

量子1次元系の有限温度の輸送現象に対する 共形場理論からのアプローチ

京都大学 理学部 藤本 聡¹

量子1次元系の有限温度における輸送特性は、高次元系にくらべて著しく異常な振舞をすることが知られている。特に、Zotos等によって指摘されたように、量子1次元可積分系では、非自明な保存則のために、有限温度で有限のドルーデ重みが存在し、全カレントが保存しない系であっても輸送特性は弾道的になる。[1, 2, 3] ここでドルーデ重みとは伝導度を、 $\sigma(\omega) = \pi D(T)\delta(\omega) + (\text{regular part})$ と表したときの振動数0での異常部分の重み、 $D(T)$ である。Zotos等の元々の主張は可積分系に限ったものであったが、その後の数値的な研究で、非可積分な摂動が加わった場合でも、ある種の条件下では、有限温度のドルーデ重みが消えずに残る場合があることが指摘されており、可積分性が必ずしも必要条件では無いことが示唆されている。[4] しかしながら、有限温度のドルーデ重みと非可積分な摂動との関係は現時点では十分に理解されていない。本研究の目的は、この問題について、ボゾン化法、共形場理論等の低エネルギー有効理論に基づいて考察することである。[5]

話を具体的にするために、ラッティンジャー液体の低エネルギー固定点を有する1成分系に可積分性を壊す摂動が加わったモデルを考える。ただし、この摂動は絶対零度におけるラッティンジャー液体の固定点を壊さないものとする。ハミルトニアンは、 $H = H_G + H'$ で表され、 H_G は $c = 1$ のガウシアン・モデルのハミルトニアンであり、 H' は低エネルギーで irrelevant であるが可積分性を壊す摂動項である。以下では、全カレント、 $J = -\int dx \sqrt{K} \partial_t \phi / \sqrt{\pi}$ (ϕ はボゾン場、 K はラッティンジャー液体パラメーター) が摂動項によって保存せず、輸送特性が非自明な場合のみを考える。例えば、複数の振動数を有するコサイン型相互作用、 $H' = \int dx \sum_n [g_n \cos(\beta_n \phi(x)) + g'_n \cos(\gamma_n \theta(x))]$ の場合、系は非可積分で、かつ全カレントは保存しない。まず、有限温度のドルーデ重みの存在の有無を、Zotos等にならって、Mazur不等式を用いて調べる。Mazur不等式はドルーデ重みの下限値を非自明な保存量で与えるものである。今の場合、非自明な保存量は以下のようにして得られる。まず、周期境界条件を課したシステム・サイズ L の系における、空間並進の演算子が、 $I \equiv (2\pi/L)(L_0 - \bar{L}_0)$ で与えられることに注意する。ここで、 L_n, \bar{L}_n はヴィラソロ代数の生成子である。任意の primary 場、及びその descendant 場で表された局所的な場、 $O(x)$ (x は空間座標) に対して、 $[I, O(x)] = -i\partial_x O(x)$ が成り立つ。ただし、 $O(x)$ には x についてのなんらかの c -数の関数 $f(x)$ が含まれていないものとする。従って、摂動項 H' が局所的な共形場で表されているならば、 $[I, H] = 0$ が成立し、 I は非自明な保存量である。 $c = 1$ の場合、 I は $I = v \int dx \partial_x \theta(x) \partial_x \phi(x)$ と表され、これは上記のヴィラソロ生成子の自由場表現に他ならない。この保存則は系の並進不変性を意味するので、輸送特性が自明ではないかと思われるかも知れないが、上記で定義された全カレント J

¹ E-mail: fuji@sphys.kyoto-u.ac.jp

はハミルトニアンとは非可換であり、 $P = I + p_F J / K$ で定義される全運動量は保存されないので輸送特性は非自明である。Mazur 不等式によるとドルーデ重みの下限は、 $D(T) \geq \langle JI \rangle^2 / (LT \langle I^2 \rangle)$ 、で与えられる。この下限値は外場、 $-h\partial_x \phi$ が存在する場合には有限になることを一般的に示すことができる。この外場は、スピン系ならば磁場であり、フェルミオン系ならば化学ポテンシャルを意味する。従って、低エネルギー極限で並進不変性が回復し、ラッティンジャー液体の固定点を有する量子 1 次元系では、上述の意味での外場が存在する時、たとえ系が非可積分で、全カレントが保存しなくても有限温度のドルーデ重みが存在する。また、ストレス・テンソル $T(z, \bar{z})$ の保存則から容易に示されるように、 vI は H_G の全エネルギー・カレントに等しい。摂動 H' がエネルギー・カレントの表式を変更しない場合（多くのスピン鎖系、スピン梯子系ではこれが成り立つ）、 I の保存則はエネルギー・カレントが保存されることを意味している。つまり、熱カレントのドルーデ重みも有限である。

さらに外場が無い場合には、久保公式で与えられた輸送係数を摂動項についての展開で無限次まで調べることによって、やはり、あるクラスの非可積分系において有限温度のドルーデ重みが存在し、全カレントが保存されないにも関わらず、有限温度の輸送特性が弾道的であることを示すことができる。

また、この摂動的な議論を $s = 1/2$ 量子ハイゼンベルグ XXZ 鎖に適用して、ドルーデ重みの低温度での主要項を厳密に求めた。得られた結果は、最近の Alvarez 等による量子モンテカルロ計算の結果 [6] と良く一致している。

なお、本研究は川上則雄氏との共同研究によるものである。

参考文献

- [1] H. Castella, X. Zotos, and P. Prelovsek, Phys. Rev. Lett. **74**, 972 (1995); X. Zotos and P. Prelovsek, Phys. Rev. **B53**, 983 (1996); X. Zotos, F. Naef, and P. Prelovsek, Phys. Rev. **B55**, 11029 (1997).
- [2] X. Zotos, Phys. Rev. Lett. **82**, 1764 (1999).
- [3] S. Fujimoto and N. Kawakami, J. Phys. A **31**, 465 (1998); S. Fujimoto, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 2810 (1999).
- [4] B. N. Narozhny, A. J. Millis, and N. Andrei, Phys. Rev. **B58**, 2921 (1998); T. Prosen, Phys. Rev. Lett. **80**, 1808 (1998); S. Kirchner, H. G. Evertz, and W. Hanke, Phys. Rev. **B59**, 1825 (1999).
- [5] S. Fujimoto and N. Kawakami, cond-mat/0301253.
- [6] J. V. Alvarez and C. Gros, Phys. Rev. Lett. **88**, 077203.