ベリー位相と磁性超伝導体

東京大学 工学部物理工学科　村上 修一[1]、永長 直人[2]

量子ホール効果 [1] においては、波動関数の位相、すなわち $\mathbf{k}$ 空間におけるトポロジー [2] が重要な役割を果たしている。こうした波動関数の位相やトポロジーは量子ホール効果だけに限らず、もっと一般的に物性に顔を出すことが認識されつつある。例えば、スピン軌道相互作用やスピンカイラリティによって波動関数に特異なトポロジカルな構造が生じ、それが異常ホール効果につながると考えられている [3]。我々は最近、3次元においてこうした波動関数のトポロジーが超伝導のギャップ関数のトポロジー構造に大きく影響を及ぼし、ギャップ関数の位相や point node に制約を与えることがあることを示した [4]。後述のようにこの現象は、磁性超伝導体の場合にもっとも顕著に現われる [4]。

波動関数のトポロジカルな構造を特徴づけるために、3次元 $\mathbf{k}$-空間でのベクトルポテンシャル $\mathbf{A}_{(n)}(\mathbf{k}) = -i\langle \mathbf{k}n|\nabla_{\mathbf{k}}|\mathbf{k}n\rangle$ を定義する。ここで $|\mathbf{k}n\rangle$ は n 番目のバンドの波動関数である。古典電磁気学と同様フラックス密度は $\mathbf{B}_{(n)}(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}}\times\mathbf{A}_{(n)}(\mathbf{k})$、モノポール密度を $\rho_{(n)}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi}\nabla_{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{B}_{(n)}(\mathbf{k})$ で定義する。簡単な計算により、$\rho_{(n)}(\mathbf{k}) = \sum_l q_{ln}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}_{ln})$ (q_{ln}：整数) と書けることがわかる [2]。モノポールの位置 k_{ln} はバンド同士が交わる点にある [2]。これらの量は一般にはスピンの向きに依存するので、スピン添字 $\alpha =\uparrow,\downarrow$ を付して、$\mathbf{A}_\alpha$、$\mathbf{B}_\alpha$、ρ_α と書くことにする。

超伝導のギャップ関数 $\Delta(\mathbf{k})$ についても、そのトポロジカルな構造を特徴づける量として上と同様に $\mathbf{A}^\Delta(\mathbf{k}) = -\nabla_{\mathbf{k}}\mathrm{Im}\ln\Delta(\mathbf{k}) = -\nabla_{\mathbf{k}}\arg\Delta(\mathbf{k})$、$\mathbf{B}^\Delta = \nabla_{\mathbf{k}}\times\mathbf{A}^\Delta(\mathbf{k})$、$\rho^\Delta(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi}\nabla_{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{B}^\Delta(\mathbf{k})$ と定義する。これが定義されるためには $\Delta(\mathbf{k})$ がブリルアンゾーンのほぼ全域で0にならないことを仮定している。この仮定は実は本質的ではなく、これをなくしても結論として出て来る物理は変更を受けないが、説明の便宜上この仮定をしておくことにする。我々が示したのは、

$$\rho^\Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \rho_\alpha(\mathbf{k}) - \rho_\beta(-\mathbf{k}) \tag{1}$$

つまり波動関数のトポロジカルな構造がギャップ関数のそれを完全に決定し、これは引力相互作用の詳細によらない。特に上の(1)から、時間反転対称性が破れていない(非磁性)場合は $\rho^\Delta = 0$ が分かる。即ちギャップ関数のモノポールが現われるためには磁性超伝導体でなければならない。また平行スピンペアリング ($\Delta_{\uparrow\uparrow}$) の場合は更に空間反転対称性も破れている必要がある。

次に $\mathbf{B}^\Delta(\mathbf{k})$ および $\mathbf{B}(\mathbf{k})$ の分布について考える。$\mathbf{B}^\Delta(\mathbf{k}) = -\nabla_{\mathbf{k}}\times\nabla_{\mathbf{k}}\arg\Delta(\mathbf{k})$ は $\Delta=0$ の時のみ nonzero になる。つまり $\mathrm{Re}\Delta = \mathrm{Im}\Delta = 0$ で定まる $\mathbf{k}$ 空間内の曲線上にのみ値が存在していて、Dirac string のように、モノポールから始まってアンチモノポールで終わる (図1(b))。この

