

## DS - diagram の基本変形

上智大 理工 横山和夫

東洋大 工 山下正勝

### §1. $S^2$ -graph

有限個の点の集合  $V = \{A_i\}$  と有限個の open arcs の集合  $E = \{\alpha_m\}$  について考える.

定義  $G = (V, E)$  が次の (1) ~ (4) を満たすとき、 $G$  を graph といい、 $V$  の元を  $G$  の vertex,  $E$  の元を  $G$  の edge と呼ぶ。

(1)  $|G| = (\cup_i A_i) \cup (\cup_m \alpha_m)$  は 1-polyhedron である

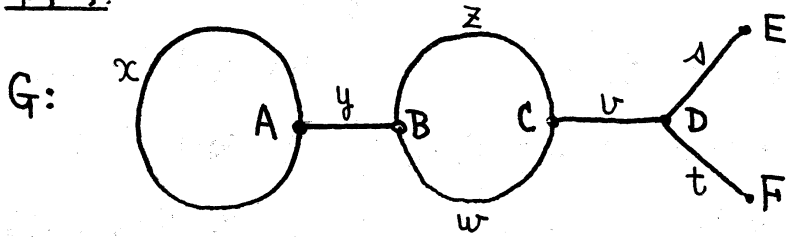
(2)  $i \neq j \Rightarrow A_i \neq A_j$

$m \neq n \Rightarrow \alpha_m \cap \alpha_n = \emptyset$

(3) 各  $i, m$  に対して  $A_i \cap \alpha_m = \emptyset$

(4)  $\alpha_m \in E$  の  $|G|$  における closure  $cl(\alpha_m)$  は、1 → または 2 → の vertex を含む。これらの vertex を  $\alpha_m$  の 端点 と呼ぶ。

例 1.



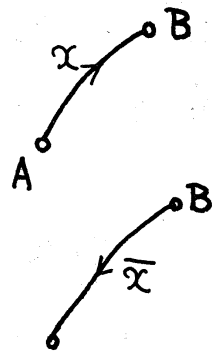
$$G = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{\alpha, \gamma, \zeta, \omega, \nu, \delta, \tau\})$$

$\alpha$  の端点は A だけ,  $\gamma$  の端点は A, B の 2 点 等々.

定義. graph  $G$  の各 edge に矢印で向きが指定されて  
いるとき,  $G$  を oriented graph という.

$\alpha \in E$  の端点を  $A, B$  とする.  $\alpha$  の向きが図の  
ように与えられているとき  $A, B$  をそれぞれ

$\alpha$  の始点 及び  $\alpha$  の終点 という.



記号  $\bar{\alpha}$  を  $\alpha$  の境界 と呼び、 $\partial\alpha = \bar{AB}$  と書く.  $A$

同じ edge を  $\alpha$  の向きと反対に向きづけられたものを.

便宜上  $\bar{\alpha}$  と書くことにする. このときは  $B, A$  がそれぞれ

$\bar{\alpha}$  の始点及び終点であり、 $\partial\bar{\alpha} = \bar{BA}$  が  $\bar{\alpha}$  の境界というこ  
とになる.

始点と終点が同一の vertex  $A$  になるような edge  $\alpha$  に対して

その境界  $\partial\alpha = \bar{AA}$  を  $\partial\alpha = 1$  と書くことがある.

定義  $G = (V, E)$  を oriented graph とする.

(1)  $y_i \in E$  または  $\overline{y_i} \in E$  for each  $i=1, 2, \dots, n$ .

(2)  $(y_i \text{ の終点}) = (y_{i+1} \text{ の始点})$  for each  $i=1, 2, \dots, n-1$ .

を満たす edges の列  $\pi = y_1 y_2 \dots y_n$  を  $G$  の path といい、

$y_1$  の始点を  $\pi$  の始点,  $y_n$  の終点を  $\pi$  の終点 といい.

各  $y_i$  を  $\pi$  の edge といい.  $\pi$  の edge の端点を  $\Gamma$  であら

わける  $G$  の vertex を  $\pi$  の vertex といい.

$i \neq j$  のとき  $y_i$  の始点  $\neq y_j$  の始点 であるような

path  $\pi$  を simple path といい (注意:  $\pi$  の始点と  $\pi$  の

終点は一致してもよい).

定義 oriented graph  $G$  の任意の 2 つの vertex  $A, B$  に対し  $A$  を始点,  $B$  を終点に持つ path がとれるならば,  $G$  は connected である, といわれる.

以下,  $|G|$  が 2-sphere  $S^2$  上に実現されているような connected oriented graph  $G = (V, E)$  について考える.

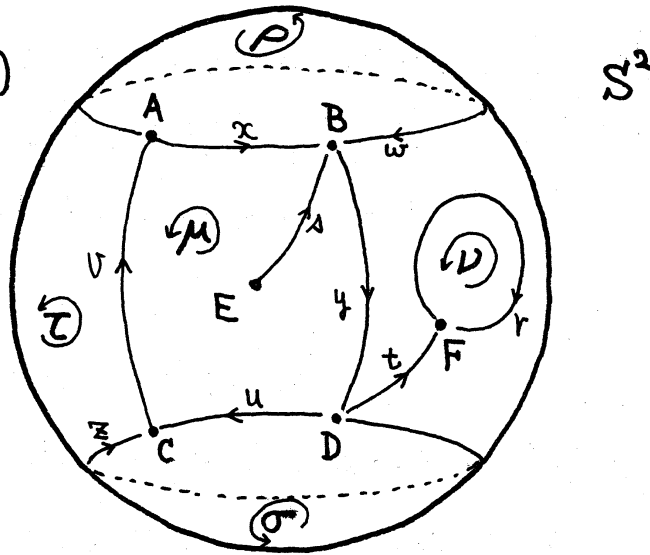
Proposition  $S^2 - |G|$  は有限個の互いに disjoint な open 2-disks  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p$  からなる.

$S^2 - |G|$  の open 2-disks の集合を  $F = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p\}$  とする.  $F$  の各元には矢印  $\tau$  の向きを指定する.

定義  $E$  の各元には  $G$  からの向きが入り,  $F$  の各元には  $1 \rightarrow$  の向きが指定されているとき,  $(S^2, G) = (V, E, F)$  を  $S^2$ -graph と呼ぶ: ことにする.  $V, E, F$  の各元をそれぞれ  $(S^2, G)$  の vertex, edge, face と呼ぶ:

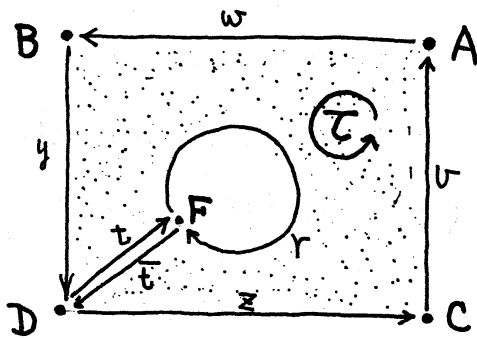
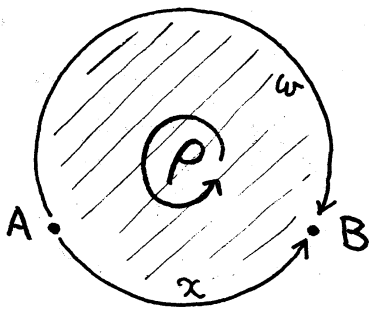
例 2.

$S^2$ -graph.  $(S^2, G)$



$(S^2, G)$  の各 face に対して  $\tau$  の境界を定義したい.

例 2 の  $\rho, \tau$  を用いて説明しよう.



あらかじめ与えられている face の向きに沿って、その周を順に読んで得られる path を face の境界 といふ。このときの path の vertex を face の vertex といふ。ρ, τ に対しては

$$\rho = \alpha \bar{w} \quad (\text{または } \bar{w} \alpha)$$

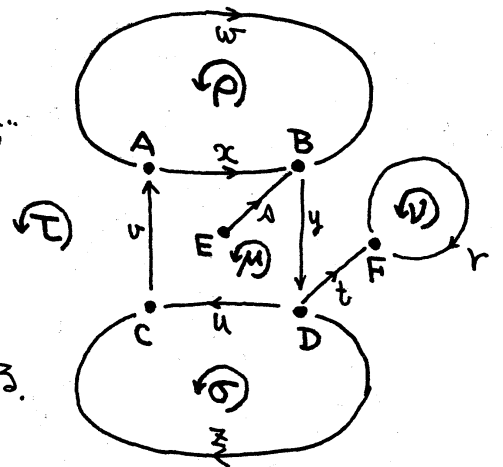
$$\tau = w y t r \bar{E} z v \quad (\text{またはこれを巡回的に読みかえたもの})$$

がその境界である。

定義  $S^2$  上の ambient isotopy で  $S^2$ -graph  $(S^2, G)$  が  $(S^2, G')$  に変形されても  $(S^2, G)$  と  $(S^2, G')$  は  $S^2$ -graph として同じものと見なす。  $(S^2, G) = (S^2, G')$  と書く。

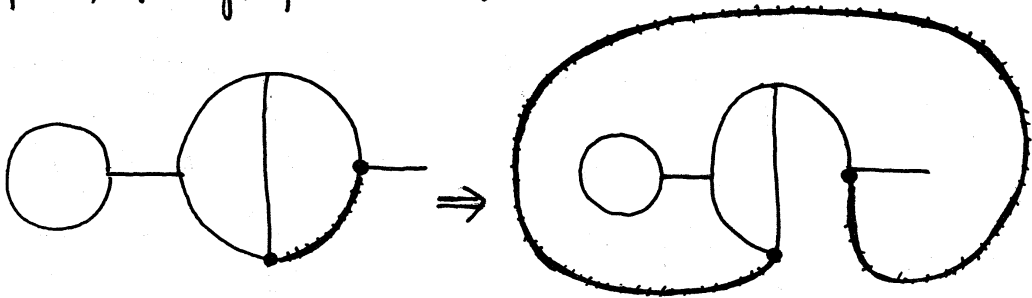
$(S^2, G)$  の 1 つの face 内の 1 点  $*$  を選ぶ。  $S^2 - *$  は  $R^2$  に同相だから、  $(S^2, G)$  は平面  $R^2$  上に実現することができる。いまそれを簡単に  $(R^2, G)$  と書く。

例 3 例 2 においてたとえば  $\tau$  の内部に  $*$  を選んでみる。そのとき例 2 の  $S^2$ -graph の平面  $R^2$  への実現として右図を得る。

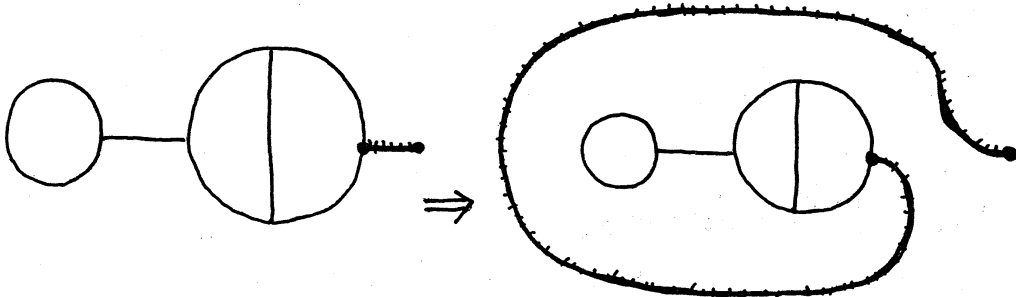


$(R^2, G)$  が  $R^2$  の ambient isotopy によって  $(R^2, G')$  に  
 移り得るならば勿論  $(S^2, G) = (S^2, G')$  であるが、さらに  
 それ以外の变形として下図のような变形も許される。即ち  
 $R^2$  において“一番外側の” edge を、両端点を固定したまま  
 勝手な別の“一番外側の” edge におきかえても  $(S^2, G)$  の  
 方では同一の  $S^2$ -graph である。

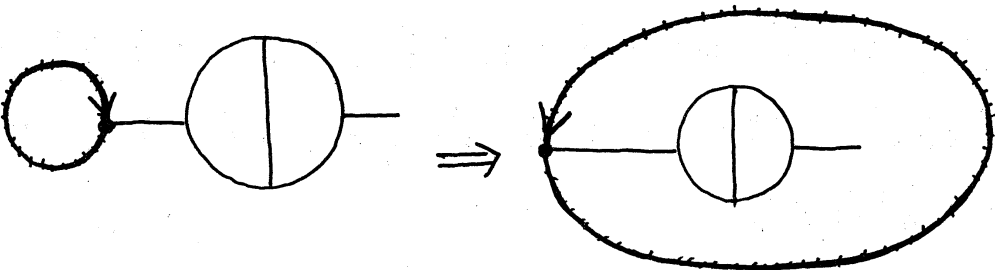
(イ)



(ロ)

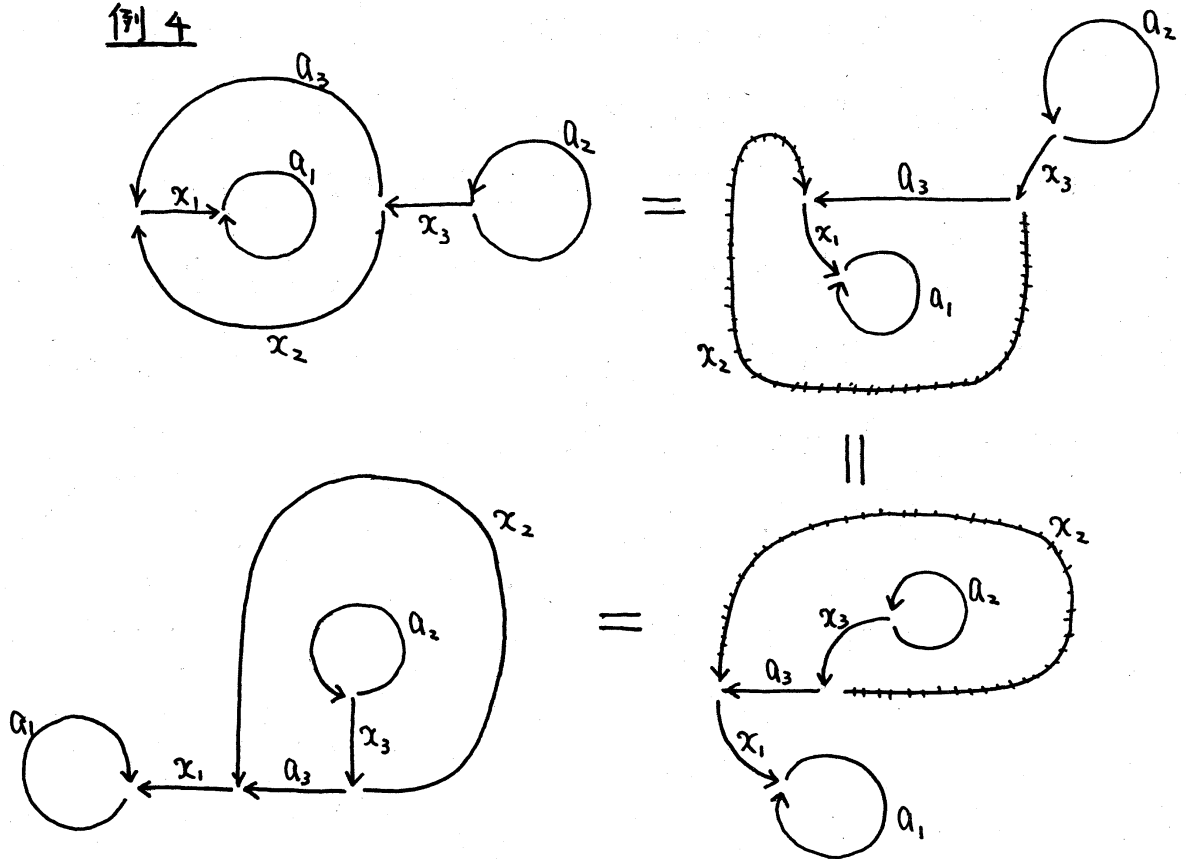


(ハ)



