

Chaos 的動力学による量子論的絡み合いの生成¹

東京都立大学 大学院理学研究科物理学専攻 田中篤司
 分子科学研究所 理論研究系 藤崎弘士
 東京理科大学 理工学部情報科学科 宮寺隆之

一般に、量子系を記述する状態は、それを構成する部分間に統計的な相関を持つ状態です。この相関は、純粋状態、すなわち、自然の原理（この場合は量子論）に反しない範囲で統計的な不確かさを排除した場合でさえ（再び、一般に）残留します。この残留する相関は、量子論的絡み合い（quantum entanglement, EPR 相関）[3] と呼ばれます。純粋状態における、二つの要素間の絡み合いの有無の判定は、Bell の不等式 [4] を基準とします。さらに、この判定は、部分系への分割 [5] を指定することで、量子論の枠内で遂行できます。量子系の分割が、全系の Hilbert 空間を部分系の Hilbert 空間の直積空間とすることで指定できることを用いると、絡み合いの無い状態（可分離状態, separable state）は、その直積に対して積状態であるものです。一方、絡み合い状態は、積状態以外のものです [6]。絡み合いは量子論特有のものです。奇妙なことに、絡み合いは、量子干渉の破壊による“古典化” [7] に必須です。古典化する対象と、その“環境”が絡み合うことで古典化が進行します。この古典化の scenario において、絡み合いは量子動力学により生成されます。それゆえ、どのような量子動力学が絡み合いを促進・抑制するかは重要な問題です。

量子動力学の定性的な区分が、対応する古典動力学の区分であるところの規則的・chaos 的を継承することは、ここ 20 年ほどの量子 chaos の研究により確立されてきたことです [8]。本講演では、この量子動力学の定性的な区分と、絡み合いの量子動力学による生成との対応について報告しました [1, 2]。

Chaos 的な動力学, 対, 規則的な動力学: 幾つかの数値実験において、chaos 的な系は、規則的な系に較べて、絡み合いを促進することが報告されています [9, 10, 11, 12] (例外は、文献 [10, 13] を参照)。このことは、固有関数の相空間での拡がりかたから理解できます。規則的な系の固有関数を相空間表示で見ると、torus による障壁間に局在します。他方、chaos 的な系の固有関数は、動的局在を持つものの、規則的な系に較べて、著しく拡がっています。これを時間発展の言葉に焼き直せば、量子動力学に“関与する Hilbert 空間の次元”は、規則系よりも chaos 系の方が著しく大きい。とまとめることができます。全系が純粋状態の場合の、絡み合いの強さの尺度である、部分系の von Neumann entropy は、およそ、この“関与する Hilbert 空間の次元”の対数になっています (cf. 文献 [10])。

弱い chaos, 対, 強い chaos: 上の結論は、次の疑問を動機付けます: chaos 系において、chaos を強くすることは、絡み合いを促進するか? Miller と Sarkar [14] の数値実験は、一見、この疑問への肯定的な回答の証拠に見えます。しかしながら、彼等の報告は、torus と chaotic sea の混在する、弱い chaos 領域 (mixed phase space) に関するもので、その理論的な正当化は不在のままでした。我々は、部分系の結合が弱い量子写像系において、絡み合いの生成率を調べました。ここでは、線型応答理論類似の絡み合い生成率の評価と、現象論的な議論を組み合わせることにより、

¹量子カオス: 理論と実験の現状 (京都大学基礎物理学研究所, 2002 年 9 月 9 日 ~ 11 日), 9 月 11 日講演より。本講演は、文献 [1, 2] の議論を中心としたものでした。

chaos を強くする極限で絡み合いの生成率が飽和することを示しました。同時に、このことは数値実験により確認されました。さらに、我々の解析的な議論は、flow の系において、上の疑問とは完全に逆説的な結論を導きます。すなわち、強い chaos の極限で、chaos は絡み合いを抑圧します [1, 2]。この点は、まだ、数値実験によっては確認されていません。しかしながら、Prosen らによって、我々のものと類似の scenario の下での、ある種の量子緩和現象の chaos による抑圧が報告されています [15]。

また、ここでは詳細を省きますが、我々の議論は、Miller と Sarkar の数値実験 [14] が示唆した、弱い chaos 領域における、chaos による絡み合いの促進に対する説明を与えることを付言しておきます [2]。

参考文献

- [1] Atushi Tanaka, Hiroshi Fujisaki and Takayuki Miyadera, *Saturation of the production of quantum entanglement between weakly coupled mapping systems in a strongly chaotic region*, Phys. Rev. E **66** (2002), 045201(R).
- [2] Hiroshi Fujisaki, Takayuki Miyadera and Atushi Tanaka, *Dynamical aspects of quantum entanglement for weakly coupled kicked tops*, 投稿準備中.
- [3] E. Schrödinger, Proc. Camb. Phil. Soc. **31**, 555 (1935).
- [4] J.S. Bell, Physics **1** 195 (1964).
- [5] Atushi Tanaka, in *Quantum Coherence and Decoherence*, ed. K. Fujikawa and Y.A. Ono, Elsevier, p.351 (1996).
- [6] N. Gisin and A. Peres, Phys. Lett. A **162** 15–17 (1992).
- [7] D. Giulini et al., *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory* (Springer, Berlin, 1996); W. H. Zurek, e-print quant-ph/0105127 およびそれらの引用文献.
- [8] 本研究会 (量子カオス: 理論と実験の現状) の報告集, およびその引用文献.
- [9] S. Adachi, in *Proceedings of ISKIT '92*, edited by I. Tsuda and K. Takahashi, (ISIP, Iizuka, 1992), p. 76.
- [10] A. Tanaka, J. Phys. A: Math. Gen. **29**, 5475 (1996).
- [11] M. Sakagami, H. Kubotani, and T. Okamura, Prog. Theo. Phys. **95**, 703 (1996).
- [12] K. Furuya, M. C. Nemes, and G. Q. Pellegrino, Phys. Rev. Lett. **80**, 5524 (1998).
- [13] R. M. Angelo et al., Phys. Rev. E **60**, 5407 (1999).
- [14] P.A. Miller and S. Sarkar, Phys. Rev. E **60**, 1542 (1999).
- [15] T. Prosen, Phys. Rev. E **65**, 036208 (2002); T. Prosen and M. Žnidarič, J. Phys. A: Math. Gen. **35**, 1455 (2002); M. Žnidarič and T. Prosen, e-print quant-ph/0209145.