に取り組んだ。偶数分母系は、複合フェルミオンで考えると有効磁場がゼロになるので、無磁場中で相互作用しない複合フェルミオン系と考えられる。図１に、１６個の電子系における複合フェルミオンの結果を□で表した。一方、もともとの電

子の問題を解いた結果を●で表した。二つの結果には定量的には差があるのだが、はっきりとした対応があることが見出せる。特に、複合フェルミオンの粒子・空孔励起の数が変わる部分（$L=2L_f+1, 4L_f...$）に着目して欲しい。しかしながら、原子核構造とは異なり、この結果自体が現実と対応するわけではない。複合フェルミオンとの対応から無限系での性質を導く必要がある。

偶数分母の系には、ギャップがあるかどうかが問題になっている。これを調べるには、有限系には有限性故に必ずギャップがあるので、数値計算の結果だけでは何も結論がだせない。そこで、図２に示したように、数値計算の結果を複合フェルミオンから示唆される粒子数の関数で整理することから導かれるサイズスケーリングを考えた。占有数が 1/2 や 1/4 の系の結果は、外挿ではあるが無限系の極限でギャップが無くなることをはっきりと示している。この仕事の詳しい物理的な動機や詳細は文献（４）を参照していただきたい。

本稿では、原子核構造の中でも、もっとも量子多体論的な厳密な扱いが必要となる部分と、強相関電子系の殻模型による扱いを中心に最近の私の仕事を紹介しつつ、原子核とはどういうものであるかを説明した。

本稿のモンテカルロ殻模型の部分は、大塚孝治氏（東大）、本間道雄氏（会津大）との共同研究として、分数量子ホール効果の部分は、小野田勝氏（東大）、青木秀夫氏（東大）、大塚孝治（東大）との共同研究として行われたものである。

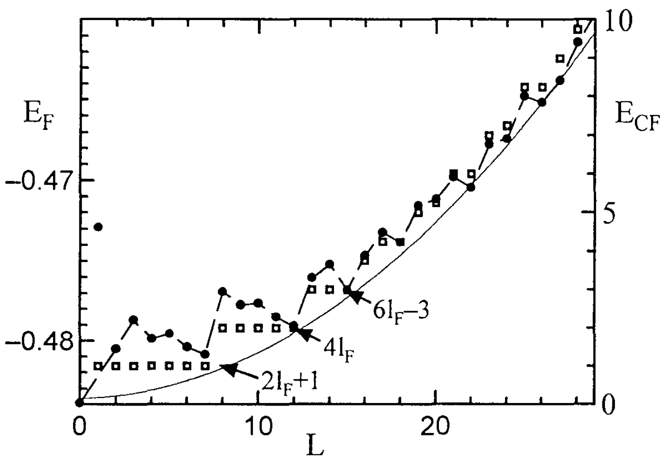

図１

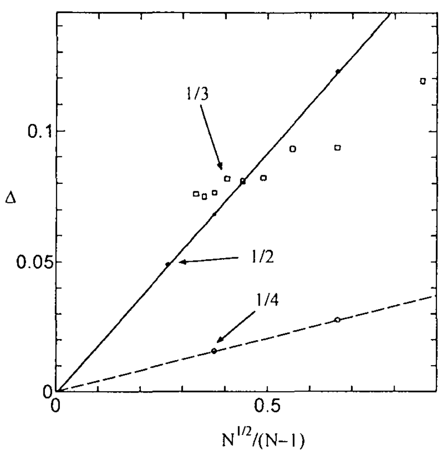

図２

参考文献

1 S. E.Koonin, D. J.Dean, and K.Langanke, Phys.Repts.**577**, 1 (1996).

2 P.Ring and P.Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, (Springer-Verlag, 1980).

3 T. Otsuka, M. Honma,T. Mizusaki, N. Shimizu,and Y. Utsuno, P.P.N.P., **47** (2001) 319.

4 Masaru Onoda, Takahiro Mizusaki, Takaharu Otsuka and Hideo Aoki, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 3942,Physica **B 298**, 173-176 (2001)