とくに (ハ) の場合は向きに注意を要する。(イ)~(ハ)で  
 “一番外側の”の意味が了解できるであろう。

例 4

§ 2.  $DS$ -diagram

$S^2$ -graph  $(S^2, G) = (V, E, F)$  に対して、その vertices, edges, faces の間の同一視を指定したものを  $S^2$ -diagram と呼ぶことにする。この  $S^2$ -diagram の作り方を、例 3 を借りて説明する。

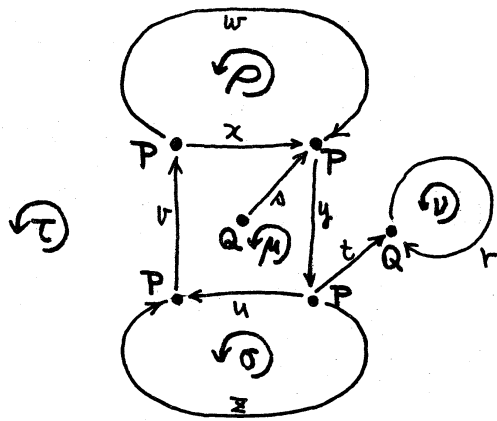
Step 1.  $(S^2, G)$  の vertices のいくつか同士を同じ文字でおきかえる。

例5. 例3でたとは

$$A, B, C, D \rightarrow P$$

$$E, F \rightarrow Q$$

とおきかえれば右図になる。



Step 2. step 1 の同一視によ,  $\tau$  oriented edges

(または  $\tau$  の逆向きの edges) のうちいくつかは (巡回的表示を適当に選べば  $\tau$  の境界が等しくなることがある。境界が等しくなるもののうちのいくつかを同じ記号であらわす。

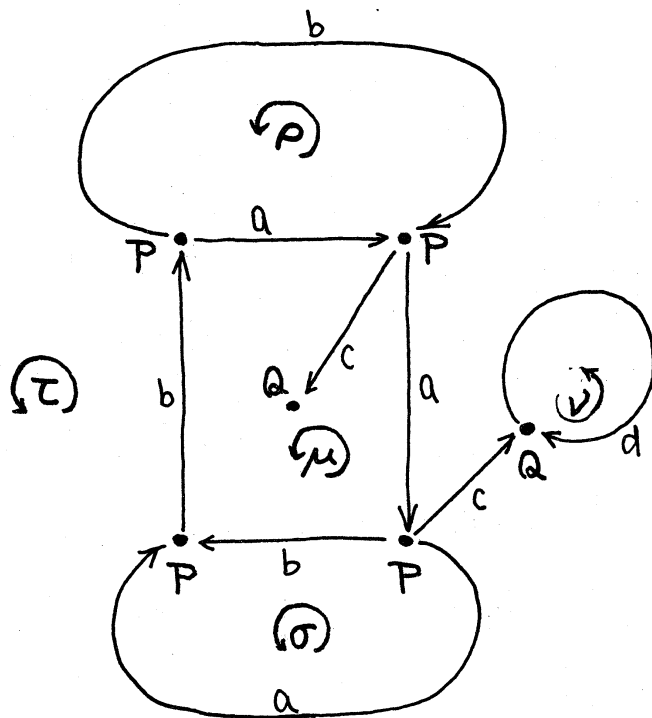
例6. 例5において

$$\begin{cases} \partial x = \partial y = \partial z = \partial u = \partial v = \partial w = \overline{P}P \\ \partial \bar{x} = \partial t = \overline{P}Q \\ \partial r = \overline{Q}Q \end{cases}$$

$\tau$  である。  $\tau$  :  $\tau$  だとせば

$$\begin{cases} x, y, z \longrightarrow a \\ u, v, w \longrightarrow b \\ \bar{x}, t \longrightarrow c \\ r \longrightarrow d \end{cases}$$

とおけば右図になる。





Step 3. step 2 の同一視によつて oriented faces (またはその逆向きの faces) のうちいくつかは (巡回的表示を適当に選べば) その境界が等しくなることがある。境界が等しいような faces のうちのいくつかを同じ記号であらわす。

例 7. 例 6 において

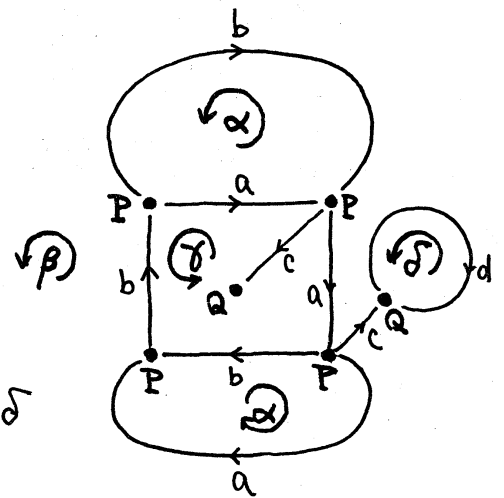
$$\partial\rho = \partial\sigma = a\bar{b}, \quad \partial\tau = acd\bar{c}abb$$

$$\partial\mu = ac\bar{c}abb, \quad \partial\nu = \bar{a}$$

である。よつてたとえば

$$\rho, \sigma \rightarrow \alpha, \quad \tau \rightarrow \beta, \quad \mu \rightarrow \gamma, \quad \nu \rightarrow \delta$$

とおけば右図を得る。



定義  $S^2$ -graph から step 1 ~ step 3 の過程を経て得られたものを  $S^2$ -diagram といい。

同一視の指定が済んで得られる open disk を  $S^2$ -diagram の cell と呼ぶ。とくに元の face の境界, vertex を同一視して得られるものをそれぞれ  $S^2$ -diagram の 2-cell の 境界, vertex といい。1 つの cell が  $S^2$ -diagram にあらわれる重複個数を、その cell の multiplicity と呼ぶ;  $m(A)$ ,  $m(a)$ ,  $m(\alpha)$  などとあらわす。

例 8 例 7 で示された  $S^2$ -diagram にあられる cells は

0-cells ----- P, Q.

1-cells ----- a, b, c, d.

2-cells -----  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

2-cells の境界は.

$$\partial\alpha = a\bar{b}, \quad \partial\beta = acd\bar{c}abb, \quad \partial\gamma = ac\bar{c}abb, \quad \partial\delta = \bar{d}$$

cell の multiplicity は.

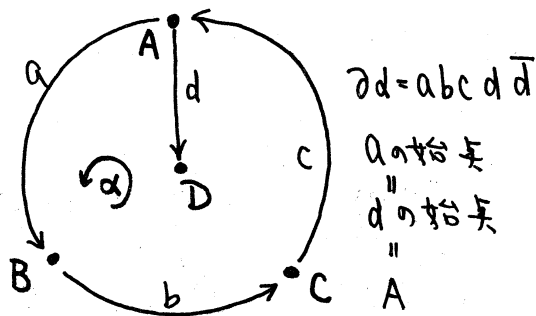
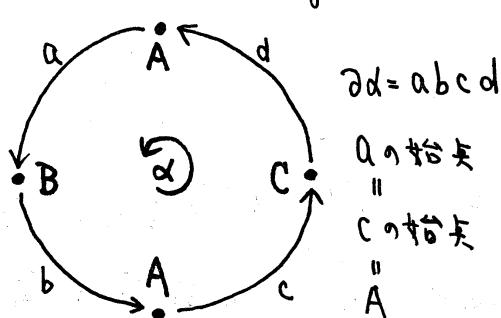
$$0\text{-cell} \dots m(P) = 4, \quad m(Q) = 2$$

$$1\text{-cell} \dots m(a) = m(b) = 3, \quad m(c) = 2, \quad m(d) = 1$$

$$2\text{-cell} \quad m(\alpha) = 2, \quad m(\beta) = m(\gamma) = m(\delta) = 1$$

定義  $S^2$ -diagram の 2-cell の境界は  $G$  を同一視して得られる graph の path になる. この意味でこの境界が simple path であるとき, この 2-cell は non-singular である. とおかれる.

例 9 singular 2-cell の例を 2 つ示しておく.



定義 各 2-cell の multiplicity が 2 であるような  $S^2$ -diagram  $(S^2, G_{\sim})$  を DS-diagram (Dehn-Seifert diagram) と呼ぶことにする。

定義  $S^2$  を DS-diagram  $(S^2, G_{\sim})$  の指定で同一視して得られる polyhedron を  $S^2/G_{\sim}$  とおす。  $(S^2, G_{\sim})$  から induce される (抽象的) spine と呼ぶ。  
DS-diagram の cell をそのまま  $S^2/G_{\sim}$  の cell として流用する。

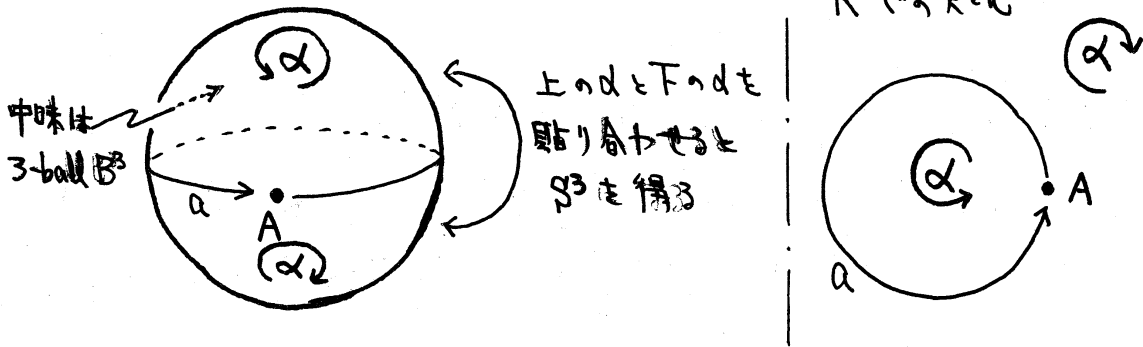
### §3. closed 3-manifold.

3-ball  $B^3$  の表面  $S^2$  に DS-diagram  $(S^2, G_{\sim})$  が与えられているとする。  $B^3$  の表面を  $(S^2, G_{\sim})$  の指定に従って貼り合わせることによって、  $B^3$  から得られる polyhedron を  $B^3/G_{\sim}$  と書くことにする。  $(S^2, G_{\sim})$  から induce される spine  $P = S^2/G_{\sim}$  の 0-cells, 1-cells, 2-cells の個数をそれぞれ  $\#\tilde{V}$ ,  $\#\tilde{E}$ ,  $\#\tilde{F}$  と書くことにする。 次の 2 つの定理はよく知られている。

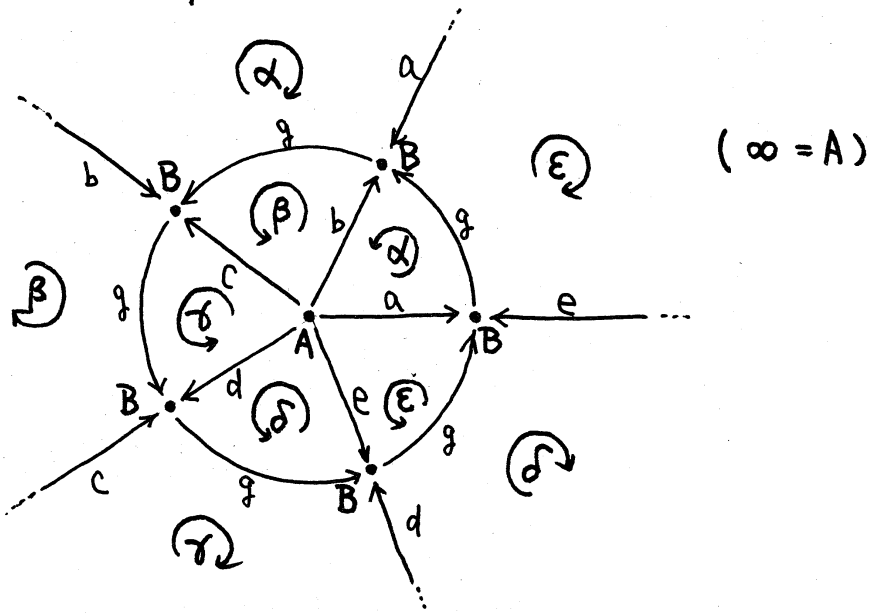
定理 1.  $\#\tilde{V} - \#\tilde{E} + \#\tilde{F} = 1$  であるとき、そのときにかぎり、  $B^3/G_{\sim}$  は closed 3-manifold である。

定理 2 任意の closed 3-manifold  $M$  に対し  $B^3/G \sim M$  とするよりの DS-diagram  $(S^2, G)$  が存在する。

例 10 3-sphere  $S^3$ .



例 11. lens space  $L(5,1)$



表面に DS-diagram  $(S^2, G)$  が与えらる 3-ball を  $(B^3, G)$  と書くことにする。  $B^3/G$  が closed 3-manifold  $M^3$  になるとき  $(B^3, G)$  を  $M^3$  の DS-diagram と呼ぶことにする。

定理 3.  $(B^3, G_{\sim})$  を closed 3-manifold  $M^3$  の DS-diagram,  $D^3 \in M^3$  内の 3-ball とする. そのとき

$$M^3 - \text{Int} D^3 \searrow S^2/G_{\sim} \text{ (collapse)}$$

#### §4. DS-diagram の自明な変形

closed 3-manifold  $M^3$  の DS-diagram  $(B^3, G_{\sim})$  について考える.  $(B^3, G_{\sim})$  は  $(S^2, G_{\sim})$  で一意に定まるから, 以下  $(S^2, G_{\sim})$  の言葉であらわす.

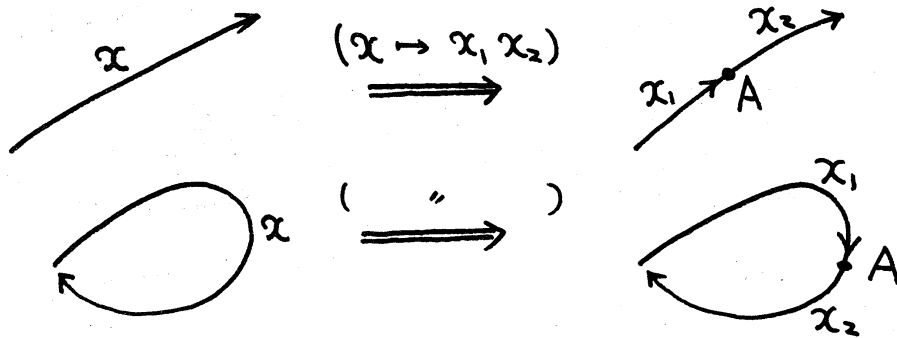
定義 2つの DS-diagram  $\underbrace{(S^2, G_{\sim}) \text{ と } (S^2, G'_{\sim})}_{\text{が同じ closed 3-manifold を定めるとき}}$   $(S^2, G_{\sim}) \approx (S^2, G'_{\sim})$  と書く.

$(S^2, G_{\sim})$  は単に同一視の指定をしていただけだから, 結果として同一視の指定が  $S^2$  全体で変わらない限り, 別の表記法をとってもよい. そのような自明な変形について述べる.

①-変形.  $(S^2, G_{\sim})$  にあらわゆる 1-cell または 2-cell のうち, 1種類の cell の向きを一斉に変える.

