金融市場における平衡期間と平衡外期間について

山崎 和子*

Abstract

[4] で示された、「平衡外期間」では、取引数量が大きい売買が行なわれていることを示し、簡単なランダムフライトモデルで同様のことを再現した。また、市場での大きな変動は、平衡外期間で起こる確率が高いことを示した。

1 はじめに

現在経済物理の分野では、データの実証分析が主流となっている。しかし、ややもすると、現象論的説明で終ってしまうことが多い。当初は、経済データの巾乗分布の原因および相転移との関係 [3, 2] が多くの人の興味を惹きつけたのであるが、[4, 1] は久ぶりにそれを直接的に言及した論文である。
[4] は、ニューヨーク株式市場 (NYSE)1995 年〜1996 年のデータを用いて、超過需要に相当する量の条件付分布を計算した。そして、分布が 1 つの極値を持つ時間帯 (平衡期間 equilibrium phase) と分布が 2 つの極値を持つ時間帯 (平衡外期間 out-of-equilibrium phase) が取引時間内に存在することを示した。さらに、コントロールパラメータの臨界点を境として、オーダーパラメータが 0 の状態と有限の値をとる状態が出現する相転移と類似性を指摘した。その論文に対して以下のような問題意識を持った。

1. 平衡外期間では何が起こっているのか？
2. 通常の相転移ではコントロールパラメータとオーダーパラメータとは独立した量である。しかし、ここではコントロールパラメータはオーダーパラメータの揺らぎの大きさを表す。揺らぎが大きい時に分布が幅広くなるのが通常であるが、条件が満たされれば、2 つの極値を持つ分布が比較的簡単に得られるのではないか?。
3. 市場の急騰急落などの重要な事件は平衡外期間で起きるのか？

それで、NYSE 2001 年〜2002 年のデータを用いてこれらを調べた。$2 で、[4] と同様の方法で、超過需要に相当する量の条件付分布を計算し、平衡期間と平衡外期間を抽出する。$3 で、1. 平衡外期間では何が起こっているのかを調べる。$4 で、簡単なシミュレーションを行ない 2. を調べる。$5 で、3. 市場の急騰急落などの重要な事件は平衡外期間で起きるのかを調べる。

*東京情報大学 環境情報学科 yamasaki@rsch.tuis.ac.jp

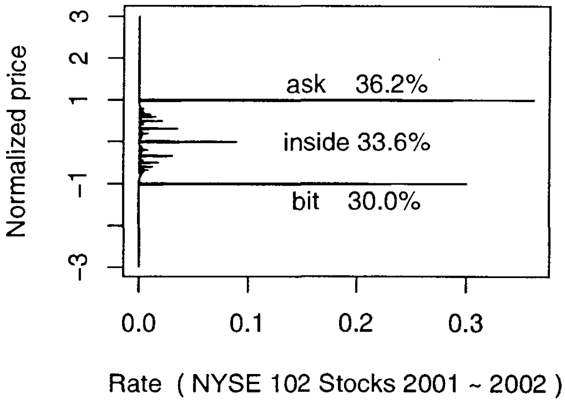

Figure 1: アスクビッドスプレッドと取引価格

2 平衡期間と平衡外期間の抽出

[4] と同様の方法で、1 つの極値を持つ分布 (平衡期間) および。2 つの極値を持つ分布 (平衡外期間) を抽出する。NYSE の TAQ データベースは、アスクビッドスプレッドのデータと取引のデータを含む。一般に、市場での取引は、アスク（売注文）の最低値とビッ（買注文）の最高値のいずれかに新しい売又は買注文がぶつけられて取引が成立する。成立した取引より以前で最も新しい最低アスクと最高ビッドを (1,-1) で表し、取引値をスケールすると、図 1 のようになる。36.2%がアスク、30.6%がビッド、33.6%がその中間の値段で取引が行われている。この取引が、買い優勢の取引か売り優勢の取引を表す量 a を次のように定義する。

$$a = \begin{cases} 1 & p > (ask - bid)/2 \\ 0 & p = (ask - bid)/2 \\ -1 & p < (ask - bid)/2 \end{cases}$$

