

火山現象のモデルと噴火タイプ

東京大学 地震研 小屋口剛博¹

我々は、火山噴火には様々な「タイプ」があることを経験的に知っており、それに基づいて博物学的に噴火タイプの分類を行っている。このような博物学的分類を可能にする根拠は、マグマの上昇という物理過程に内在する数理的な構造が、定性的に識別可能ないくつかのレジームに分かれる、という事実によっている。本稿では、(1) 爆発的噴火タイプと非爆発的噴火タイプに分かれる、(2) 噴煙上昇と火砕流の発生という噴火タイプに分かれる、という2つ問題を例にして、噴火タイプの分類を可能にする数理的根拠を議論する。

1 はじめに

火山噴火現象とは、地下深所で溶融した岩石（マグマ）が地表に噴出する現象である。我々は、野外観測事実から噴火現象には多様なタイプがあることを経験的に認識し、それに対して火山の固有名などを付すことによって博物学的に分類してきた。同時に、これらの噴火タイプが、マグマという気相と液相を含む流体の運動様式（例えば、気相の量や運動の定常性）の違いによって説明されることも知っている（図1）。このような「博物学的な分類」と「分類の根拠となる物理的理解」は、我々が自然現象を理解する際に用いる常套手段である。本稿では、火山噴火という一つの自然現象を例にして、自然現象を数理モデルによって理解してゆく方法論について考察したい。

噴火タイプを決定する要因の一つは、マグマの物性である。マグマの物性が異なれば、噴火タイプも異なる。しかし、より興味深いのは、マグマの物性が全く同じでも、溶岩ドームを形成する噴火タイプになる場合と大規模な噴煙や火砕流を形成する噴火タイプに分かれることである。このことは、噴火現象という物理過程そのものに、噴火タイプの分類を可能にするメカニズムが内在することを示唆している^[1]。本稿では、そのようなメカニズムに焦点を合わせる。

噴火現象の多様性を理解する鍵は二つある。第一の鍵は、上昇途中にマグマ中に溶け込んでいる揮発成分が発泡し膨張する過程である。深さ数 km の地下では、岩石の荷重によってマグマには数千気圧（数百 MPa）の高圧がかかっている。このような高圧下では、揮発成分はマグマ中に溶け込んでいる。ところが、噴火によってマグマが上昇すると、マグマは減圧され、発泡し膨張する。それが噴火の運動様式に大きな影響を与える。もう一つの鍵は、地表にマグマが噴出した後、高温のマグマの破片や火山ガスが乱流状態で大気と混合する過程である。マグマは 800 から 1000 °C 程度の高温であるため、混合した大気は急速に膨張し、それが爆発的な現象や巨大な噴

