Title	トンネル空間におけるカオス(1)量子力学とカオスのボーダーにおける基礎的問題,京大基研短期研究会 量子力学とカオス-基礎的問題からナノサイエンスまで-,研究会報告)
Author(s)	牛山, 浩; 高塚, 和夫
Citation	物性研究 (2004), 82(5): 696-697
Issue Date	2004-08-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/97875
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

トンネル空間におけるカオス

東京大学総合文化研究科　牛山　浩・高塚　和夫

0、　初めに

トンネル効果に代表される量子効果は、WKB 法により１次元の場合は非常に良く理解されている。しかし、２次元以上の場合、従来の方法ではトンネル効果を取り扱うことができず、まったくといっていいほどその理解は進んでいない。こうした状況の中、我々は、多次元のトンネル現象を扱うことのできる理論を構築し、多次元ならではの現象を発見してきている[1-6]。本発表では、トンネル空間におけるカオスについて報告する。理論の詳細、他の多次元トンネルに特徴的な現象については、文献を参照していただきたい。

1、　多次元トンネル理論

実数の配位空間上に新しく構成される非古典（トンネル）軌道に沿って、Hamilton-Jacobi(HJ)方程式のトンネル解として複素作用積分を計算する[1,2,4]。具体的には、“運動のパリティ”という＋１か−1 のみを取ることが許される量 $\sigma=\{\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_N\}$ を HJ 方程式の各自由度に以下のように導入する。

$$-\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\partial S}{\partial q_k}\right)^2+V(q)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{1}{\sigma_k}\frac{\partial S}{\partial q_k}\right)^2+V(q)$$

この“運動のパリティ”が導入された力学体系で変分原理より正準方程式とハミルトニアンを得る。

$$\begin{cases}\sigma_k\dot{q}_k= \quad \sigma_k\overline{p}_k\\ \sigma_k\dot{\overline{p}}_k=-\partial V(q)/\partial q_k\end{cases},\quad H\{\sigma\}=\sum_{k=1}^{N}\frac{\sigma_k}{2}\overline{p}_k^2+V(q)$$

ここで、 $\overline{p}_k$ は常に実数を取る擬運動量で、速度 $\dot{q}_k$ 及び運動量 p_k とは $\dot{q}_k=\overline{p}_k=p_k\big/\sqrt{\sigma_k}$ の関係にある。このハミルトニアンでパリティをすべて＋1 とすると、通常の古典力学のハミルトニアンと同じになる。また、すべて−1 とすると従来からあるインスタントン経路に一致する。−1 を割り付けられた自由度はトンネル運動（非古典運動）を表現し、＋1 が割り付けられた自由度は通常の古典運動を表わす。この解では、トンネル運動を表わす自由度と古典運動をする自由度の間でもエネルギーのやり取りが許され、系の多次元性はトンネル軌道そのものに反映される。複素作用積分は、このトンネル軌道に沿って以下のように計算される。

$$S_{HJ}=\int\sum_{k=1}^{N}\sqrt{\sigma_k}\,\overline{p}_k dq_k - H\{\sigma\}dt$$

次に、何処でパリティを正から負に変えトンネルに入り、負から正に変え、トンネルから抜け出るかが問題となる。ここでは、トンネルの出入り口を半古典カーネルの発散点（波動関数密度が大きくなる点）であるコースティックス（$\partial q_f/\partial\overline{p}_i=0$ となる点）とし、以下の計算を行った。この点の選び方に関しては、その後、様々な検証しているので、文献を参照していただきたい[6]。

2、　2次元カオス系におけるダイナミカルトンネル

2次元 Hénon-Heiles 系におけるダイナミカルトンネル（位相空間内のトーラス間のトンネル）を記述するトンネル軌道の持つ性質を調べた[1, 3]。図1に、古典軌道とそれから生み出されるトンネル軌道のリアプノフ数をエネルギーの関数として示した。古典的には安定なエネルギー領域でも、その軌道から生み出されるトンネル軌道は、不安定であることが分かる。トンネル軌道の不安定さは、トンネル位相空間でのミキシング機構を引き起こす。その結果、トンネル軌道の出口の分布は、位相空間に広く広がることを見出した。このトンネル空間のカオスの存在は、1次元のトンネルでは見られない現象であり、多次元特有の現象である。

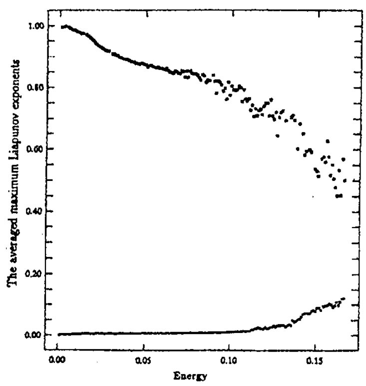

図1　古典軌道とトンネル軌道のリアプノフ指数

3、　終わりに

上述のトンネル空間のカオスや、紙数の関係上述べられなかったトンネルチューブの存在[1, 4]は、この理論で初めて明らかになった。このように、ここで紹介した多次元のトンネル理論は、多次元トンネル現象を理解する強力な武器となる。今後も、多次元トンネル特有の新奇な現象を見つけ出していきたいと考えている。

[1] Kazuo Takatsuka, Hiroshi Ushiyama, and Atsuko Inoue-Ushiyama, Phys. Rep. **322**, 347-417 (1999).

[2] Kazuo Takatsuka, Hiroshi Ushiyama, Phy. Rev. **A51**, 4353-4364, (1995).

[3] Hiroshi Ushiyama, Kazuo Takatsuka, Phys. Rev. **E53**, 115-123, (1996).

[4] Hiroshi Ushiyama, Kazuo Takatsuka, J. Chem. Phys. **106**, 7023-7035, (1997).

[5] Hiroshi Ushiyama, Kazuo Takatsuka, J. Chem. Phys. **109**, 9664-9673, (1998).

[6] Hiroshi Ushiyama and Kazuo Takatsuka, J. Chem. Phys. 印刷中