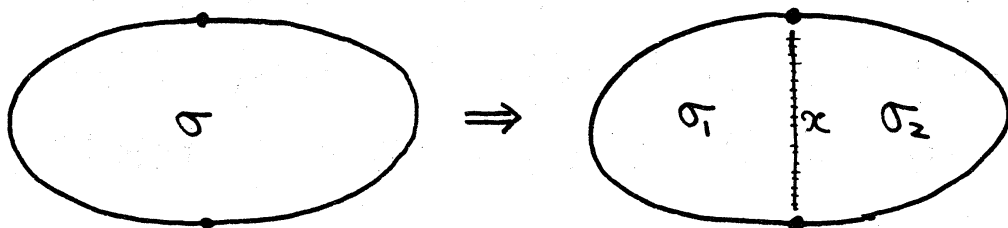
$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} a \nearrow \dots \circlearrowleft_a \dots \searrow a \end{array} & \xrightarrow{(a \rightarrow \bar{a})} & \begin{array}{c} \searrow a \dots \circlearrowright_a \dots \nearrow a \end{array}
 \end{array}$$

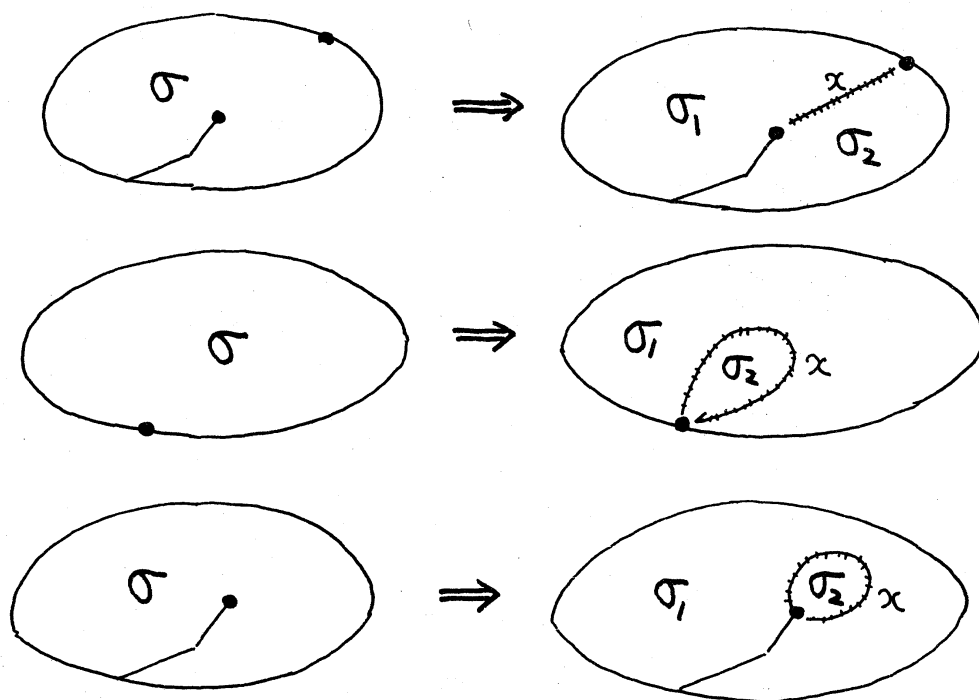
P-変形  $(S^2, G_{\sim})$  にあられる 1 種類の 1-cell を一斉に 2 種類の 1-cells に分割する。そのとき必然的に、1 種類の 0-cell が添加される。



P-変形 P-変形の逆変形である。1-cells  $\alpha_1, \alpha_2$  が  $(S^2, G_{\sim})$  内で単に  $\alpha_1, \alpha_2$  の形であられ、0-cell  $A$  が  $\alpha_1$  の終点 (=  $\alpha_2$  の始点) 以外の 1-cell の端点にならないうとき、 $A$  を除去し、 $\alpha_1, \alpha_2$  を新たな 1-cell  $\alpha$  におきかえることができる。

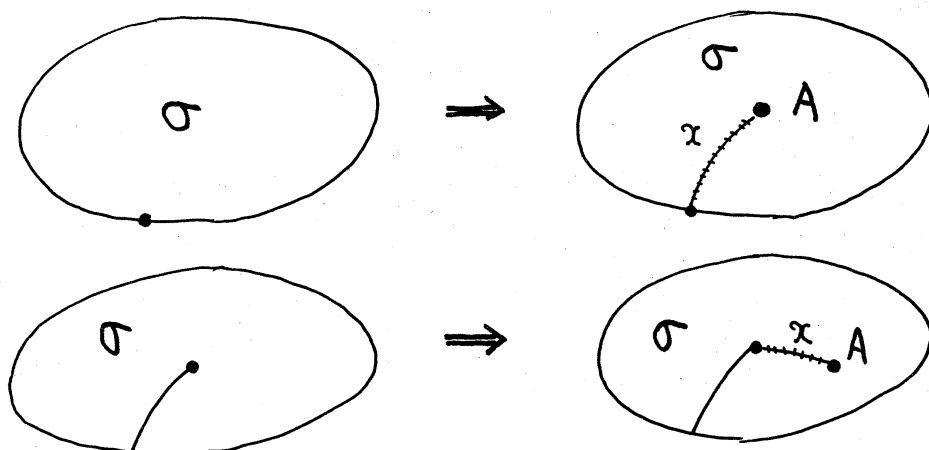
Q-変形  $(S^2, G_{\sim})$  にあられる 1 種類の 2-cell  $\sigma$  を一斉に 2 種類の 2-cells  $\sigma_1, \sigma_2$  に分割する。そのとき必然的に 1 種類の 1-cell  $\alpha$  が添加される。





Q-変形 Q-変形の逆変形である。2-cells  $\sigma_1, \sigma_2$  が 2 箇所とも 1-cell  $\alpha$  を境界に含むように同じ 1-cell でありわかれるとき、 $\alpha$  を除去し、 $\sigma_1, \sigma_2$  を一つの 2-cell  $\sigma$  にまとめる。但し、 $\alpha$  が他の場所にもありわかれる (即ち  $m(\alpha) \geq 3$ ) 場合にはこの変形は許されな $\bar{\bar{}}$ 。

R-変形  $(S^2, G_2)$  にありわかれる 1 種類の 2-cell  $\sigma$  に対し、 $\sigma$  の内部の 1 点  $A$  を 0-cell に加え、 $A$  と  $\sigma$  の他の vertex を結ぶ arc (interior) を 1-cell に加える (新たな 2-cell は前の 2-cell の文字  $\sigma$  を流用してもよい) だけである。

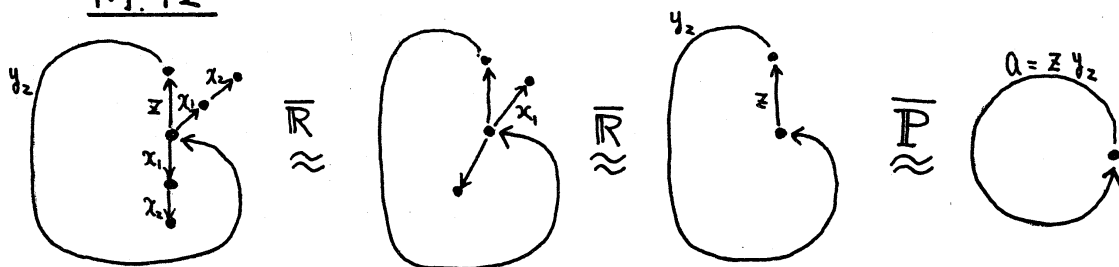


$\bar{R}$ -変形  $R$ -変形の逆変形である。但し、 $\bar{Q}$ -変形の時と同じ注意、即ち  $m(x)=2$ ,  $m(A)=2$  を要する。

定義  $O$ -、 $P$ -、 $Q$ -、 $R$ - 及びその逆  $\bar{O}$ 、 $\bar{P}$ 、 $\bar{Q}$ 、 $\bar{R}$ - の各変形を総称して、 $DS$ -diagram の 自明な変形 という。

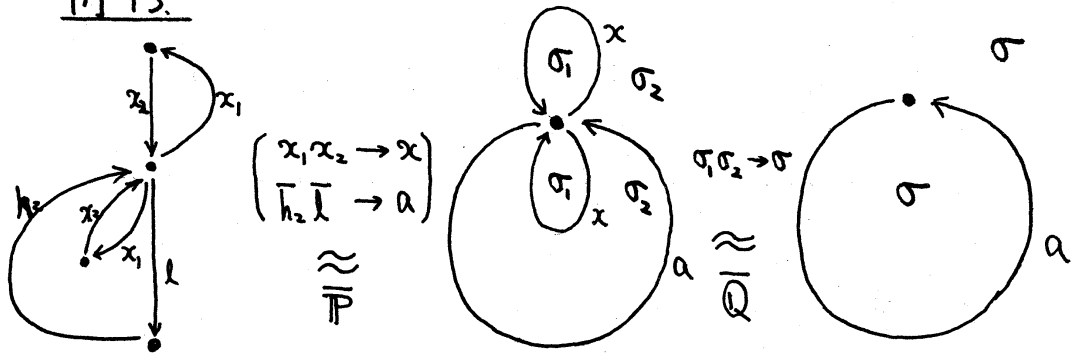
定理 4. 自明な変形によつて  $DS$ -diagram は “変らない。” 即ち、自明な変形を有限回くり返すことによつて  $(S^2, G_{\sim})$  から  $(S^2, G'_{\sim})$  が得られるならば  $(S^2, G_{\sim}) \approx (S^2, G'_{\sim})$ 。

例. 12

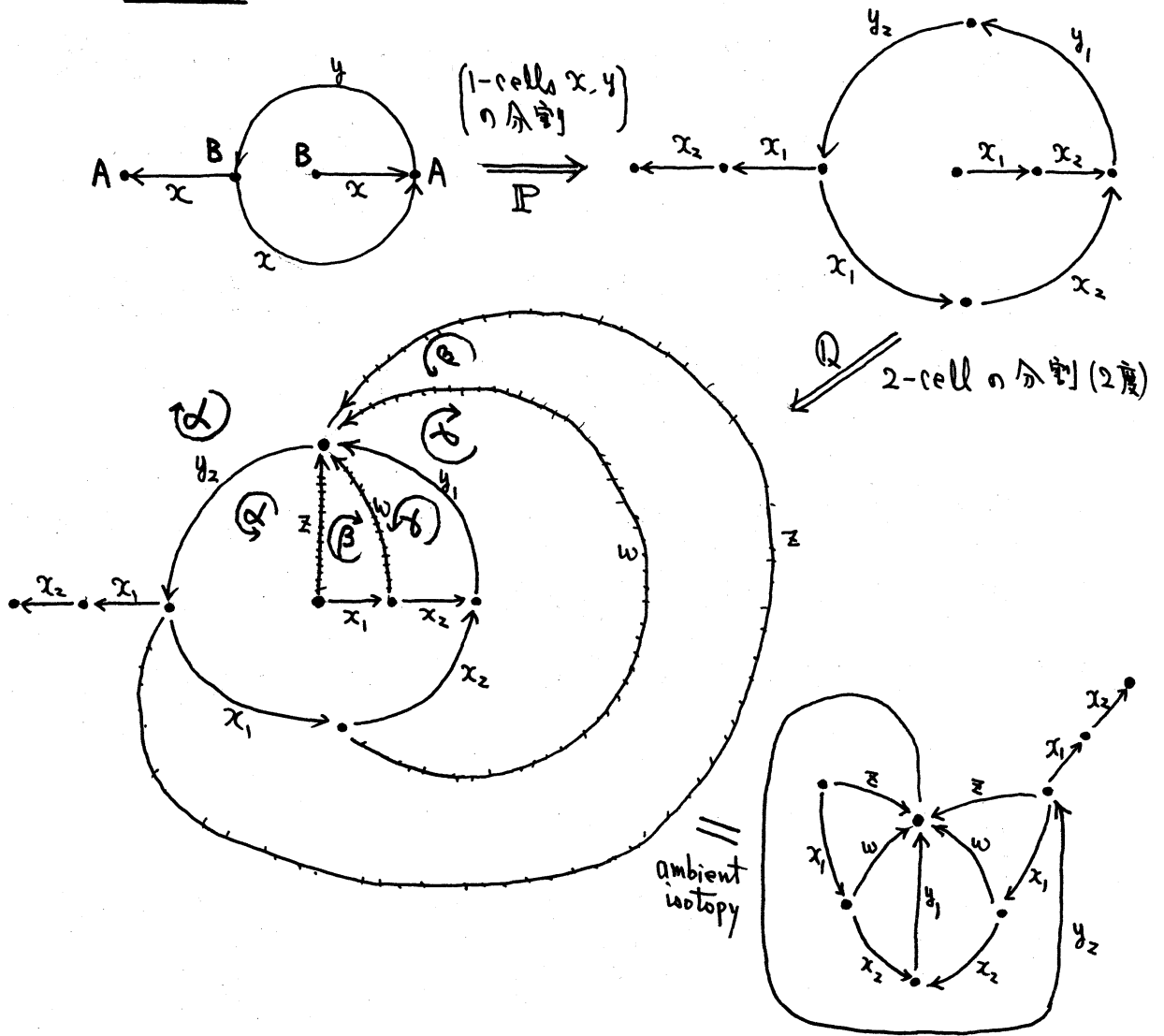




例 13.



例 14.



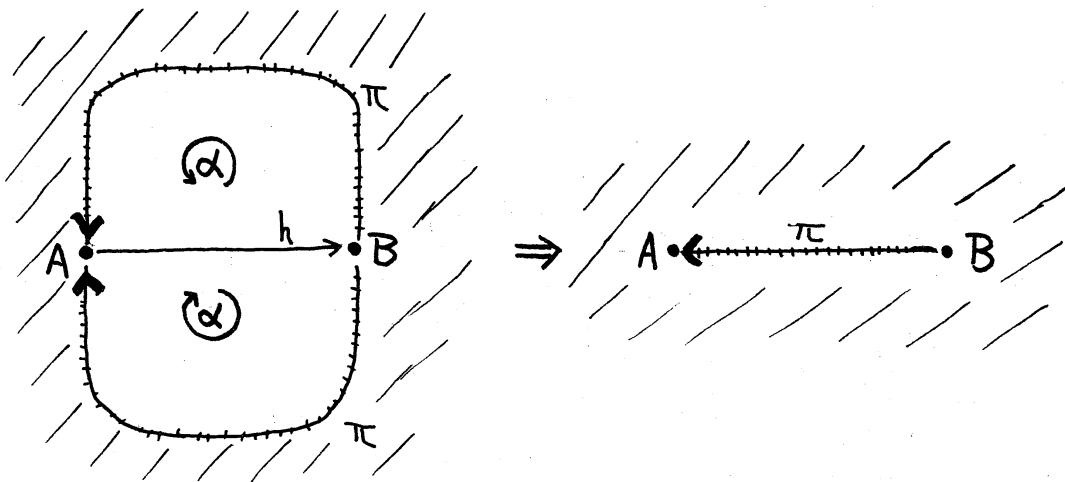
## §5. Collapsing

DS-diagram  $(S^2, G_2)$  上に唯一度だけしか現れない  
 1-cell  $h$  (即ち  $m(h) = 1$  なる 1-cell  $h$ ) について考える.  
 $h$  を境界に含む 2-cell は 1 種類しかない. いまきの 2-cell  
 を  $\alpha$  とする. 2枚の  $\alpha$  は  $h$  の両側にあつて互いに隣接している.  
 $\alpha$  (または  $\bar{\alpha}$ ) の境界は

$$\partial\alpha = h\pi \quad (\text{または } \partial\bar{\alpha} = h\pi)$$

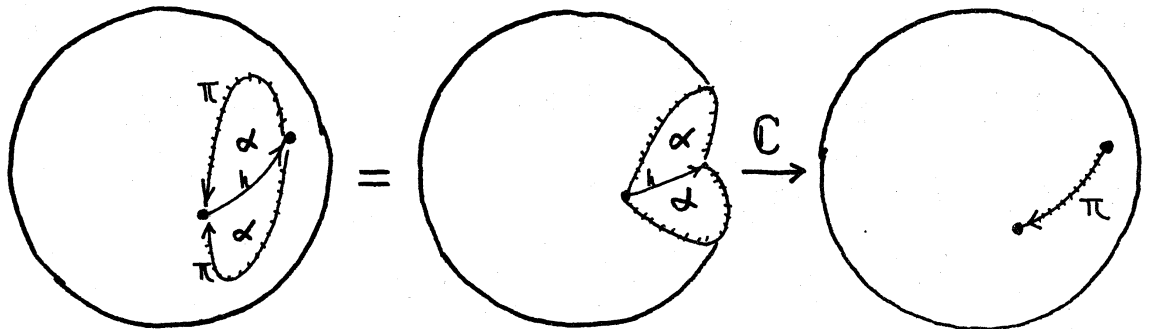
と書ける. 但し  $\pi = b_1 b_2 \cdots b_m$  で, 各  $b_i$  (または  $\bar{b}_i$ ) は  
 $(S^2, G_2)$  の 1-cell である.