¹E-mail: tak@eri.u-tokyo.ac.jp

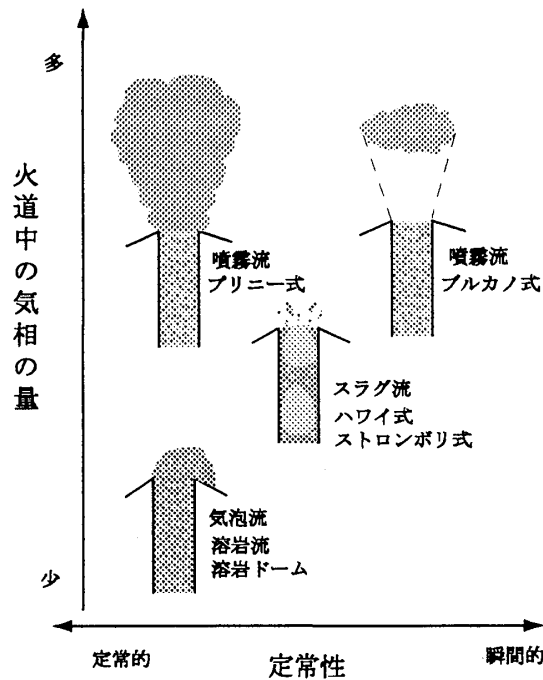


図 1: 噴火タイプと火道上昇流の流動様式の関係。マグマの噴火タイプは火道上昇流における気相の量や運動の定常性の観点から大局的に分類される。

煙を生み出す原動力となる。以下では、それぞれの「鍵」について、それがどのように噴火タイプの分類に結びつくのか見てゆく。

2 マグマ上昇のダイナミクスの概要

マグマ上昇のダイナミクスは、管状または板状の通路（「火道」とよぶ）を通して上昇する高温液体（マグマ）と気体（火山ガス）の混相流体の力学という枠組みで理解される（図 1）。マグマが上昇し減圧すると気相（火山ガス）を析出する（図 2）。発泡する深さや気相の量は、揮発成分の溶解度によって決まる。平均的なマグマは、揮発成分として数 wt.% の H_2O を含んでおり、地下数 km、圧力数十から百 MPa のところで発泡が始まる。析出した気相の量は上昇とともに増加し、同時に、気相は減圧によって膨張するため、気相と液相の体積比率が刻々と変化する。今、簡単のため気相-液相が相対的な運動をしない場合について考える。この場合、気相-液相混合物の単位質量あたりの体積（密度の逆数）は、気相を理想気体に近似すると、

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1-n}{\rho_l} + \frac{nRT}{P} \quad (1)$$

のように表すことができる。 n は気相の重量分率、 R は気体定数 ($5 \times 10^2 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)、 T は絶対温度、 P は圧力、 ρ_l は液体マグマの密度である。この関係に、典型的なマグマの温度 ($1 \times 10^3 \text{ K}$)、液体部分の密度 ($3 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$)、揮発成分の重量分率 (5×10^{-2}) の値を代入して概算すると、マグマは地表に噴出し大気圧 ($1 \times 10^5 \text{ Pa}$) まで減圧されることによって体積が 10^2 倍以上に膨張

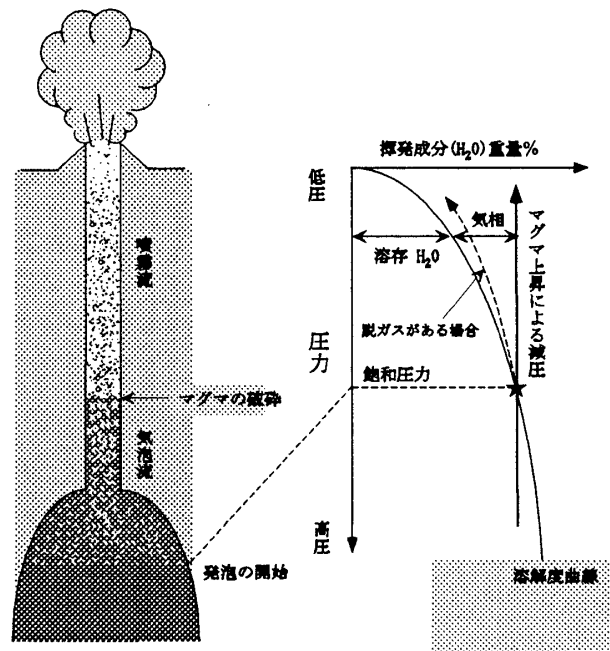


図 2: マグマの上昇ダイナミクスの概要と溶解度曲線の関係

し、また、気相の体積分率が 99%以上に達することがわかる。

上昇途中に気相の体積分率が増加することによって、気液二相流体の構造や流動様式は定性的に変化する。つまり、気相の体積分率が小さいときには、連続した液体の中に気泡が分散した流れ（気泡流）として流れるのに対して、気相の体積分率が大きい時には、逆に連続した気体の中に液滴が分散した流れ（噴霧流）として流れる。その中間的な体積分率では気泡の集団や大きな気泡を含む流れ、壁面に液相、中心部で気相が濃集する流れなどの様々な構造の流れを形成する。およそ気相の体積分率が 70~80%を越えると気泡流から噴霧流への遷移が起こる。従って、典型的な揮発成分量をもつマグマは、あるレベルより深い領域では、気泡流として流れ、浅い領域では噴霧流として上昇する（図 2）。気泡流では液体の粘性が気液二相流体全体としての実効的な粘性を支配するのに対して、噴霧流では気体の粘性が実効的な粘性を支配する。従って、気泡流から噴霧流に変化することによって、気液二相流体全体としての実効的な粘性が著しく減少し、高速な流動が可能となる。このようにして、マグマの破片（火砕物）と火山ガスが噴霧流として勢いよく噴出する現象が、爆発的噴火の実体である。