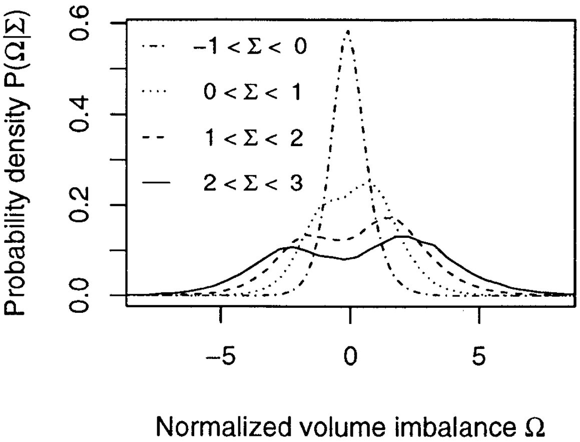

Figure 2: 超過需要の条件つき分布
条件により 1 つ又は 2 つの極値を持つ

ここで p は，取引価格である．この a を単位時間内の取引について加算した量 Φ およびその 1 次モーメント σ は以下のように定義され、単位時間内の取引回数ベースの不均衡 (number imbalance) を表す。

$$\Phi(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} a_i$$

$$\sigma(t) = < |a_i - < a_i >_t | >_t$$

ここで、$N(t)$ は時刻 t において単位時間内の取引回数、a_i は取引 i の a、また、$<>_t$ は時刻 t において単位時間内での平均を表す。単位時間内の取引について a と取引数量を掛けて加算した量 Ω およびその 1 次モーメント Σ は以下のように定義され、単位時間内の出来高ベースの不均衡（volume imbalance）あるいは超過需要を表す。

$$\Omega(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} q_i a_i$$

$$\Sigma(t) = < |q_i a_i - < q_i a_i >_t | >_t$$

ここで、q_i は取引 i の取引数量を表す。NYSE 全銘柄のうち 2002 年の出来高の多い 102 銘柄を選び、それらのデータについて、15 分間当たりの上記の量を計算した。それぞれの銘柄で、全期間で平均が 0、標準偏差が 1 になるようにスケールし用いた。[1]

[1] Ω、Σ については、2 次モーメントが発散することが予想されるため、1 次モーメント、$< |\Omega(t) - < \Omega(t) > | >$、$< |\Sigma(t) - < \Sigma(t) > | >$ が 1 となるようにスケールした。ここで $<>$ は、銘柄ごと全データでの平均を意味する。

[4] と同様に、Σ が与えられた時の Ω の条件つき確率を調べてみると、Σ のある値以上で 2 つの極値を持つ分布が得られる。

3　平衡外期間で何が起こっている？

これを調べるために、Σ と様々な量との相関を調べてみた。Ω は取引数量 q、売または買優勢を表す量 a、単位時間当たりの取引回数 N に関しており Σ がそれらと相関が高くなることは充分予想される。表 1 にその結果を示す。Σ は取引回数との相関は高くなく、取引数量との相関が高いことがわかる。
これを詳しくみるために、それぞれの量について、Σ が与えられた時の条件つき分布を調べてみた。図 3 左に示すように、Σ が大きい時には、1 取引当たりの取引数量も大きいことがわかる。図 3 右に示すように、Σ が大きい時、取引回数はあまり変化なくむしろ若干小さくなる傾向がある。これより、2 つの極値の分布は、機関投資家の大きな売買数量の取引によっていることが推測される。

4　シミュレーション

例えば、多数の粒子の協力現象の結果生じる強磁性体の相転移では、コントロールパラメータ (温度) とオーダーパラメータ (磁化) とは独立した量である。それと比較して、ここではコントロールパラメータ (Σ) はオーダーパラメータ (Ω) の揺らぎの大きさを表す。揺らぎが大きい時に分布が幅広くなるのが通常であるが、(比較的簡単な) 条件が満たされれば、2 つの極値の分布が得られることは、充分考えられる。
これを簡単なシミュレーションで示す。表のように，a, q, N の分布をそれぞれ 2 種類づつ与え，計 8 通りのランダムフライトによる実験をした。

a	random 1,-1	Normal(0,1)
q	power law $q^{-1.5}$	Normal(10,3)
N	power law $N^{-3.4}$	Normal(10,3)

ランダムフライトであるので、実際の時系列のような自己相関はどの量にもないが、図 4 に示すように、取引数量が巾乗分布の時のみ、Ω は 2 つの極値を示す。

5　大きな変動は平衡外期間で起きるか?