定義 上の状況の  $h$  と  $\alpha$  で, さらに  $\alpha$  が "non-singular"  
 な 2-cell であるとき  $(S^2, G_2)$  から 2つの  $\alpha$ , 2つの  $\pi$  を除去  
 し,  $h$  を  $\pi = \bar{b}_m \cdots \bar{b}_2 \bar{b}_1$  におきかえる変形を collapsing  
 または C-変形 と呼ぶ.



$\mathbb{C}$ -変形は spine  $S^2/G_\sim$  の方で見ると、free face  $h$  を利用して 2-cell  $\alpha$  を collapse することになっている。

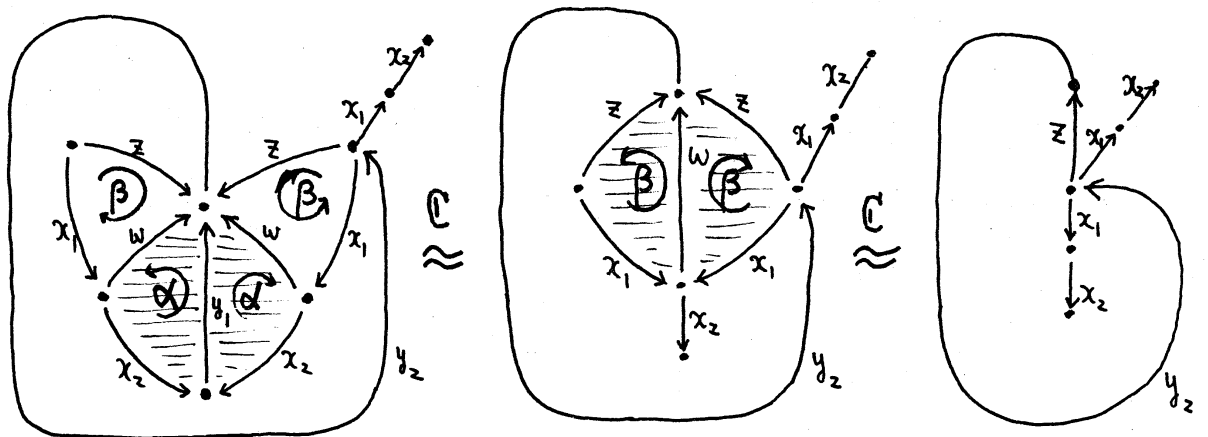
一方  $\mathbb{C}$ -変形を  $(B^3, G_\sim)$  の方で見れば



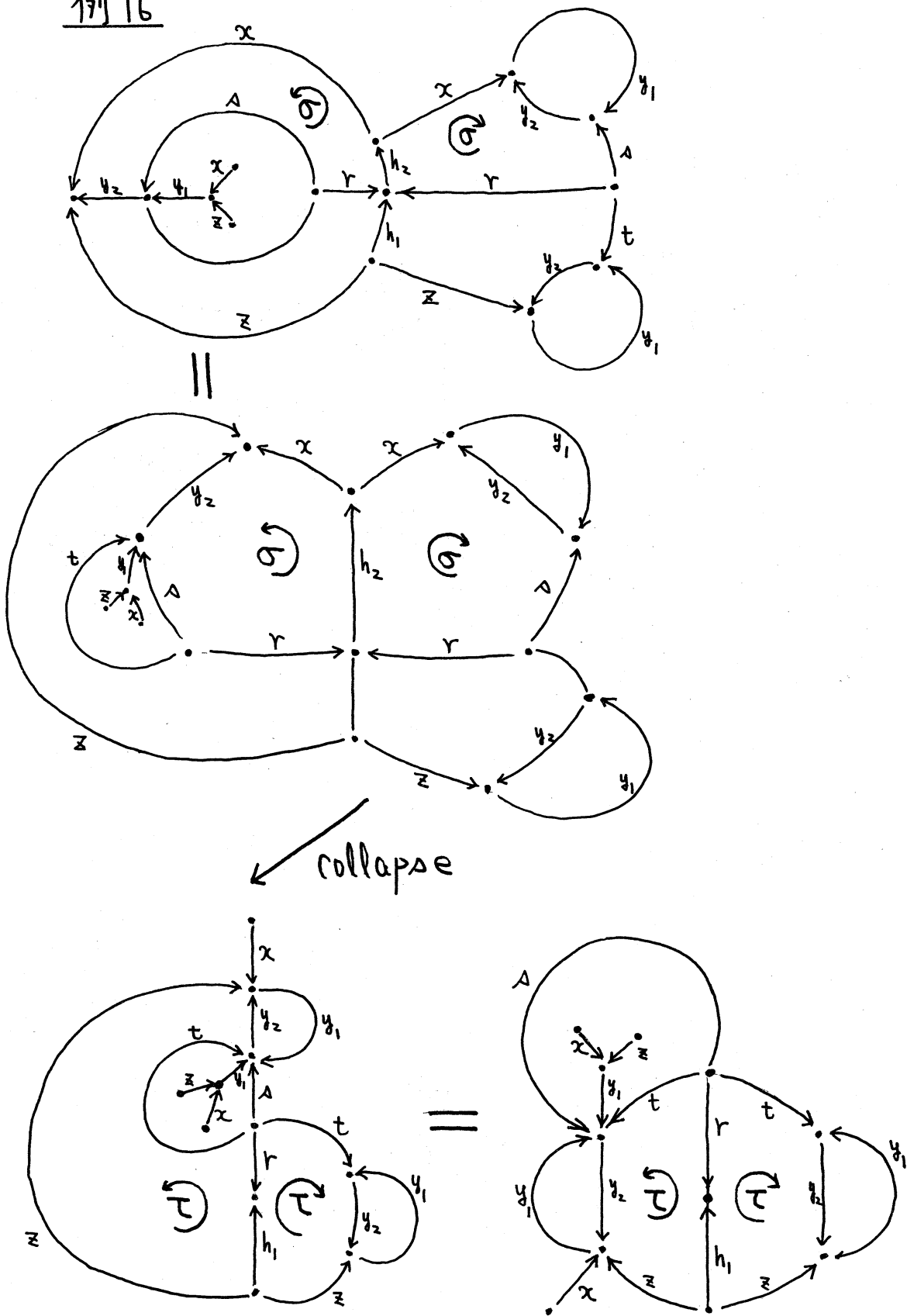
となり、 $S^2$  全体として  $\mathbb{C}$  の同一視には影響を与えていない。

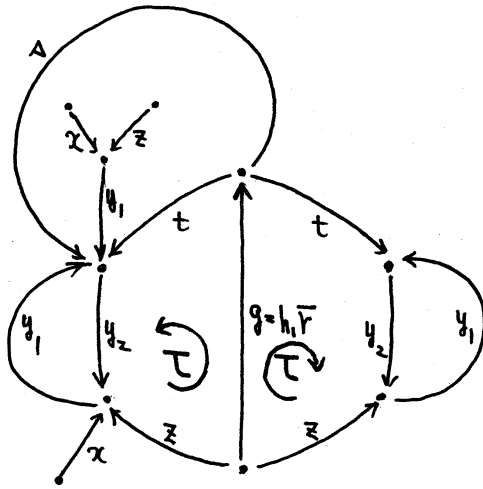
定理 5  $\mathbb{C}$ -変形によつて DS-diagram は“変わらない”。  
 即ち、 $(S^2, G_\sim)$  から  $\mathbb{C}$ -変形によつて  $(S^2, G'_\sim)$  が得られるならば、  
 $(S^2, G_\sim) \approx (S^2, G'_\sim)$  である。

例 15

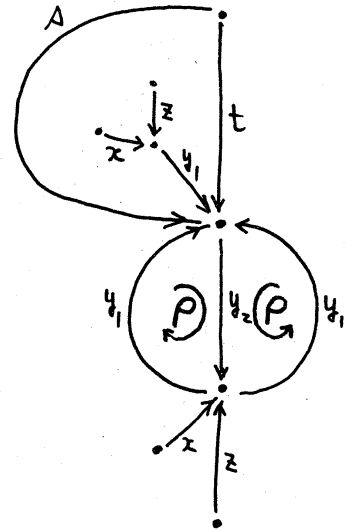


例 16

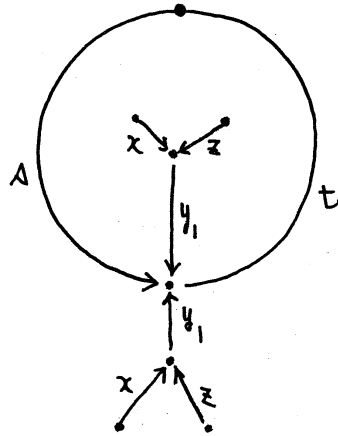




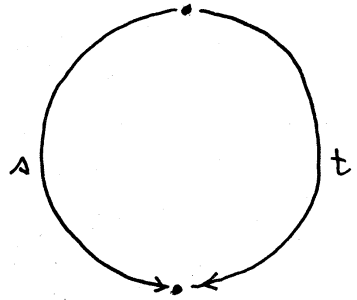
collapse



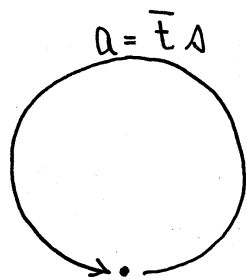
collapse



$x, z, y_1$  の部分  $\bar{R}$



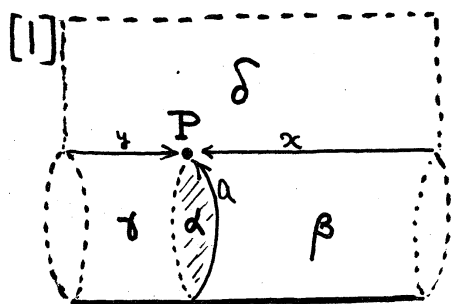
$\bar{t}A$  の場合  $\bar{P}$



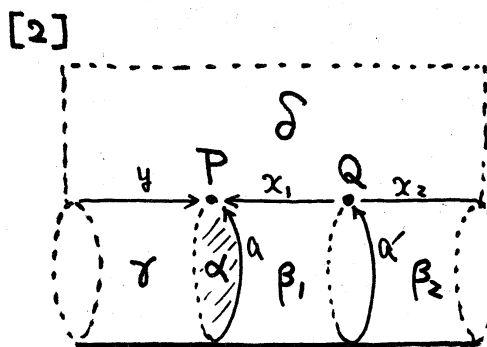
§ 6.  $D^2 \times I$ -変形 (その1)

$\alpha$  を  $(S^2, G_\sim)$  の non-singular 2-cell とする.

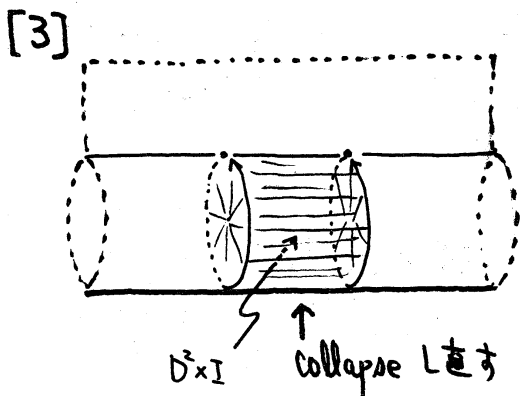
apine  $S^2/G_\sim$  の方でよく知られたテクニックとして、 $\alpha$  に厚みをつけて collapse の方向を変える方法がある。ここではその特殊な場合について述べ、それを  $(S^2, G_\sim)$  の言葉へ翻訳することを考える。



$\alpha$  の分割  
 $\beta$  の分割

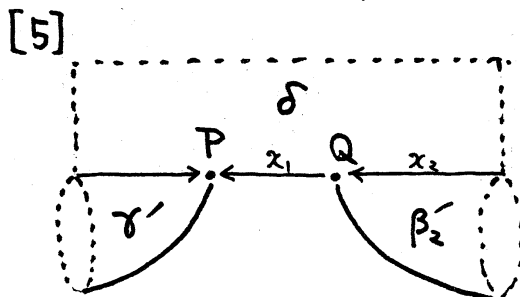
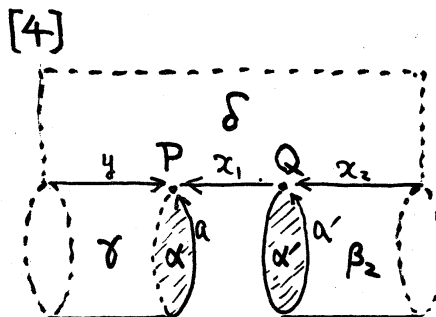


$D^2 \times I$  を埋め込む。



expanding

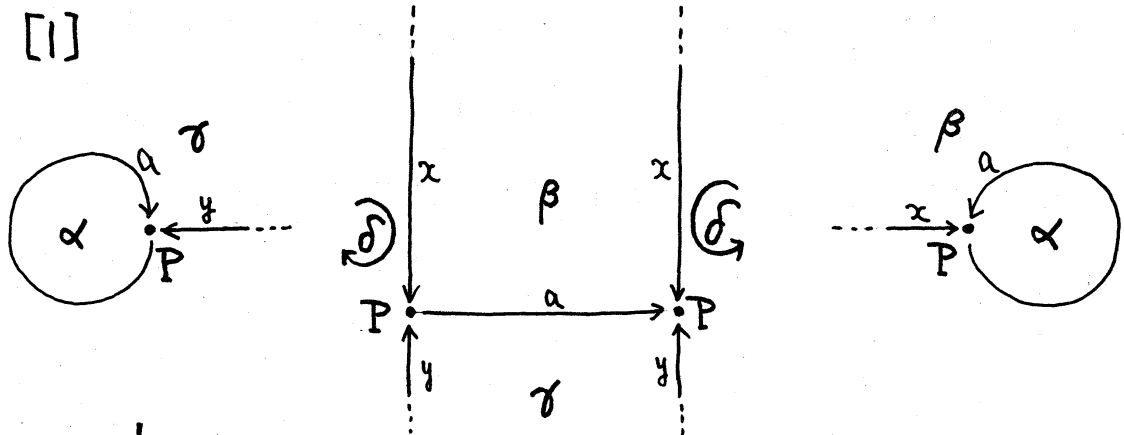
Collapse



ambient isotopy

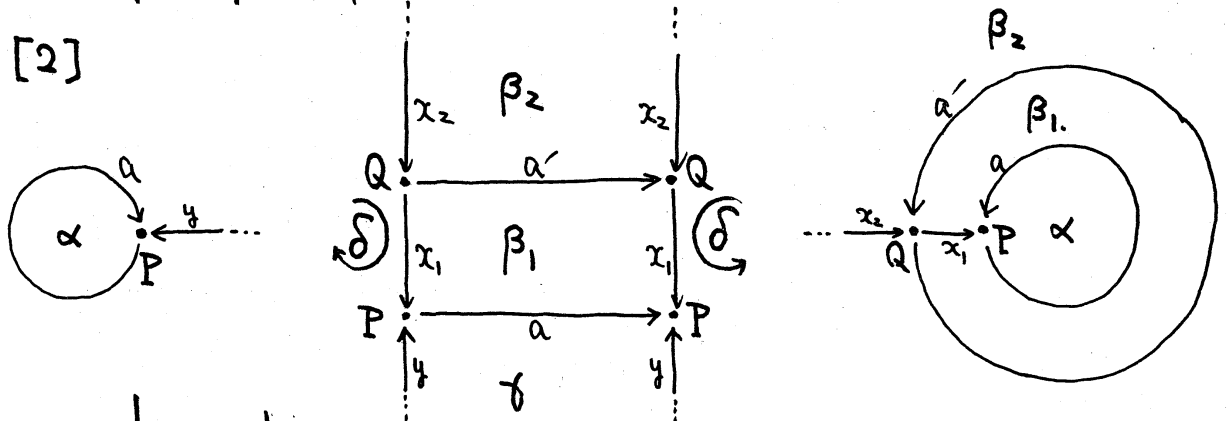
前図に見た spine の変形 [1] ~ [5] を DS-diagram  $\wedge$  翻訳すると次のようになる。