3 火道中のマグマの定常流モデルと噴火タイプ

本題である「マグマの性質が同じであるにもかかわらず違う噴火タイプが生じる原因」について考察する。いま問題としたい観測事実は、揮発成分を含む高粘性マグマの噴火が、成層圏まで達する噴煙柱を作る「プリニー式噴火」と呼ばれる爆発的な噴火（噴出率 $10^6 \sim 10^9$ kg/s）になる場合と溶岩ドームを形成するような非爆発的噴火（噴出率 $10^{-1} \sim 10^3$ kg/s）になる場合の両極

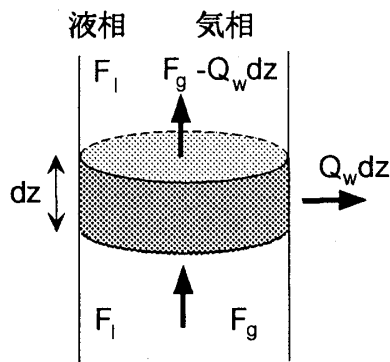


図 3: 脱ガス効果を考慮した定常火道上昇流モデル. 液相の流束 $F_l \equiv \rho u(1 - n)$ は一定であるが, 気相の流束 $F_g \equiv \rho u \{n + sp^m(1 - n)\}$ は, 脱ガスの効果によって $Q_w dz$ だけ減少する. 詳しくは本文参照.

端のタイプに分かれることである. ある程度持続する噴火では, マグマの上昇運動は, 断面積がほぼ一定な剛体的な火道中の定常的な流れに近似することができる. すなわち, この問題は, 「同様な地質環境による境界条件のもとで何故噴出率が数桁も異なる流れが生じるのか」という流体力学の問題に帰着する.

溶岩ドーム噴火とプリニー式噴火の最も大きな違いは, 溶岩ドームを形成する噴火ではマグマが気泡流の状態で噴出するのに対して, プリニー式噴火では噴霧流として噴出していることである (図 1). 先にも述べたように, 一般に数 wt.% 以上の揮発成分を含有するマグマは, 地表付近に達すると 90 vol.% 以上の気相をもつことになるので, 流動様式は必然的に噴霧流になり, 爆発的なプリニー式噴火になるはずである. 従って, 溶岩ドームを形成するような噴火タイプを説明するためには, 何らかのメカニズムによって, 火道中からマグマ中のガスが漏れる過程を考えなければならない (図 2 の点線矢印). そこで, 単純な定常 1 次元流れに加えて, マグマから発生した気相が多孔質の火道壁から外部に漏れる効果を取り入れたモデルを考える [2,3]. 一般に, 流体の運動については, 質量の保存則, 運動量の保存則に加えて, 圧力と密度を関係づける式を与えることによって方程式系が閉じる. 気相が外部に漏れる効果については図 3 のようにモデル化することができる. つまり質量保存の式について

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} [\rho u(1 - n)] = 0 & \text{:液相の質量保存} \\ \frac{d}{dz} [\rho u \{n + sp^m(1 - n)\}] = -Q_w & \text{:気相の質量保存} \end{cases} \quad (2)$$

$$Q_w = \frac{L_1 n \rho K \Delta p}{\mu_w L_2} \quad (3)$$

のように, 火道内の圧力と地下水圧の差 Δp に比例して気相が抜ける効果を加える. K と μ_m は, それぞれ浸透率と漏れる気相の粘性である. また, L_1 は火道の周の長さ, L_2 は火道周辺の多孔質媒体中で気相の圧力勾配が形成されている領域の長さである. いずれも火道の径によって特徴づけられる長さスケールであるから, L_1/L_2 はオーダーが 1 程度の定数となる. 一方, 運動量保存

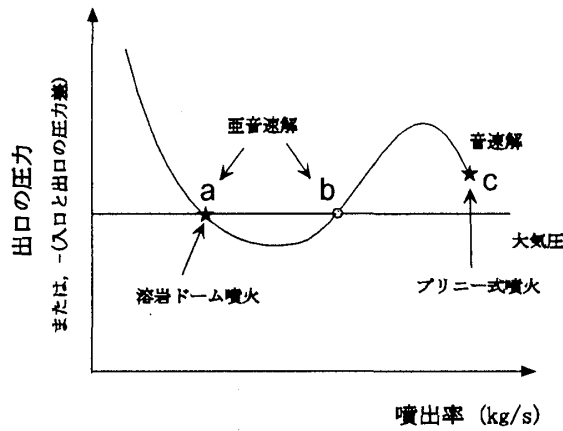


図 4: 多孔質媒体の火道中を上昇するマグマの定常流に関する噴出率と出口の圧力の関係の概念図

については、

$$u \frac{du}{dz} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} - g - F_{fric} \quad (4)$$