市場の急騰急落は平衡外期間で起きるのか、別の言い方をすれば、平衡期間と平衡外期間に分けることに意味があるのか？これを調べるためにまず収益率の絶対値と様々な量との相関を調べてみた。表 1 これらの値で特に大きな相関を持つ量はなかった。
しかし、実際に重要なのは、大部分の時間を占める通常の価格変動ではなく、まれに起こる価格の大きな変動、急落や急騰である。その為に、102 銘柄それぞれに

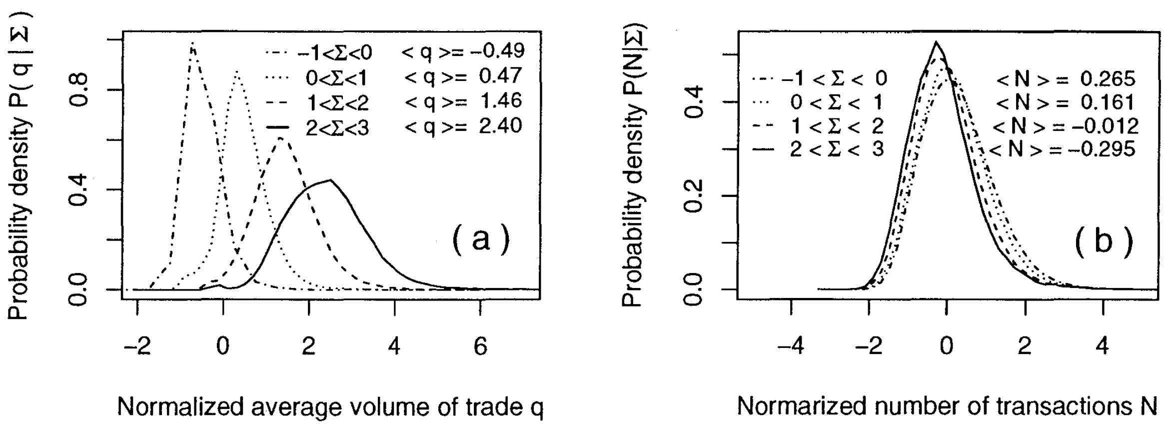

Figure 3: 取引数量の条件付分布と取引回数の条件付分布

つき、1 日当り 26 区間、2 年間約 400 日 (102*26*400) 個のデータを収益率の絶対値でソートし、99.9 パーセンタイル、99 パーセントタイル、 90 パーセントタイルの値を境としてデータを 4 つの集合に分け、その集合ごとに分布を調べた。

際だった特徴は、取引数量に関する量 (例えば Σ) が 4 つの集合間で大きな差があるのに対して、それ以外の量、取引回数、σ などは、あまり差がみられなかった。Σ および σ の、収益率の絶対値との相関は、0.120 および 0.202 であり、若干 σ の方が相関が大きい。しかし、図 5 に見るように、まれに起こる大きな変動は、Σ とより深く関係している。[2]

6 まとめ

「経済データの巾乗分布の原因および相転移との関係」は、経済物理に多くの人の興味を惹きつけた問題であった。しかし、最近は現象論的データ分析で満足してしまう傾向がしばしば見られる。[4, 1] は久ぶりにそれを直接的に言及した論文である。

この論文では超過需要に相当する量の条件付分布が、条件により、1 つの極値を持つ (平衡的ふるまい) 時と 2 つの極値を持つ (平衡外のふるまい) 時があることを、[4] と同様の方法を用い、最近のデータで示した。さらに、 2 つの極値を持つ平衡外のふるまいについてその原因を調べた。そして、

(1) 明らかに、1 回の取引数量の大きな取引、つまり、機関投資家などの大きなファンドの取引が原因となっていることを示した。

(2) 取引数量の大きな取引がこの平衡外のふるまいの原因となっていることは、ランダムフライトの簡単なシミュレーションでも示すことができる。

(3) また、まれに起こる大きな変動は、取引数量の大きな取引と関係しており、この平衡外の時間帯に起こる確率が高いことを示した。

この論文では、結果的に、株式市場における機関投資家の存在の重要性を強調したことになったが、これは、[1] で、収益率の巾指数の値を説明するのに、大きな機関投資家の存在が大きな役割を果たしていることとも一致する。さらに、為替市場などのように、大きな投資家の影響は (市場が巨大であるために) 小さいと言われている市場でどのようになるか興味深いところである。また、平衡外期間における不安定性は、多数の粒子の協力現象の結果生じる強磁性体の相転移などとは、その性質が異なることが予想されこれも興味深いところである。

[2] 単位時間内の収益率の絶対値のかわりに、その単位時間が属する日のその銘柄の最大値と最小値との差を用いても、結果は全く同じである。

References

[1] X. Gabaix, P. Gopikrishnan, V. Plerou, and H. E. Stanley. A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, 423.