[1]



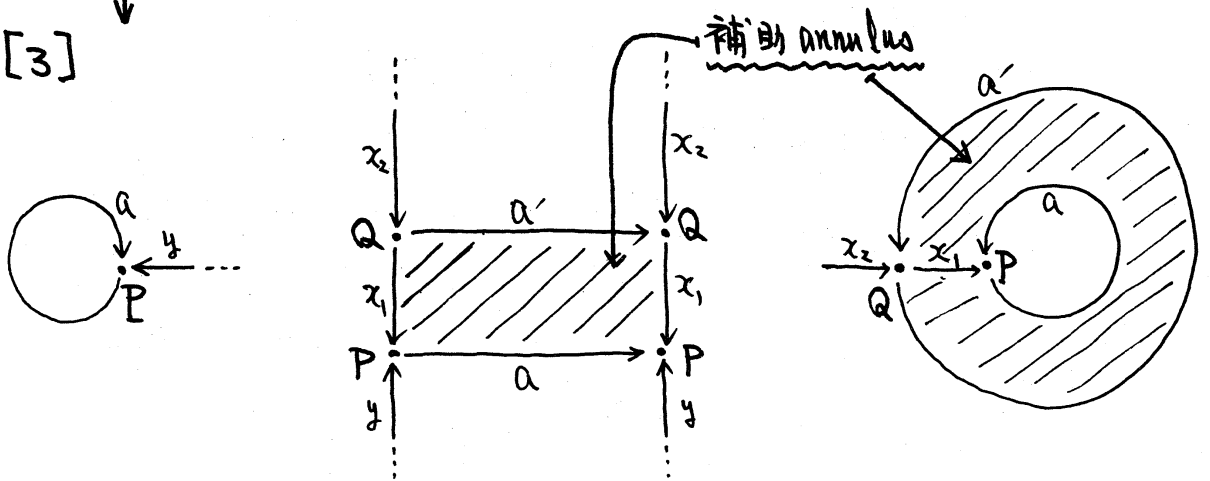
$\mathbb{P}: x \rightarrow x_1 x_2$   
 $\mathbb{Q}: \beta \rightarrow \beta_1 \beta_2$

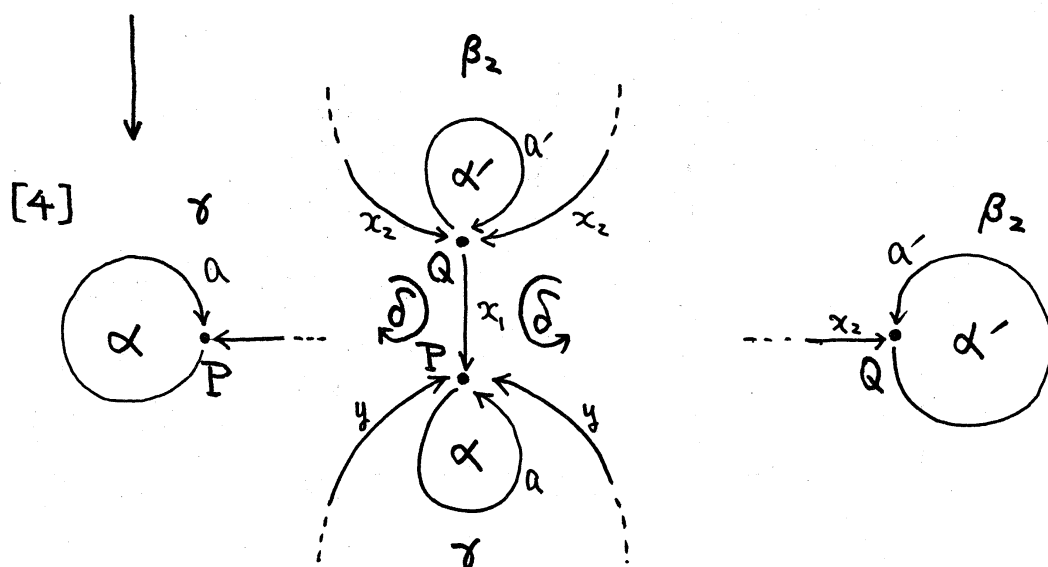
[2]



expanding

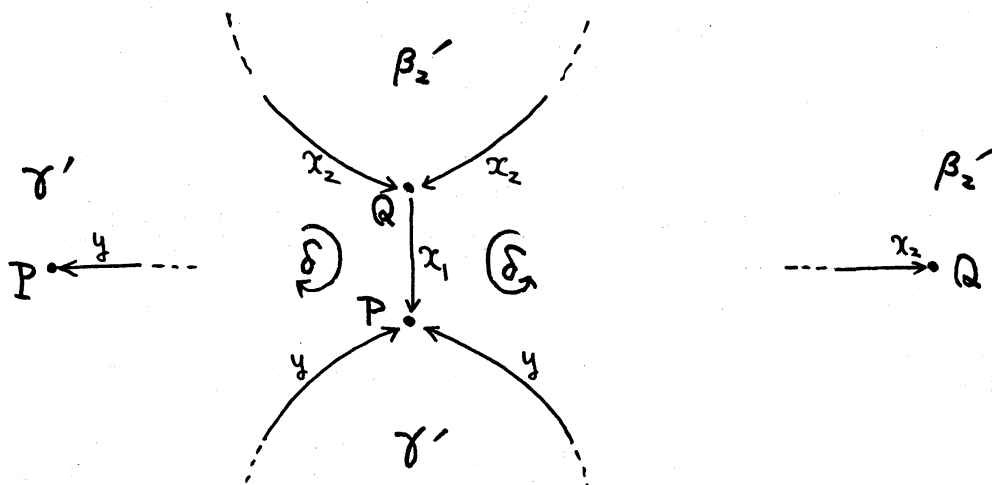
[3]





$\bar{Q}$ : 2-cell  $\alpha, \alpha'$  の除去

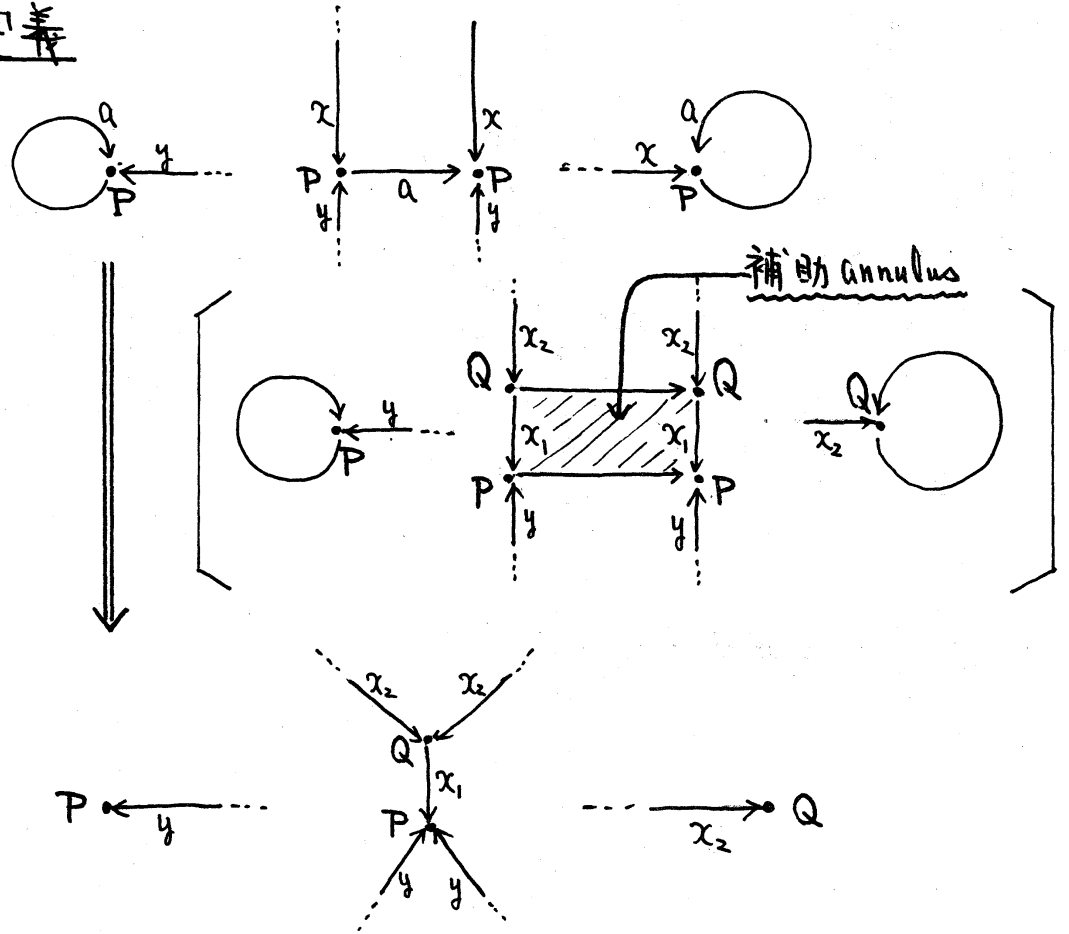
[5]



[1]から[5]の変形で  $\beta, \gamma$  は消滅してしま、 $\tau$  いるから [5]において  $\sigma$  で文字  $\gamma'$  の代り、 $\beta$  で文字  $\beta'_2$  の代りにしてもさしつかえない。このことを利用して次の定義を与えることにする。



定義

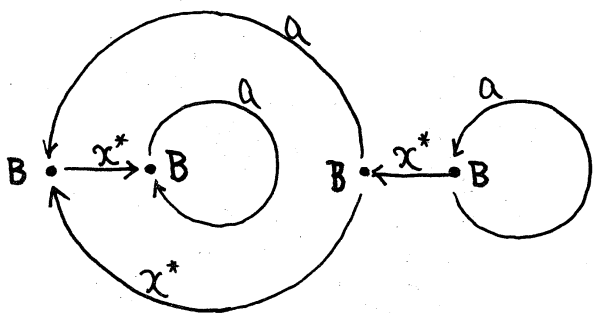


上図の変形を単1種の  $D^2 \times I$ -変形 または  $D_1$ -変形 と呼ぶ。

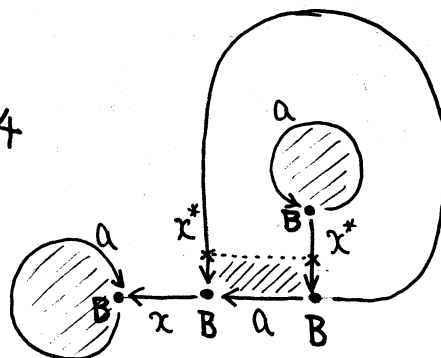
定理 6  $D_1$ -変形によつて DS-diagram は“変らない。”  
 即ち、 $(S^2, G_{\sim})$  から  $D_1$ -変形によつて  $(S^2, G'_{\sim})$  が得られる  
 ならば、 $(S^2, G_{\sim}) \approx (S^2, G'_{\sim})$  である。