のように得られる。z, r, g は、それぞれ鉛直方向の座標軸、火道の半径、重力加速度である。気液混合相の状態方程式として式 (1) を用いれば閉じた方程式系が得られる。なお、マグマの場合、圧倒的な熱容量が液体マグマに集中しており、断熱膨張による温度変化が無視できるので、等温条件を仮定してもよい。F_{fric} は単位質量あたりに働く抵抗力で、例えば、気泡流ではポワズイユ流と同様な粘性抵抗を受け、噴霧流では乱流状態のガスと同様な粘性を受けると考えると、μ をマグマの粘性として

$$F_{fric} = \begin{cases} \frac{8\mu u}{\rho r^2} & : \text{気泡流} \\ 0.0025 \frac{u^2}{r} & : \text{噴霧流} \end{cases} \quad (5)$$

のように近似される。また、気相の析出については

$$n = \begin{cases} (n_0 - sp^m)/(1 - sp^m) & (n_0 > sp^m) \\ 0 & (n_0 \leq sp^m) \end{cases} \quad (6)$$

のような形で溶解度を圧力の関数として与える。ここで sp^m は溶解度で典型的なマグマに対しては s ~ 4 × 10⁻⁶ Pa^{1/2}, m ~ 0.5 の値をもつ。

この基礎方程式は、z のみを独立変数とする常微分方程式なので、数値的に解くことができる [2,3]。例えば、ある一定の圧力をもつマグマ溜まりから一定の径の火道を通してマグマが噴出したときのマグマの流量（噴出率）と出口での流体の圧力の関係を求めると、図 4 のような結果を得る。このような関係を示すカーブは、マグマ溜まりの圧力を決めることによって一本ひける。従って、このカーブ上の点の中から定常的な火道中の流れの解として許されるものを探せばよい。実際の火山において定常的な火道中の流れの解として許されるのは、カーブ上の点の中で、出口の圧力が大気圧（または大気圧+溶岩ドームの荷重圧）であるか、または出口の流速が音速に達している点のみである。たとえば、図 4 に示したような条件では 3 つの可能な定常流の解が同時に存在する（図 4 中 a, b, c）。解 a, b は、地表の圧力が大気圧となる亜音速流であり、10³ kg/s 程度

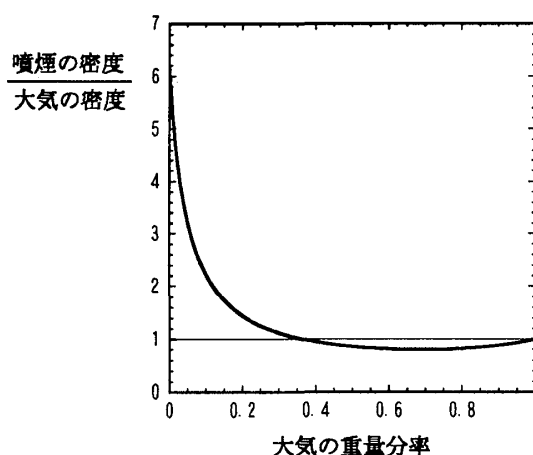


図 5: 噴煙と大気の混合比と密度の関係

以下の低い噴出率をもつ。解 a は、ドームを形成するような噴出率の小さい噴火に対応する。一方、解 c は、火口における流速が気液二相マグマ中の音速に達している。この解の噴出率は 10^6 kg/s を越え、爆発的なプリニー式噴火に対応する。中間流量の解である解 b では、たとえわずかでも流量が減少（または増加）すると抜け出るガスの量は増加（または減少）するため、出口とマグマ溜まりの圧力差が減少し、流量は解 a（または解 c）に移行するまで減少（または増加）しつづけることになる。このため解 b は実現しないか、実現したとしても一時的なものである可能性がある。以上のことから、我々が野外で観測するような、爆発的および非爆発的噴火タイプが存在することは、数理的には、図 4 中で噴出率が大きく異なる解 a と解 c が存在することに対応するものであると理解することができる。つまり、噴火タイプの分類を可能にする数理的根拠は、脱ガス効果を考慮した定常火道上昇流が、図 4 のような非線形な圧力-流量特性をもつという事実にあると結論づけることができる。

