

巨視的波束の2重スリット通過のダイナミクス

大阪市立大学 工学研究科 中園 直史¹, 中村 勝弘

この研究では BEC の量子干渉効果に着目し、干渉問題の最も有名な実験であるヤングの2重スリットのモデルで考察を行った。BEC の従う Gross-Pitaevskii 方程式は非線形項を持っている。線形のシュレディンガー方程式の場合の干渉パターンにこの非線形項がどのような影響を与えるのかを明らかにしていく。

1 Gross-Pitaevskii 方程式 (GPE)

BEC とは絶対零度付近でそれまで勝手に運動していた原子が同一の振舞いを始める現象のことである。従って BEC を巨視的波束と考えることができる。この巨視的波束の干渉問題を考察する。最初に BEC が従う GPE を示す。

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2) \phi + u_0 |\phi|^2 \phi \quad (1)$$

ここで、右辺第2項はトラップポテンシャルであり、右辺第3項は BEC の散乱長 a で特徴付けられる相互作用 $u_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} N_0$ を表している (N_0 は原子数)。この右辺第3項が非線形項である。

本研究のモデルはトラップポテンシャルを切って、波束を重力落下させて2重スリットに当て、その後2つに分かれた BEC が互いに干渉する様子を見ることである。式(1)からトラップポテンシャルの項を除き、重力項 ($mg y \phi$) を加えて無次元化してから数値計算を行っていく。

その結果は次式になる。

$$i \frac{\partial \phi'}{\partial t'} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) \phi' + u'_0 |\phi'|^2 \phi' + \Delta^{\frac{3}{2}} y' \phi' \quad (2)$$

ここで、 $\Delta = \sqrt{1 + \frac{u'_0}{2\pi}}$ 。式(2)は線形極限での初期波束と2重スリットの大きさの割合の関係を基準にし、非線形領域で変化する初期波束に対して2重スリットの大きさを変えることでその割合を保つスケールを行っている。これは通り抜ける BEC の確率を一定値に近づけるためである。

$$t' = \frac{\omega t}{\Delta}, x' = \frac{x}{l\sqrt{\Delta}}, y' = \frac{y}{l\sqrt{\Delta}}, \phi' = l\sqrt{\Delta} \phi$$

ここで、 $l = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ である。

初期波束は次式で与えられる。

$$\phi'_{ini} = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x'^2 + y'^2)\right) \quad (3)$$

¹E-mail: nakazono@a-physics.eng.osaka-cu.ac.jp

2 計算結果

式(2)の差分方程式を解くことで時間発展を求めることができる。干渉パターンは2重スリットの後ろのある点(スクリーン)で求めたものである。それらの様子を図1にまとめた。干渉パターンのピークの数が増えているのがわかる。中央が線形の場合であり、左が引力、右が斥力の場合である。引力相互作用の場合には線形の時と顕著な差が見られないものの端のピークが目立たなくなっている。斥力相互作用ではピークの数が見えて増加している。この違いは引力では粒子性が強まり干渉が抑えられ、逆に斥力では波動性が強まり干渉が強められると考えられる。本研究の今後の課題としては、非線形項の変化がFeshbach共鳴という外部磁場を用いた方法である程度自由に変えられるので実験での実現の可能性の考察が挙げられる。また、解析的な手法でのアプローチも調べる必要がある。

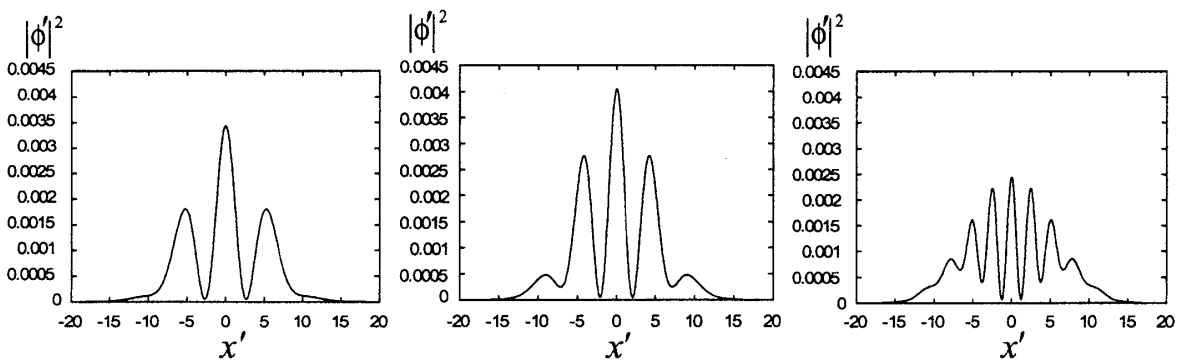


図1: 左から $u_0 = -3, 0, 20$ の干渉パターン。

参考文献

- 1) Gordon Baym and C.J.Pethick, Phys. Rev. Lett **76**, 6(1996)
- 2) M.Holland and J.Cooper, Phys. Rev. A **53**, R1954(1996)
- 3) Eddy M. E. Timmermans : Atom-Trap BECS (Los Alamos Science Number 27 2002)