以下、いくつかの DS-diagram について調べ、それらからすべて  $S^3$  の DS-diagram であることを示す。

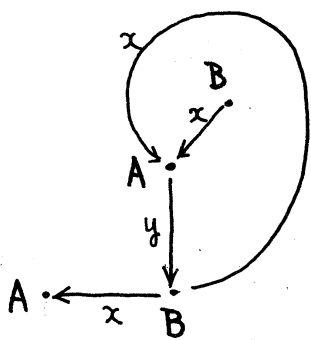
例 17



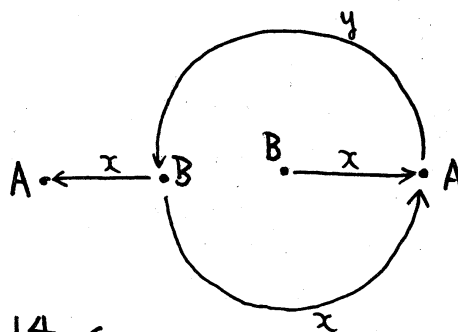
例 4



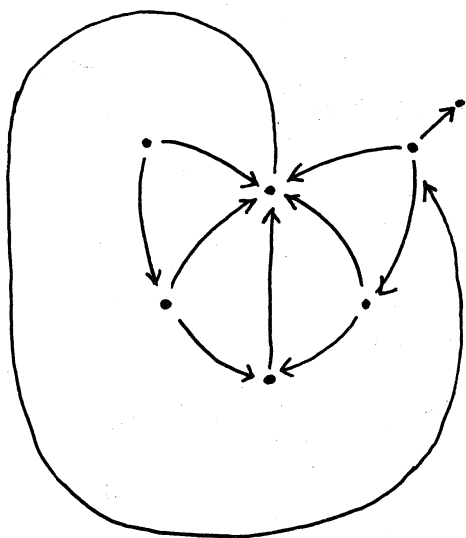
$D_1$ -变形



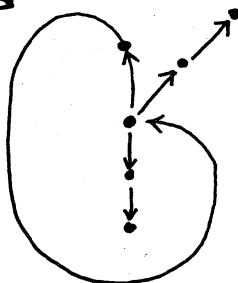
=



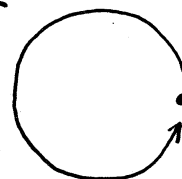
例 14



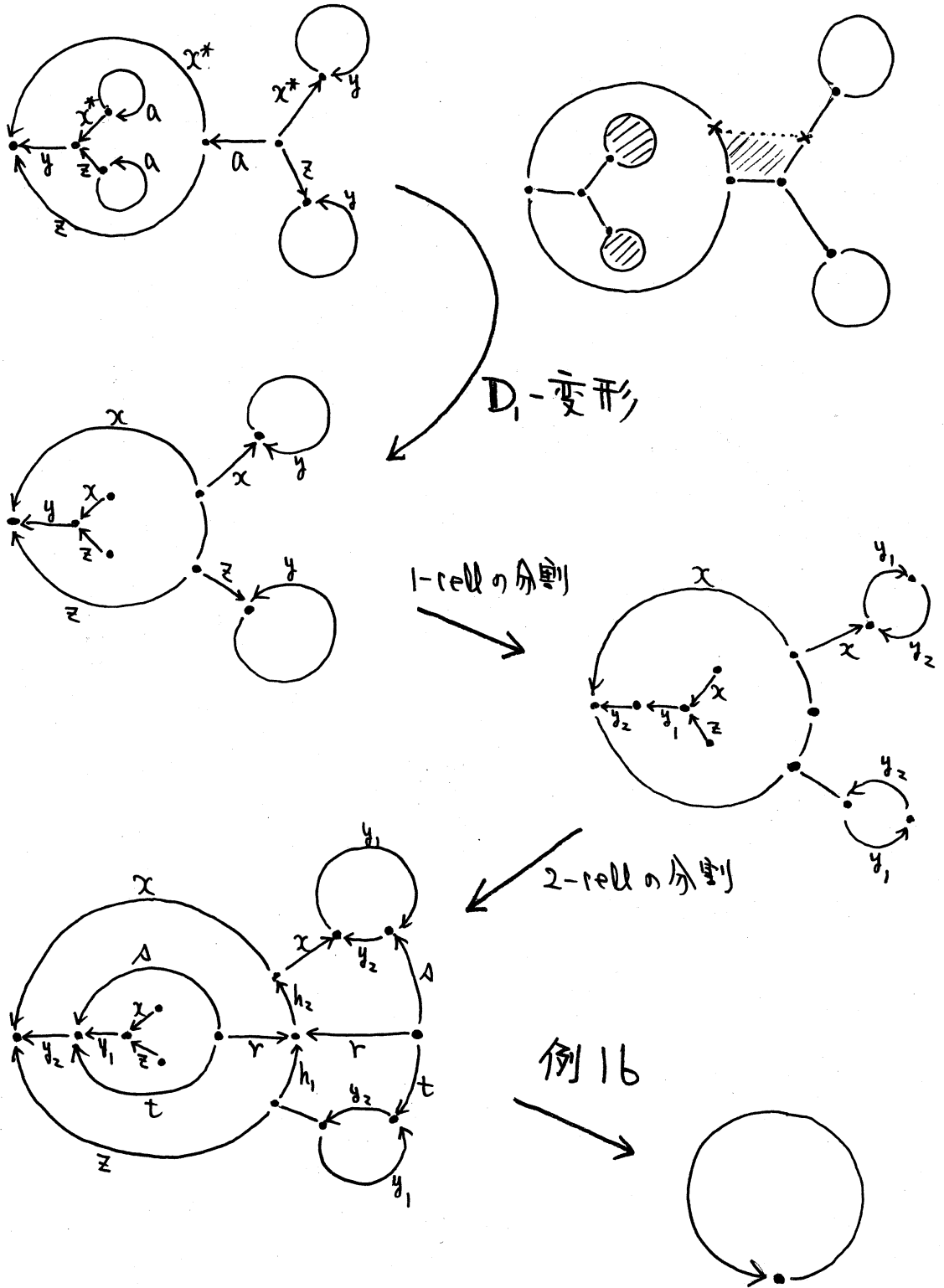
例 15



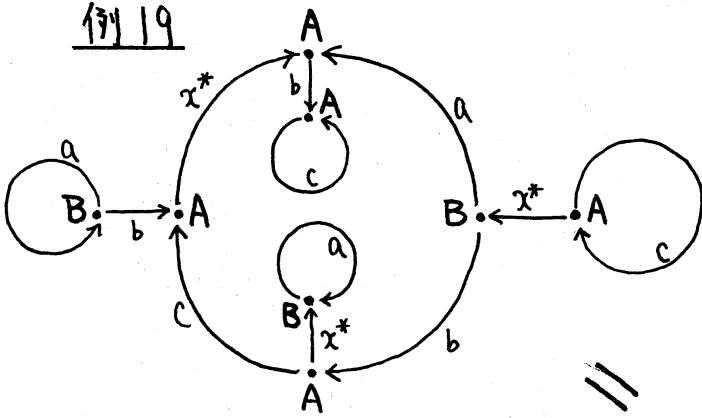
例 12



例 18

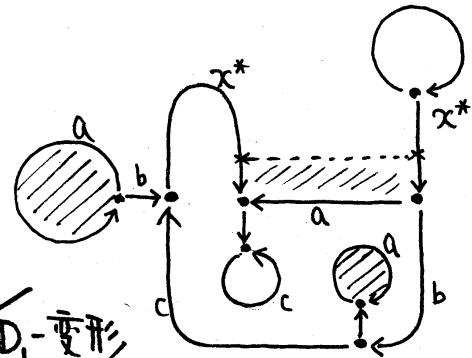


例 19

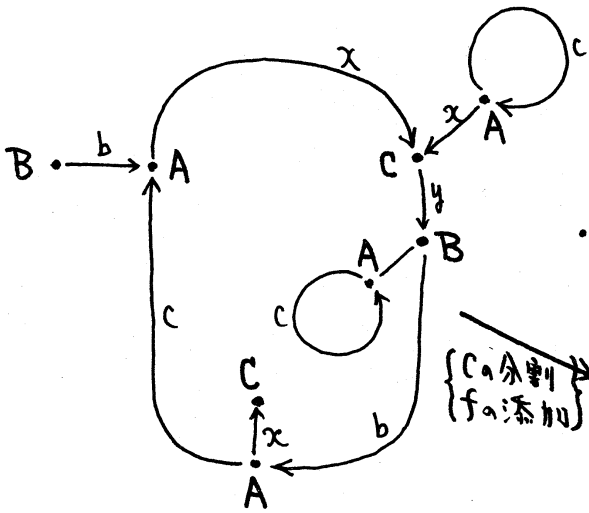


$x^* \rightarrow xy$

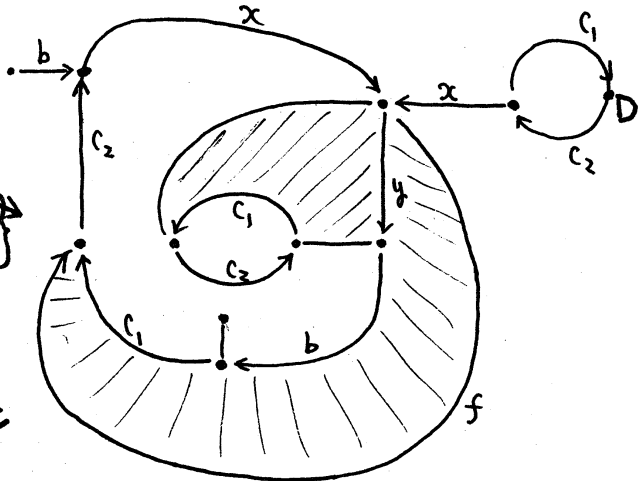
$=$



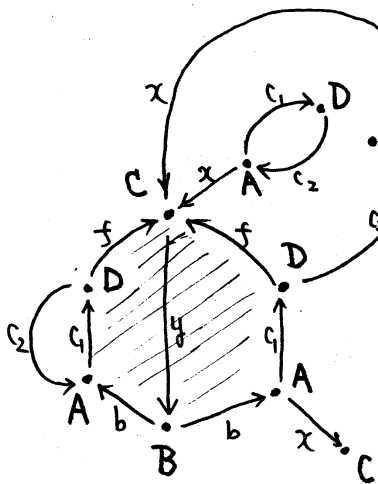
$\swarrow D_1$ -变形



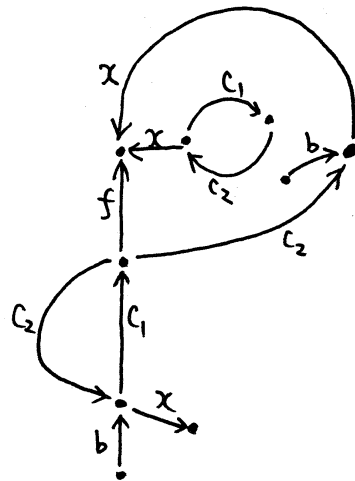
{  $c_0$  分割 }  
 {  $f_0$  添加 }



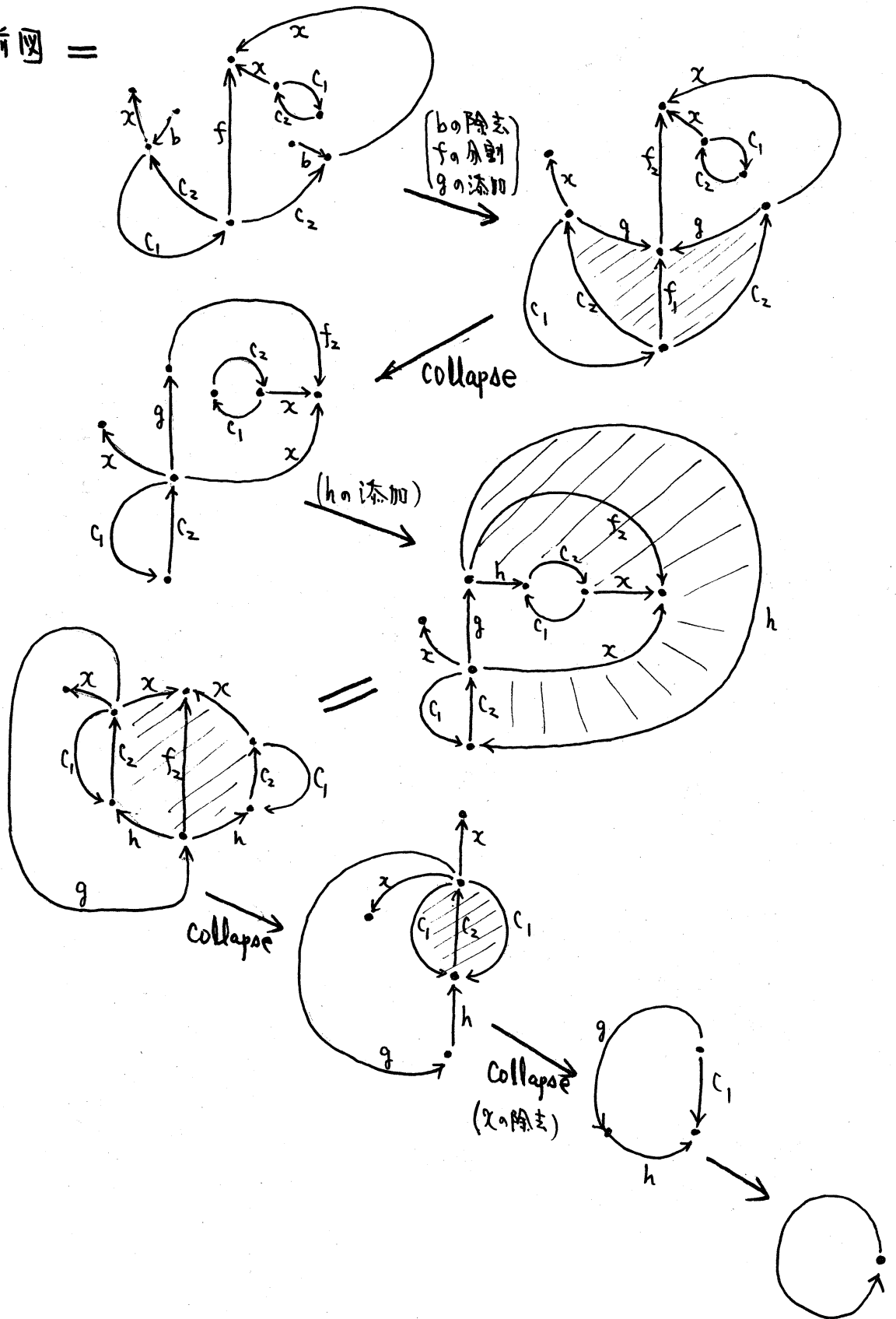
$=$



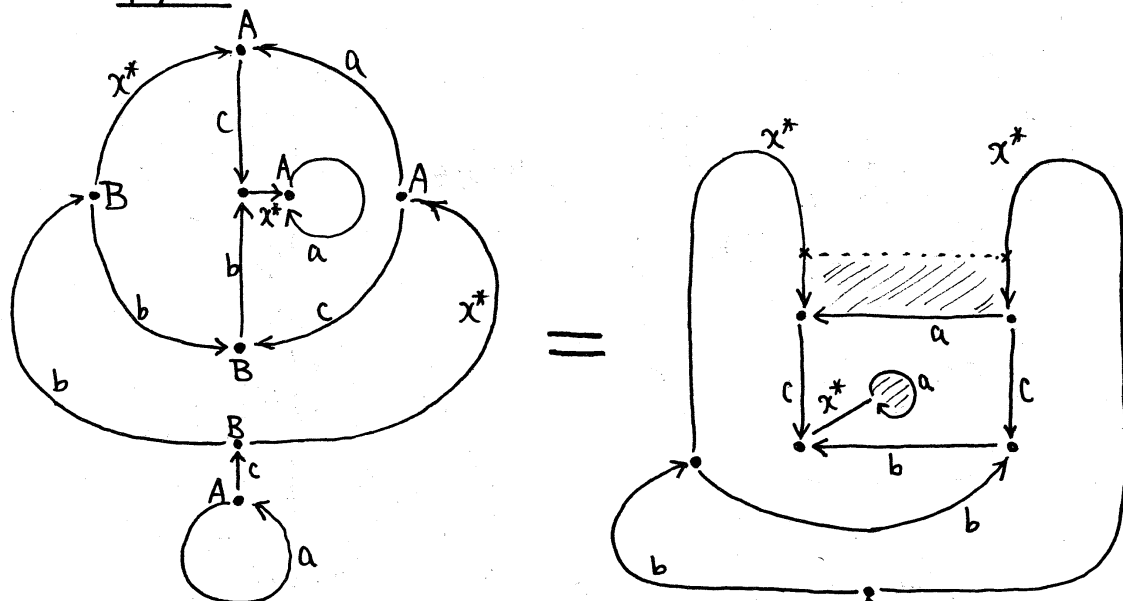
$\searrow$  collapse



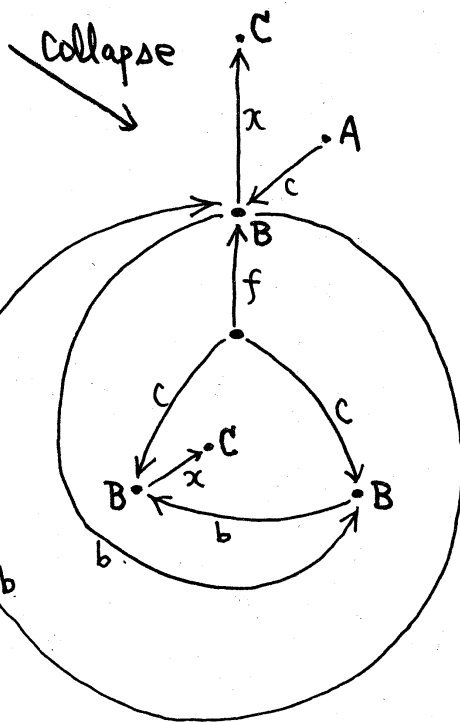
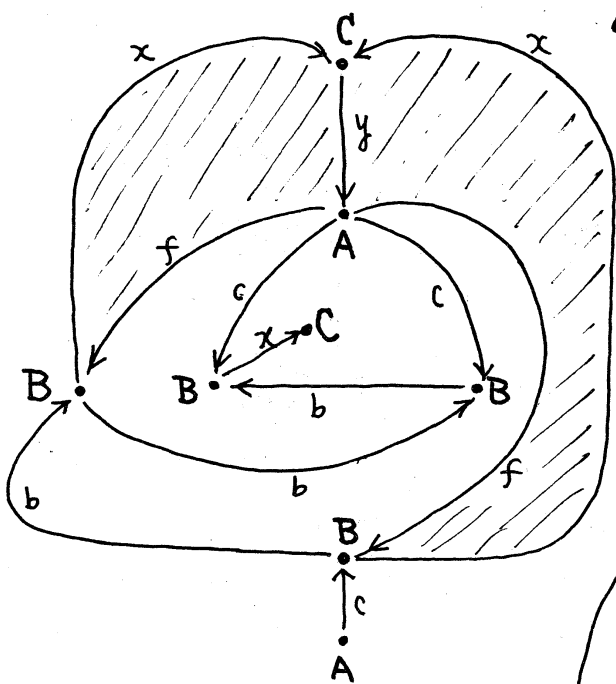
前图 =