4 噴煙のダイナミクス

次に、視点を火道内部から地表に移して、爆発的な噴火において噴煙柱として成層圏まで上昇しつづける場合と火砕流が発生する場合に分かれる問題について考察する。噴煙柱になるか火砕流になるかを決定する要因は、噴煙と大気の密度の大小関係である。爆発的な噴火において火砕物+火山ガスの混合物が地表に噴出した際、噴出直後の密度は空気の密度の数倍から十倍程度の値をもつ。しかし、噴出後、噴煙は乱流の渦によって周囲の空気を取り込む。取り込まれた空気は火砕物からの熱によって瞬時に温められ、膨張し、噴煙全体の密度が急速に減少する（図 5）。もし、十分な空気を取り込み、噴煙の密度が大気密度より小さくなれば、噴煙は浮力によって大気中を上昇する。一方、取り込む空気の量が不十分な場合、噴煙は、大気より高密度のまま火砕流として流れ下る。ここでは、定常的に噴出している噴煙に対するモデルに基づいて、噴煙柱の上昇と火砕流が発生を分ける条件について解説する。

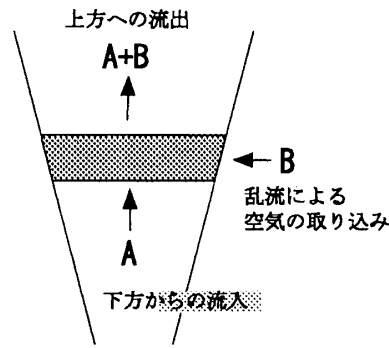


図 6: 火山噴煙の一次元定常モデルの考え方. コントロール体積中に, 下方から噴煙が流速 A で供給され, C だけ大気を取り込み, B の流速で流出する.

定常状態に達している噴煙の運動は, 静止流体中を乱流状態で上昇する強制プリュームに近似することができる^[4,5]. 乱流状態で上昇する強制プリュームの重要な特徴は, 乱流の渦によって周囲の大気を取り込み混合することである. 爆発的な噴火では, 殆どの火砕物が数 mm 以下の粒径まで破碎されているので, 噴煙全体の運動に比べて個々の火砕物粒子と気相の相対速度は無視できるほど小さく, また火砕物粒子と気相は瞬時に熱平衡に達する. この場合, 火砕物粒子と気相(火山ガス+空気)の混合物を, 1つの相としてモデル化できる. ここでは, Woods (1988)^[5]に従って, 噴煙の上昇運動を1次元定常モデルとして定式化する.

定常的に上昇する噴煙における空気の混合については, 図 6 のようにモデル化することができる. つまり, 質量, 運動量, エネルギーの保存式はそれぞれ

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d(\rho L^2 u)}{dz} = 2L u_e \rho_{air} \\ \frac{d(\rho L^2 u^2)}{dz} = L^2 (\rho_{air} - \rho) g \\ \frac{d}{dz} \left\{ \rho L^2 u \left(C_p T + \frac{u^2}{2} + gz \right) \right\} = 2L u_e \rho_{air} (C_a T_a + gz) \end{array} \right. \quad (7)$$

のように表すことができる. ここで, L は半径, u は噴煙の上昇速度, ρ , ρ_{air} はそれぞれ噴煙と大気の密度, C_p , C_a はそれぞれ噴煙と大気の定圧比熱, z は高さである. u_e は渦による取り込まれる空気の速度であり, Woods(1988) は, 各高さで乱流による取りこみが平均上昇速度に比例すると考え,

$$u_e = 0.09u \quad (8)$$

という関係を採用した. エネルギー保存の式から, 噴煙内部のエントルピーが決まれば, 噴煙の温度がきまり, さらに状態方程式

$$\frac{1}{\rho} = \frac{(n_0 + n_a)RT}{P} + \frac{1 - n_0 - n_a}{\rho_l} \quad (9)$$

から, 火砕物+火山ガス+空気の混合物の密度と圧力の関係を得ることができる. なお, n_0 , n_a はそれぞれ火山ガスと空気の重量分率である. なお, 噴煙の運動の場合, 噴煙の各高さにおいて大気圧とつりあっているという境界条件をもつ.