[1] E-mail: murakami@appi.t.u-tokyo.ac.jp
[2] E-mail: nagaosa@appi.t.u-tokyo.ac.jp

分布は、$\mathbf{B}(\mathbf{k})$ のそれ (図 1(a)) と好対照をなす。この "Dirac string" の周りでは Δ の位相が 2π 回っており、この string とフェルミ面との交点が point node であるが、これは unconventional な超伝導体でよく見られる point node そのものである。他方 line node は $\mathrm{Re}\Delta$ と $\mathrm{Im}\Delta$ とが共通因数 $f(\mathbf{k})$ を持ち $\Delta(\mathbf{k}) = 0$ になる $\mathbf{k}$ が面をなす場合に対応するが (するとフェルミ面との交点は線になる)、これは $\mathbf{B}^{\Delta}(\mathbf{k})$ には反映されない [4]。即ち $\mathbf{B}^{\Delta}(\mathbf{k})$ は point node の情報のみを持っている事になる。

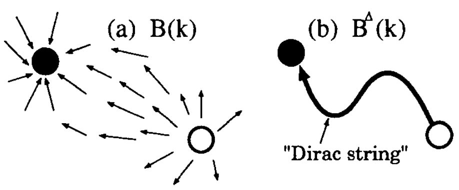

図 1: (a) $\mathbf{B}(\mathbf{k})$ と (b) $\mathbf{B}^{\Delta}(\mathbf{k})$ の $\mathbf{k}$ 空間での分布。○及び●はモノポールおよびアンチモノポール。

非磁性超伝導では前述のように $\rho^{\Delta}(\mathbf{k}) = 0$ つまりモノポールが存在しない。しかし "Dirac string" は存在できて、必然的にループをなすことになる。一方磁性超伝導体ではモノポールがあるために、バンド構造によっては面白い現象が起こる場合がある。ここで注意すべき事は、正常状態でのバンド構造がわかれば $\rho^{\Delta}(\mathbf{k})$ が分かる一方、$\mathbf{B}^{\Delta}(\mathbf{k})$ は引力相互作用に依存するため決まらない事である。(それでもギャップ関数のノードについてある程度のことが分かる。) 例えばあるフェルミ面が囲む $\Delta(\mathbf{k})$ のモノポールの総数がゼロでない場合、"Dirac string" はどこかでこのフェルミ面を貫くことになり、そこに point node ができる。これはトポロジー起源の point node と解釈できる。またこうした場合は、フェルミ面上でギャップ関数が単一関数で書けない。代わりにフェルミ面を複数の領域に分けて、各領域で別個にギャップ関数が書かれるような恰好になる。２つの領域の境界では、両領域でのギャップ関数は、位相因子 (つまりゲージ) のみ異なる。

こうした超伝導ギャップ関数のトポロジカルな性質は、フェルミ面内のモノポールの数が整数に量子化されていることから来ており、これは相互作用を断熱的にいれていっても、相互作用の強さがある程度強くならない限りずっと保たれるものである。

実際の物質においてもこうした非自明なトポロジー構造は頻繁に現われると予想される。超伝導のギャップ関数については、磁性超伝導体のなかで (i) 平行スピンペアリングでかつ空間反転対称性が破れているもの、(ii) 反平行スピンペアリングのもの、に見られると対称性から予想されるが、実際にそれが現われるかどうかはバンド構造によるため、今後の研究が待たれる。

参考文献

[1] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale, and M. den Nijs, Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982); M. Kohmoto, Ann. Phys. (NY) **160**, 343 (1985).

[2] M. V. Berry, Proc. R. Soc. Lond. A **392**, 45 (1984); G. E. Volovik, JETP Lett. **46**, 98 (1987).

[3] K. Ohgushi, S. Murakami and N. Nagaosa, Phys. Rev. B **62**, R6065 (2000); Y. Taguchi *et al.*, Science **291**, 2573 (2001).

[4] S. Murakami and N. Nagaosa, cond-mat/0209001.