例 20

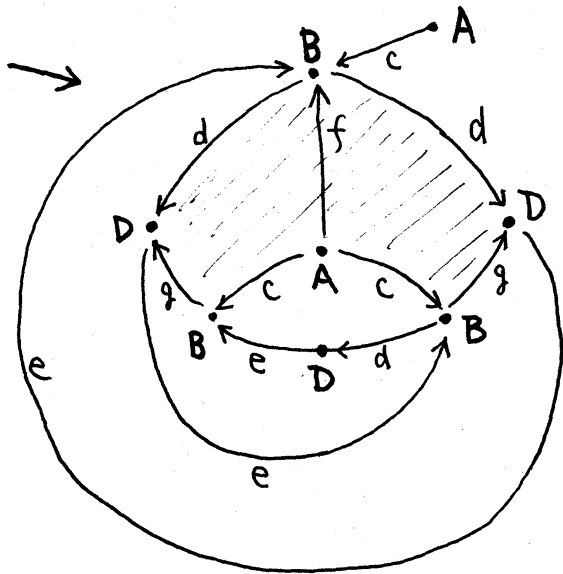


$(x^* = xy)$   
 $\leftarrow D_1$ -变形

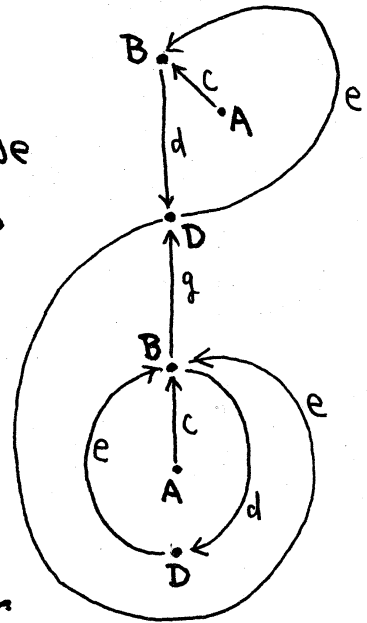


$(x_0$  除去  
 $b_0$  分割  $\rightarrow de$   
 $g_0$  添加)

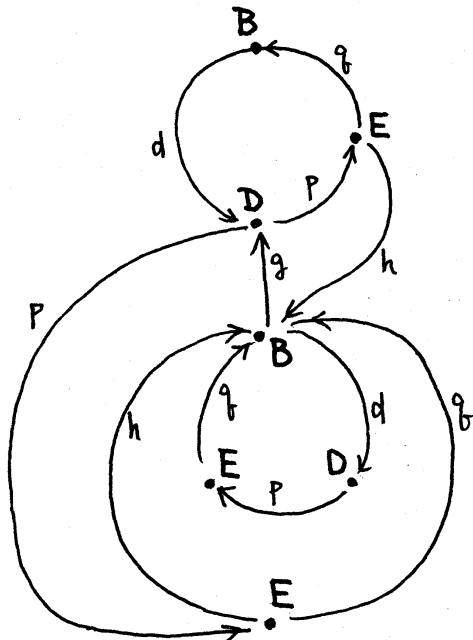
次頁



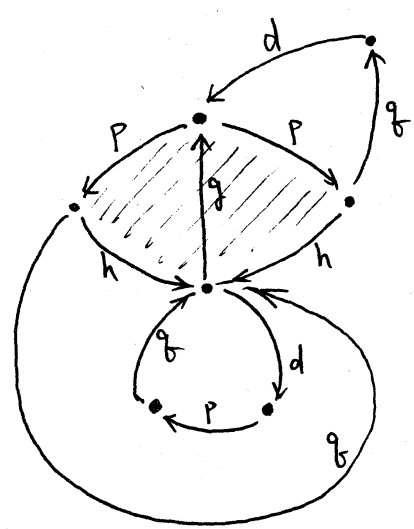
Collapse



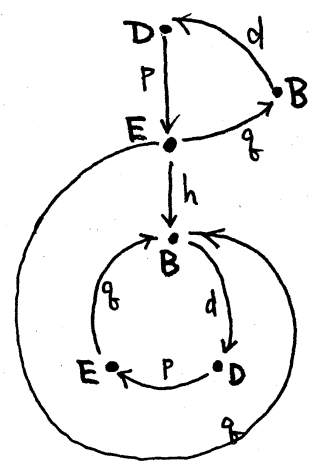
(Cの除去  
eの分割 → P, q  
hの添加)



=

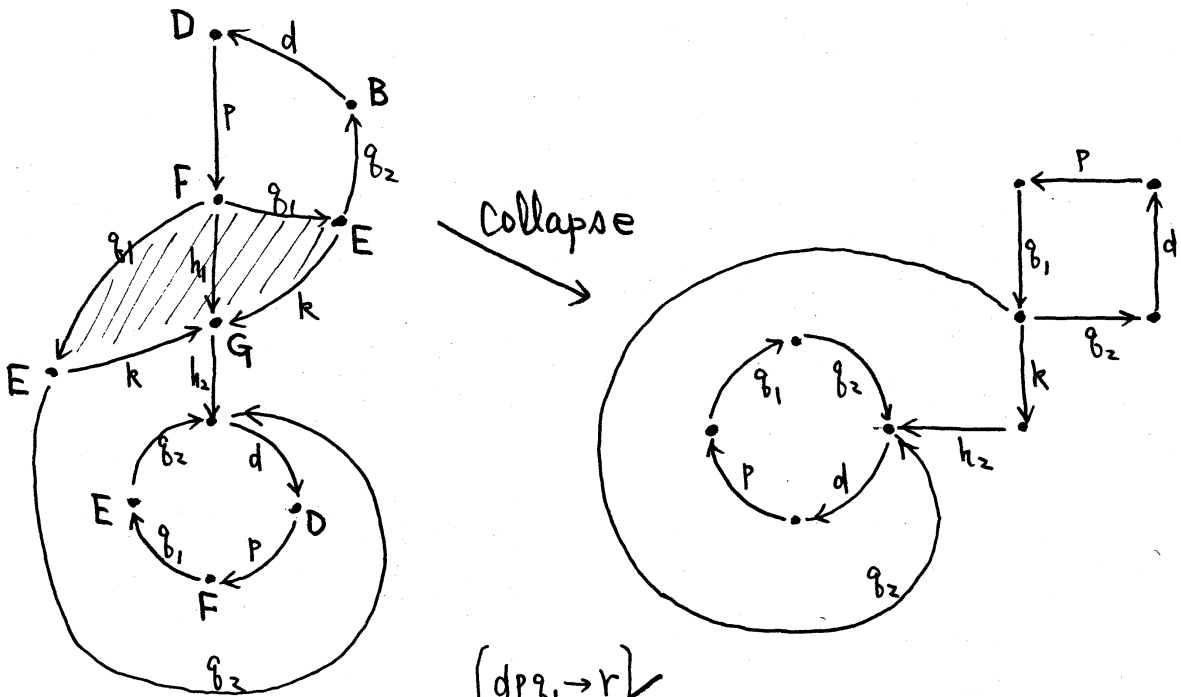


Collapse

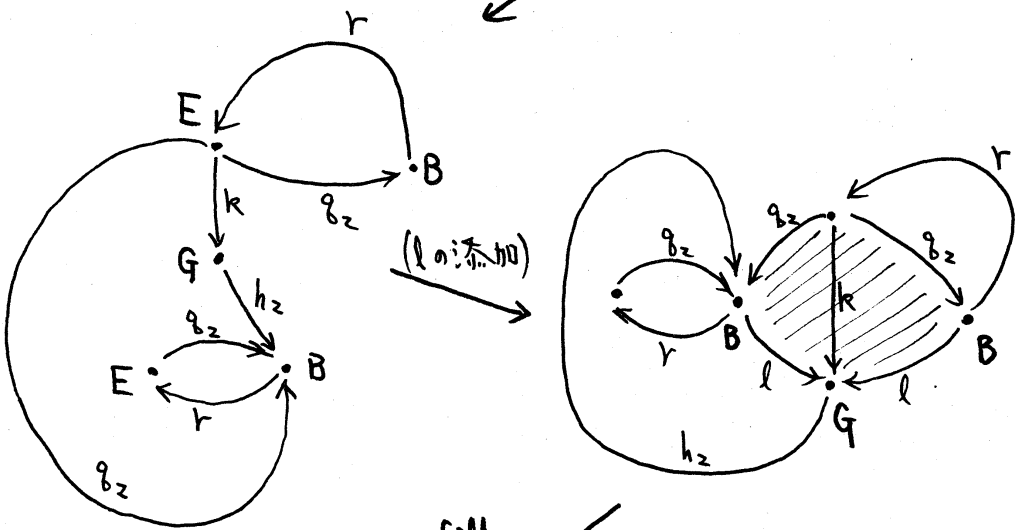


(gの分割 → g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub>  
hの分割 → h<sub>1</sub>, h<sub>2</sub>  
kの添加)

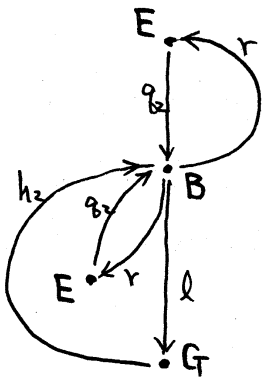
次頁



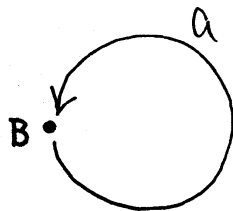
$(dp g_1 \rightarrow r)$



Collapse



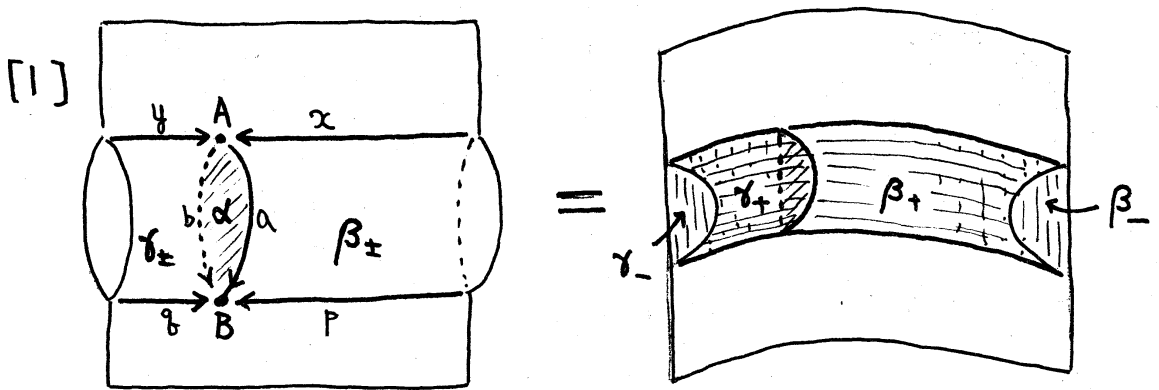
$g_2 r$  的除去  
 $\overline{h_2 l} \rightarrow a$





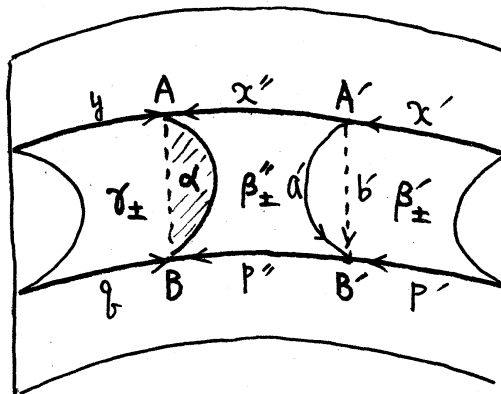
§7.  $D^2 \times I$ -変形 (4の2)

§6と同様な議論を行なってみる。ここでは次の spine の変形について考える。

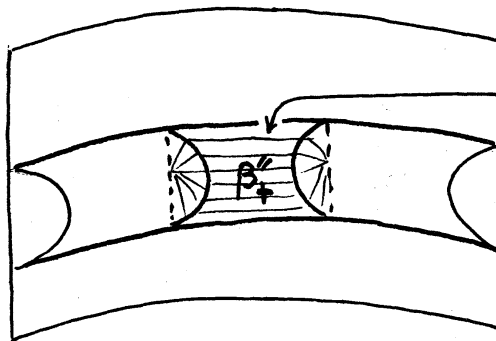


\* +は前面, -は背面(右図では平らな方)をあらわすことにする

[2]

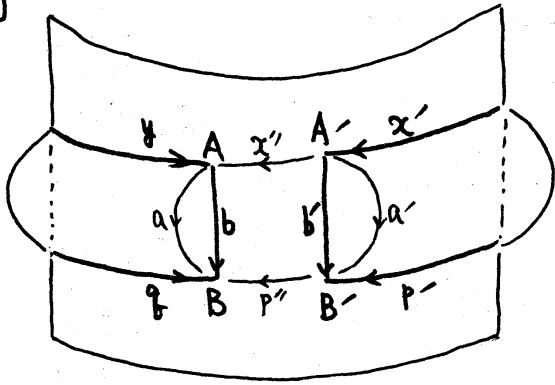


[3]

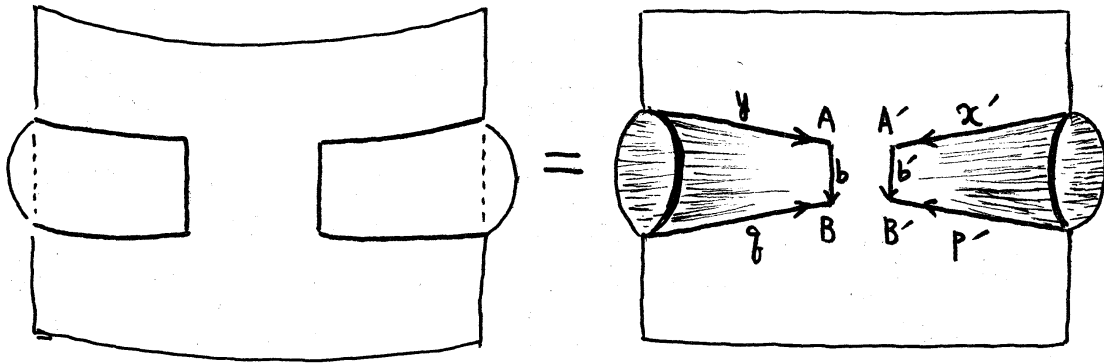


カマボコ状の  $D^2 \times I$  を埋め込んで前面  $\beta_+$  から collapse 直す。

[4]

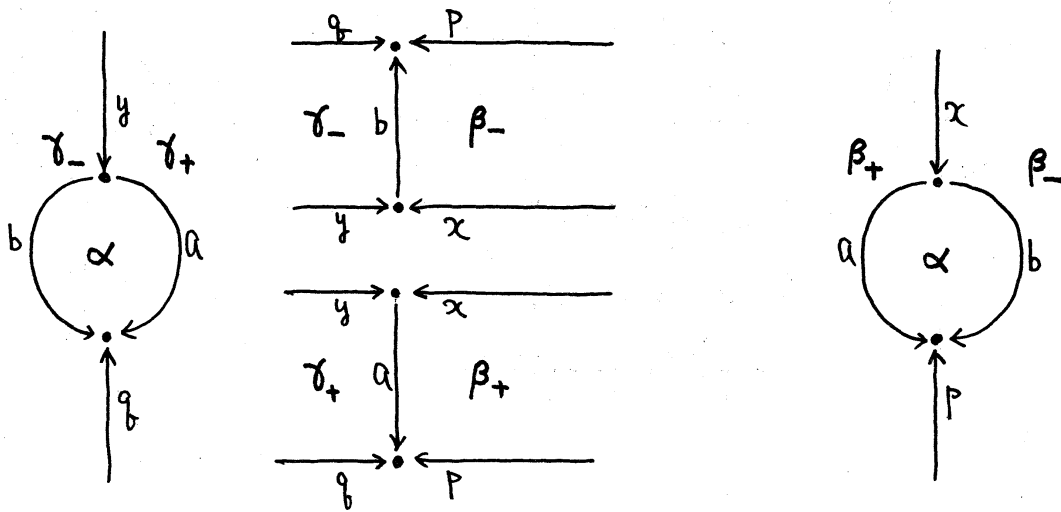


[5]