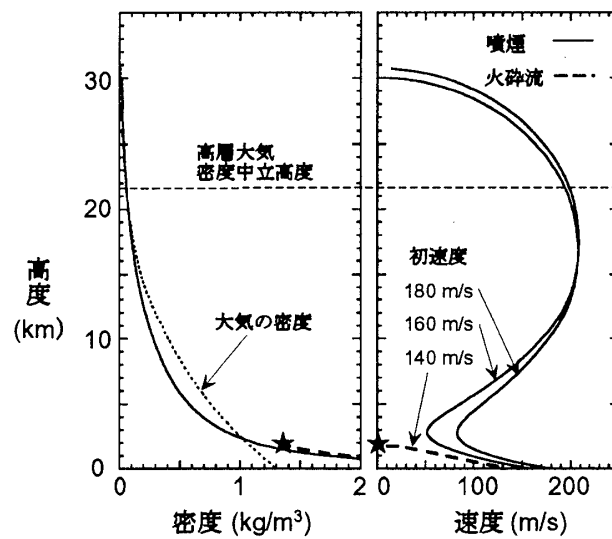


図 7: 火山噴煙の 1 次元定常モデルの数値計算結果。噴煙の密度と大気密度（左）および上昇速度（右）の鉛直分布を示す。この条件（噴出率が $5 \times 10^8 \text{ km/s}$ ）では、初速度が 140 m/s になると、噴煙の密度が大気密度よりも小さくなる前に、上昇速度が 0 になり、火砕流を発生する。

図 7 には、この 1 次元定常モデルによる噴煙の密度、上昇速度の鉛直分布の計算結果を示す。火道中で膨張し加速された細粒の火砕物とガスの混合物は、数百 m/s の速度の乱流ジェットとして噴出する。先にも述べたように、この時点で火砕物+火山ガスの混合物の密度は空気密度の数倍から十倍程度の値をもつ。したがって、火口から吹き上げられた噴煙は、下向きの浮力を受け急減速する。しかし、この間、噴煙は乱流の渦によって周囲の空気を取り込む。取り込まれた空気は火砕物からの熱によって瞬時に温められ、膨張し、噴煙全体の密度が上昇とともに急速に減少する。もし、十分な空気を取り込み、噴煙が大気密度より小さくなれば、噴煙は浮力によって大気中を上昇することになる。周囲の大気密度は高度とともに減少するので、上昇した噴煙は高層大気で再び周囲の大気と同じ密度となる。ここで噴煙はふたたび上向きの運動量を失い、水平方向に広がる。このように高層大気まで噴煙が成長する状況を示したのが、図 7（右）の実線である。一方、火口周辺で十分大気を取りこむことが出来ない場合、浮力を得る前に上向きの運動量を失う（図 7（右）の点線）。この場合、噴煙は上昇せず、高温かつ高密度を保ったまま火山の斜面を流れ下り火砕流となる。以上のように、火山噴煙が大気中を上昇するか、崩壊して火砕流となるかは、噴煙の上向きの運動量が無くなる前に、噴煙の密度が大気密度より小さくなるか否かで決定することがわかる。

ここで重要なことは、境界条件となるパラメータが徐々に変化したとしても、現象としては不連続に変化することである。例えば図 7 を見ると、他の条件を一定にしたまま火口における速度を徐々に減少させると、火口から数 km のところに見られる速度の極小値が減少し、極小値の値が 0 に達したところで、噴煙の振る舞いが突然変わる。我々が「噴煙柱の上昇」と「火砕流の発生」を異なる噴火タイプとして認識することができることは、このように解の性質が不連続に変化するという観点から数理的に説明される。

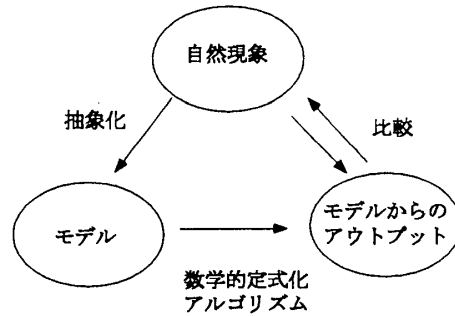


図 8: 自然現象に対するモデリングの考え方

5 自然現象の数理モデルに関するコメント

ここまで、噴火現象を1次元の流体力学モデルという観点から概観した。我々は、多様な噴火現象を経験することを通じて、噴火タイプを博物学的に分類してきた。本稿で述べたことは、これらの噴火タイプの博物学的分類は、必ずしも便宜的なものではなく、その背後にマグマの上昇や噴煙のダイナミックスの物理・数理的性質の裏付けがあることを示している。この節では、この知見を通して、より一般的に自然現象のモデリングという研究手法の方向性について模索したい。