[2] P. Gopikrishman, V. Plerou, X. Gabaix, and E. Stanley. Statistical properties of share volume traded in financial markets. *Phys.Rev.E*, 62(4):4493–4496, 2000.

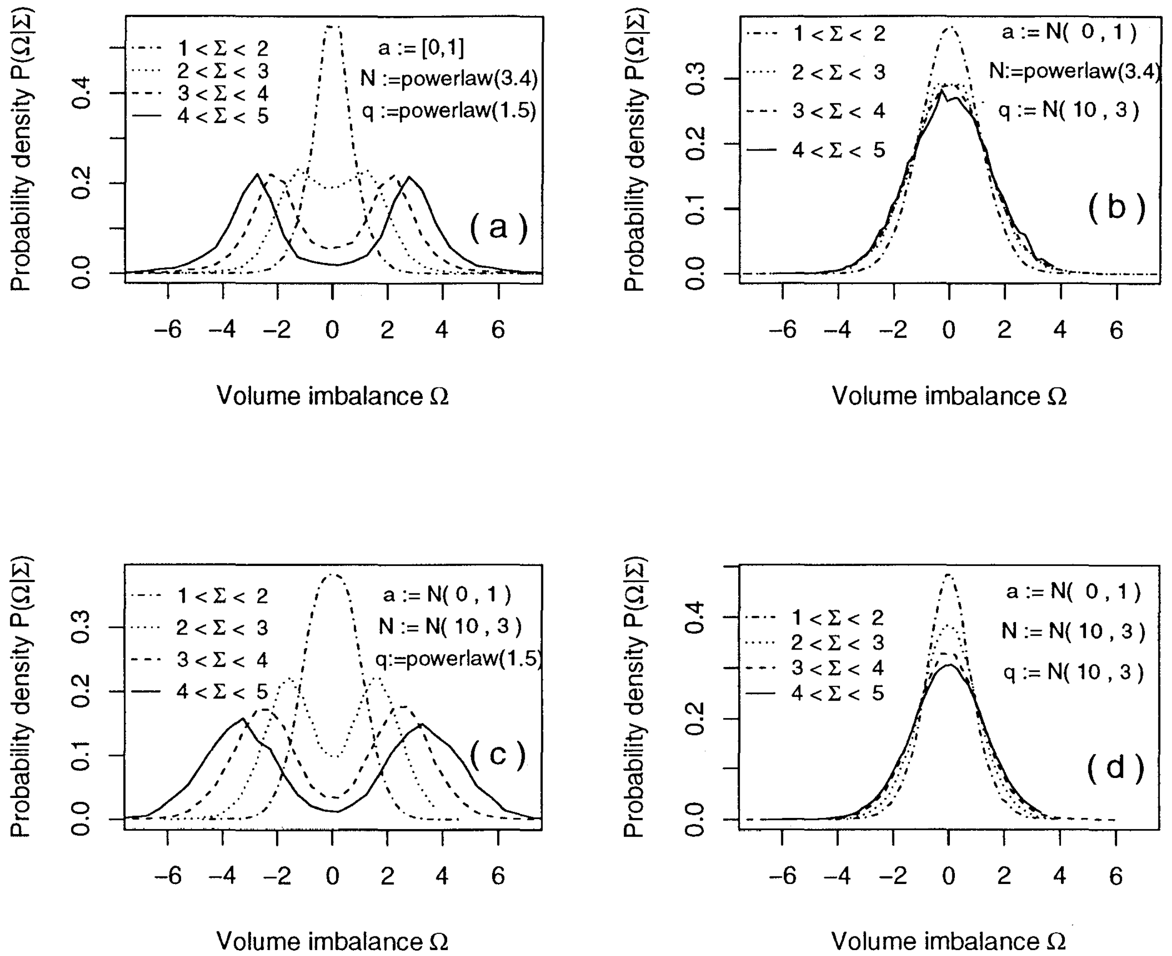

Figure 4: a, q, N の分布を与えたランダムフライトのシミュレーション

Table 1: 様々な量の相関

	$\|return\|$	max-min	N	q	v	Σ	σ
$\|return\|$	1.000	0.262	0.101	0.202	0.203	0.111	0.107
max-min	-	1.000	0.179	0.207	0.265	0.120	0.202
N	-	-	1.000	0.030	0.393	0.008	0.503
q	-	-	-	1.000	0.694	0.688	0.139
v	-	-	-	-	1.000	0.516	0.230
Σ	-	-	-	-	-	1.000	0.081
σ	-	-	-	-	-	-	1.000