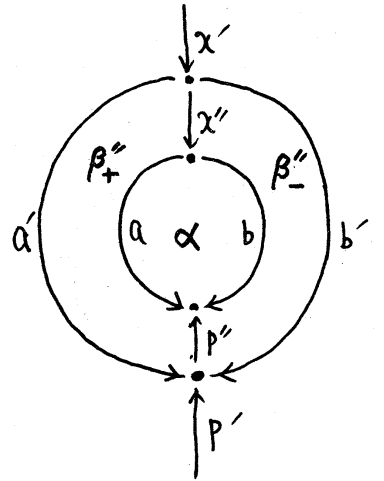
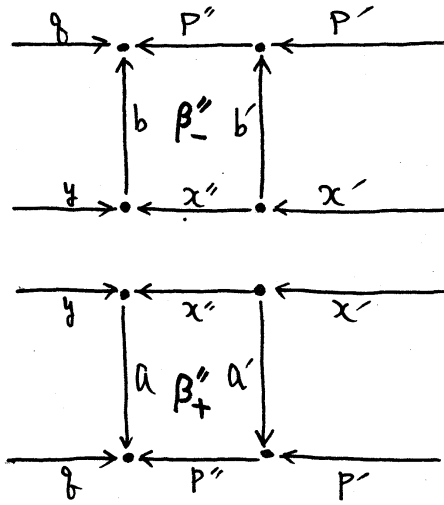
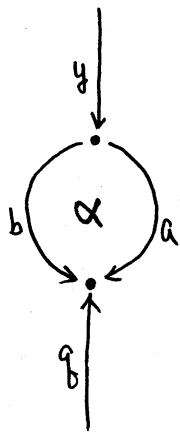


この変形に対応する DS-diagram の変形は以下のようになる。

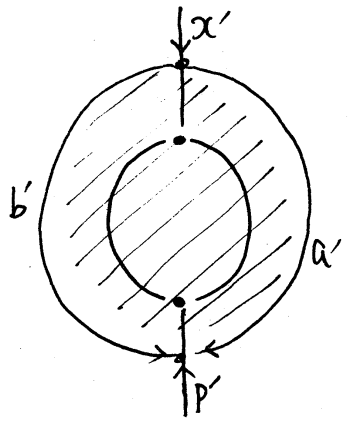
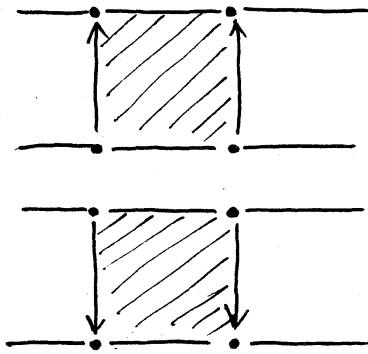
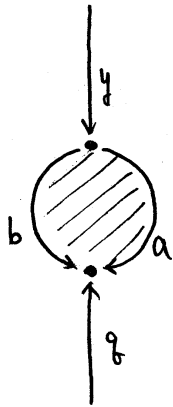
[1]



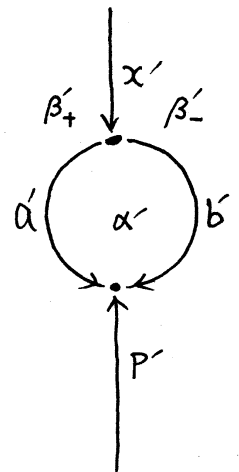
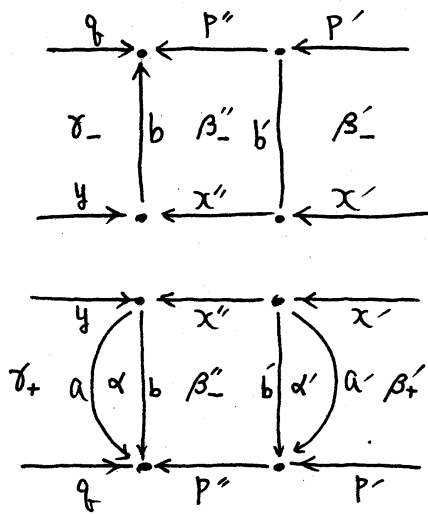
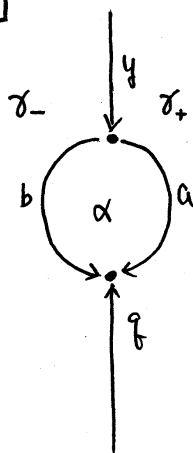
[2]



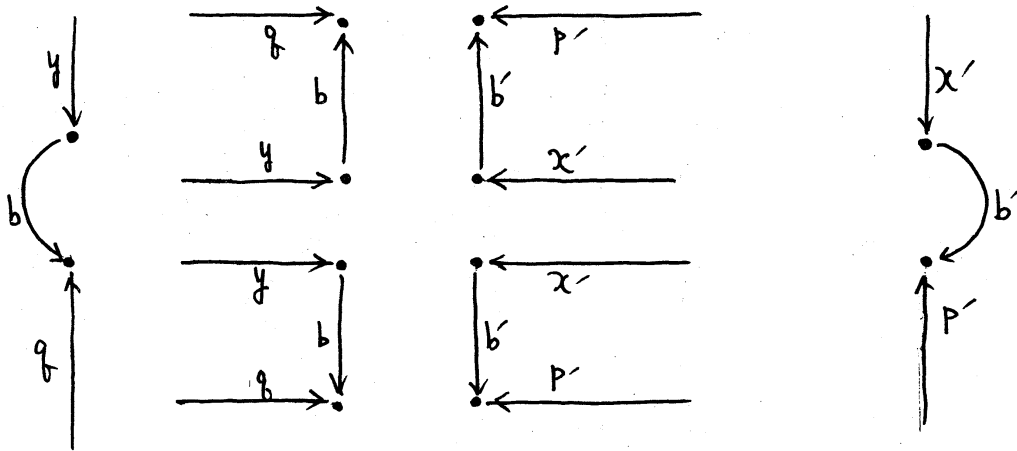
[3]



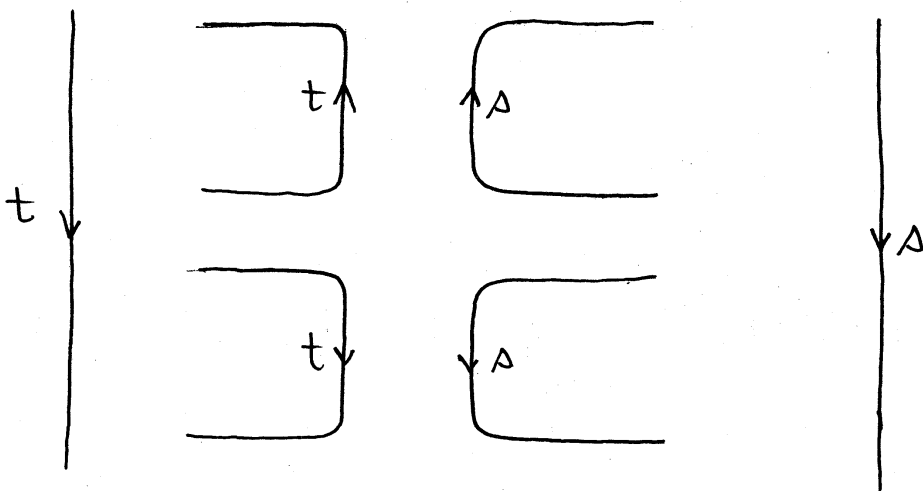
[4]



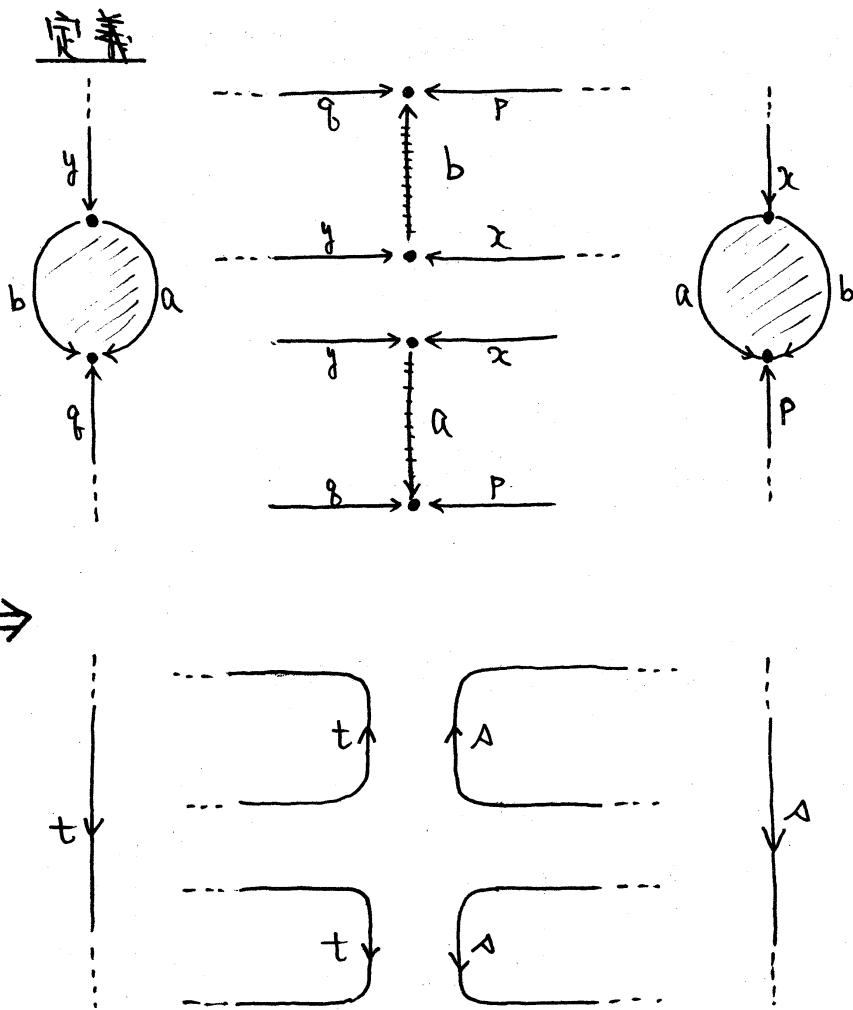
[5] [4] から  $Q, Q', \alpha, P$  を除去 ( $\bar{Q}$ -変形) すると...



$$\begin{cases} \Delta = \alpha' b' \bar{P}' \\ t = y b \bar{q} \end{cases} \quad \text{で置きかえる ( $\bar{P}$ -変形) と.}$$



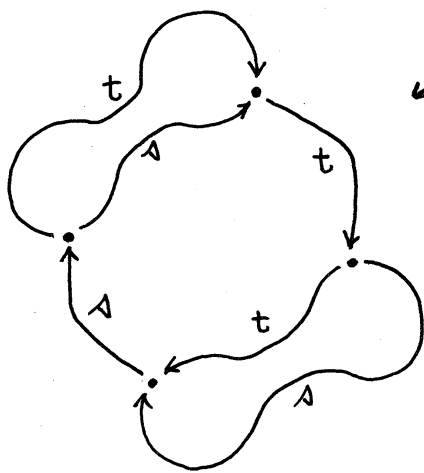
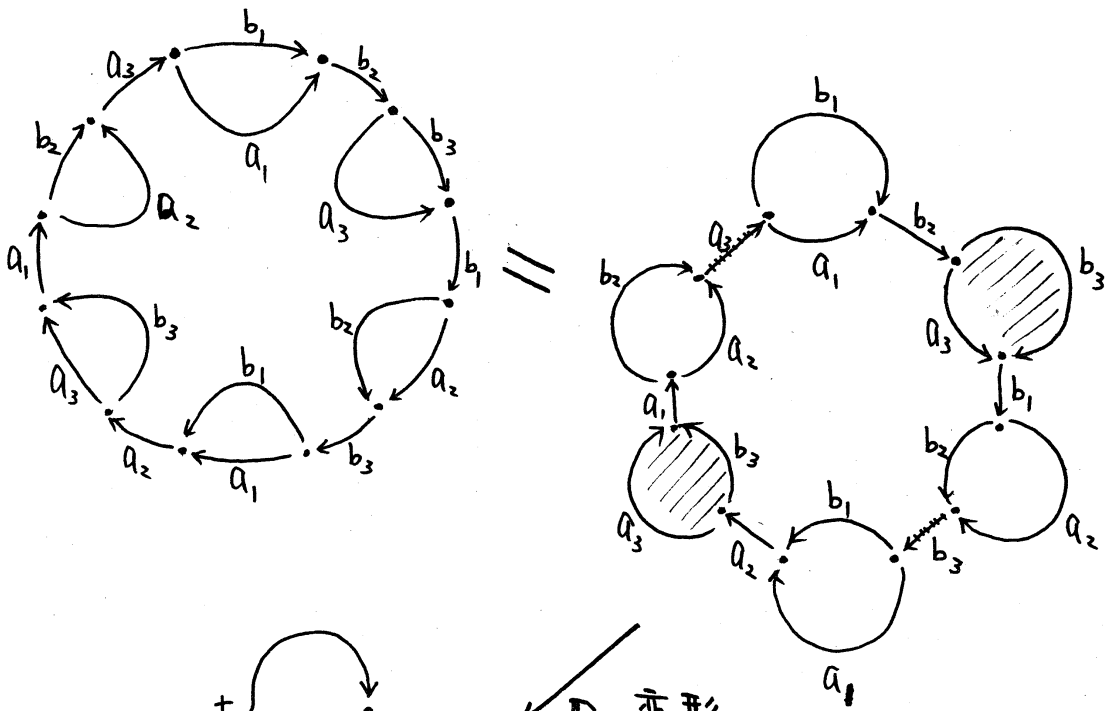
上で見た DS-diagram の [1] から [5] に移る変形を  $D_2$ -変形の定義にした。



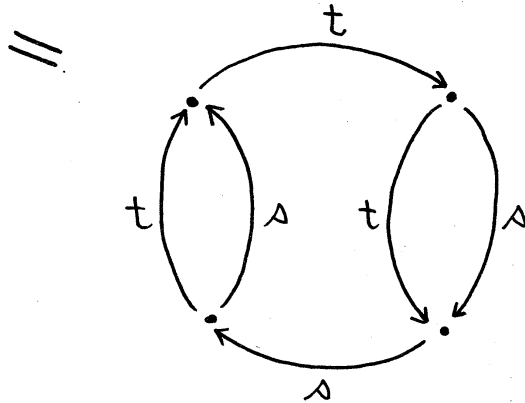
なる変形を才2種の  $D^2 \times I$ -変形または  $D_2$ -変形と呼ぶ。

定理 7  $D_2$ -変形によつて、DS-diagramは“変らない”  
 即ち、 $D_2$ -変形によつて  $(S^2, G)$  から  $(S^2, G')$  が得られるならば  
 $(S^2, G) \approx (S^2, G')$  である。

例 21



$\swarrow$   $D_2$ -变形



(完)