一般に、モデリングというものは、図8に示したような三角構造の枠組みの中で理解を進めてゆく過程であると考えることができる。我々は、何らかの形で現象を認識する。さらにその現象を理解するために、現象を抽象化したモデルを作り、それを調べる。このモデルは、何らかの客観的手続きによって、観測結果と比較可能な「アウトプット」を出すことが要求される。モデルのアウトプットが観測結果と一致するか否かによって、モデルの是非を評価することができる。こうして、客観的な評価に裏付けられつつ理解を深めてゆく一つの方法が完結する。

図8の三角構造が完結するか否かは、現象とモデルの間に共通する再現性が存在するか否かにかかっている。図8の中で、自然現象を抽象化する部分、つまりモデル化の部分そのものは、主観的なプロセスであり、勝手気ままにモデルを作ることが許されている。しかしながら、現象とモデルの間に共通する再現性がない場合、仮にモデルを作ったとしても、モデルの是非を実証するための客観的比較ができない。逆に、同じ条件を与えれば必ず同じ結果が得られるという意味で、現象とモデルの間に共通する再現性があれば、モデルによってアウトプットを出す手続きが仮に「正統な数学」で表現されていなくても、我々はある意味で自然を理解するための道具を得たことになる。このことは、自然現象をモデル化する際に、「何をもって現象とモデルに共通する再現性とするか」という点が、そのモデルを用いて理解できる内容の範囲を決めていることを意味している。

「何をもって現象とモデルに共通する再現性とするか」という観点に立って考えると、「再現性」という概念は、非常に広い意味をもっていることがわかる。例えば、本稿で紹介した噴火タイプの場合、「分類が可能である」という事実が再現性を持ち、それが、定常解の不連続な変化という再現性をもつ数理的性質によって説明された。別の言い方をすると、火山噴火モデルは、質量、運

動量, エネルギーの保存則といういわば宇宙全般において保証されている再現性 (不変性) に立脚して, そこから「噴火タイプの分類」という自然界に潜む新たな再現性を浮き彫りにしたものと位置づけることができるであろう. 火山現象については, 他にも, 様々なタイプの再現性がある. 例えば, ある種の火山をみると, 周期的に噴火するというよりは, 噴火の間隔に「再現性がない」という事実が再現性をもっている場合もある. さらに「ある現象については再現性があり, 別の現象には再現性がない」という事実が再現性をもつ場合もある. 一般的に, 自然現象の中には, ここで議論したような「分類可能性」や「再現性がないという事実の再現性」など, 我々が前もって知ることができない種類の再現性やパターンというものが, 様々な階層構造をもって潜んでいる. この「再現性の構造」を知ることは, 自然現象に見られる個別性 (特殊性) と普遍性の関係を理解することに他ならない.

火山噴火や地形などの自然現象を対象としてモデル化を行う場合, 周期性などの歴然としたパターンを発見すると, そこに何らかの再現性 (不変性) があることを認識する. 周期性などのパターンについては, 対称性 (これもまたある意味での「不変性」) などの数学的な概念を用いて定式化することが容易である. そのため, 自然現象に対する数理モデルの研究は, 定式化しやすい対称性をもった再現性を説明することに集中しがちである. しかし, そのような定式化しやすい自然現象に問題を限定するのは, 数理モデルという研究手法のもつ潜在能力を大幅に制限することになる. 数理モデルという研究手法を, 定式化しやすいパターンを記述する道具としてだけでなく, 自然界に潜む再現性を掘り起こす道具として使うことはできないものだろうか.

参考文献

- [1] 小屋口剛博 パリティ 15 No.11 (2000), 30-36.
- [2] Jaupart, C. and Allegre, C., Earth Planet. Sci. Lett. **102** (1991), 413-429.
- [3] Woods, A.W. and Koyaguchi, T., Nature **370** (1994), 641-644.
- [4] Wilson, L. et al., J. Geophys. Res. **83** (1978), 1829-1836.
- [5] Woods, A.W., Bull. Volcanol. **50** (1988), 169-193.