ここで、単位時間内の出来高を $v(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} q_i$、単位時間内の取引数量の平均を $q(t) = 1/N_t \sum_{i=1}^{N(t)} q_i$ とした。

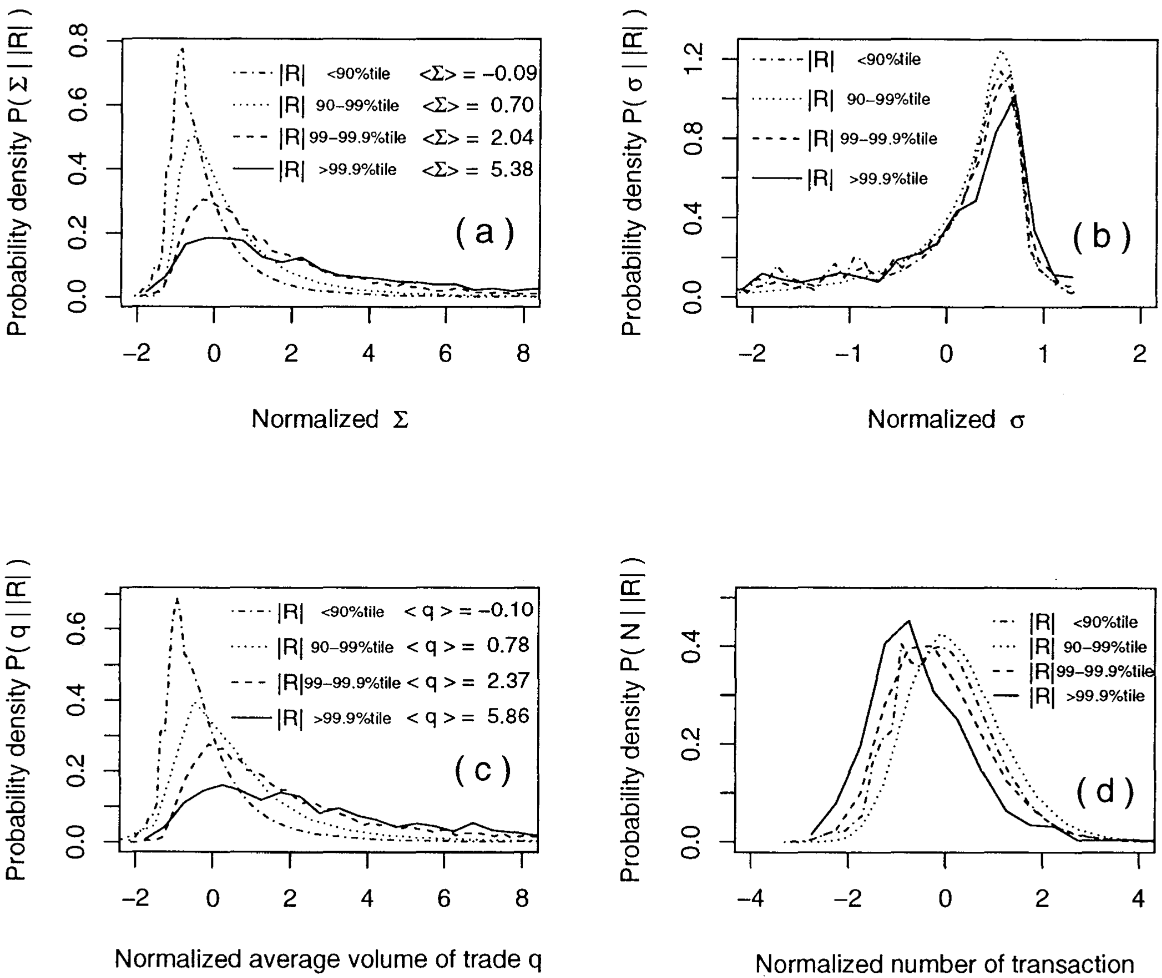

Figure 5: 収益率の絶対値の非常に大きい時の取引数量、取引回数、Σ、σ

[3] R. Mantegna and E. Stanley. Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, 376.

[4] V. Plerou, P. Gopikrishnan, and H. E. Stanley. Two-phase behavior of financial markets. *Nature*, 421.