数理解析研究所講究録
542巻 1985年 128-143

Hyperbolic 3-cone-manifolds について

早大教育　相馬輝彦（Teruhiko Soma）

1981年に、Thurston[3] は1次元以上のsingular locus を持つ compact, irreducible 3-orbifold は geometric decomposition をを持つと発表した。この定理は hyperbolic 3-cone-manifolds の構造の deformation 理論及び deformationのある種の極限（geometric limit）の解析を使って証明されている。Thurston の定義した hyperbolic 3-cone-manifold においては、その singular locus の各 vertex における valency はすべて3である。我々の目標は hyperbolic 3-cone-manifold の定義を singular locus がより一般の combinatorial type を持つものへと拡張し、かつそのような定義のもとでもある程度の構造の deformation が可能なことを示すことにある。最後になぜこのような deformation の一般化を考えたのか、その理由を簡単に述べる。

§1. $\mathbb{H}^3$ の isometry の基本的な性質

$\mathrm{Isom}^+(\mathbb{H}^3)$ を向きを保つ $\mathbb{H}^3$ の自己等長写像の集合とする。$\mathrm{Isom}^+(\mathbb{H}^3)$ は、その元を Möbius transformation と考えることによって、$PSL_2(\mathbb{C})$ と同一視される。$\phi: SL_2(\mathbb{C}) \to PSL_2(\mathbb{C})$ を等化写像（ここでは 2-fold covering）とする。$\alpha \in PSL_2(\mathbb{C})$ の元を $\phi^{-1}(\alpha)$ の元の1つ $\tilde{\alpha}$ と同一視する。$tr(\tilde{\alpha})$ を α の <u>trace</u> といい $tr(\alpha)$ と書く。非自明な $\mathrm{Isom}^+(\mathbb{H}^3)$ の元 g に対し、(i) $tr(g) = \pm 2$ のとき g を <u>parabolic</u>, (ii) $tr(g) \in \mathbb{R}$, $|tr(g)| < 2$ のとき <u>elliptic</u>, (iii) $tr(g) \in \mathbb{R}$, $|tr(g)| > 2$ のとき <u>hyperbolic</u>, (iv) $tr(g) \notin \mathbb{R}$ のとき <u>loxodromic</u> という。g が上の4種類の型のどれに入るかによって g の $\mathbb{H}^3 \cup S^2_\infty$ 上への作用が特徴づけられるが、ここではそれには言及しない。詳しいことは Thurston [2] 参照。

<u>定義</u>. ℓ_1, ℓ_2 を $\mathbb{H}^3$ の geodesics とする。$\mathbb{H}^3$ の中の (totally geodesic) plane P で $P \supset \ell_1 \cup \ell_2$ となるものが存在するとき、ℓ_1 と ℓ_2 は <u>planar position</u> にあるといい、それ以外のときは <u>general position</u> にあるという。

<u>補題</u>1. ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 を $\mathbb{H}^3$ の中の geodesics で、$\ell_1 \cup \ell_2 \cup \ell_3$ を含む plane は存在しないと仮定する。もし $\{\ell_1, \ell_2, \ell_3\}$

のそれぞれの2対がplanar positionにあれば、次のいずれかが成立する。

(i) $\ell_1 \cap \ell_2 \cap \ell_3$ は $\mathbb{H}^3 \cup S^2_\infty$ の中の1点。

(ii) plane P で、各 ℓ_i と1点で垂直に交わるものが唯一つ存在する（図1参照）。

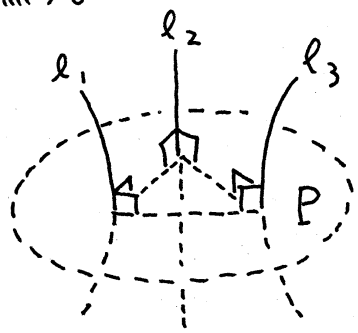

図 1

次の補題の一部分はThurstonによる。

<u>補題</u>2. α, β をelliptic elementsとし、それぞれの回転軸を ℓ_α, ℓ_β とする。このとき ℓ_α, ℓ_β がplanar positionにあるための必要十分条件は $\mathrm{tr}(\alpha\beta) \in \mathbb{R}$ である。

<u>証明</u>. ℓ_α, ℓ_β がplanar positionにあるとする。$\ell_\alpha = \ell_\beta$ のときは、明らかに $\alpha\beta$ はelliptic。$\ell_\alpha \cap \ell_\beta$ が $\mathbb{H}^3$ の中の1点のときは、$\mathrm{fix}(\alpha\beta) \supset \ell_\alpha \cap \ell_\beta$ より、$\alpha\beta$ はelliptic。$\ell_\alpha \cap \ell_\beta$ が S^2_∞ の中の1点 ∞ のときは $\mathrm{fix}(\alpha\beta) \ni \{\infty\}$。$E$ を点 ∞ におけるholosphereとするとき、$\alpha(E) = \beta(E) = E$。よって $\alpha\beta(E) = E$。したがって $\alpha\beta$ はelliptic または parabolic。$\ell_\alpha \cap \ell_\beta$

$=\emptyset$ のとき、P を $\ell_\alpha \cup \ell_\beta$ を含む plane とする。s を ℓ_α と ℓ_β を結ぶ最短の線分とする。このとき $s \subset P$。s を含み P と直交する plane を Q とすると、$\alpha(Q)=\beta(Q)=Q$ である。したがって $\alpha\beta$ は $PSL_2(\mathbb{R})$ の元と conjugate、特に $tr(\alpha\beta)\in\mathbb{R}$。

次に ℓ_α, ℓ_β が general position にあると仮定する。α, β の rotation angle を $r(\alpha)$, $r(\beta)$ とする。$r(\alpha), r(\beta) < \pi$ と仮定できる。もし $r(\alpha) \geqq \pi$ のときは $\gamma^2=\alpha$ なる elliptic element γ を考えれば、$Tr(\alpha\beta)+Tr(\beta)=Tr(\gamma)Tr(\gamma\beta)$, $Tr(\gamma)\neq 0$ より、$Tr(\alpha\beta)\in\mathbb{R}$ が $Tr(\gamma\beta)\in\mathbb{R}$ と同値になるからである。ℓ_α と ℓ_β を結ぶ最短線分を s とする。s を通り ℓ_α, ℓ_β と直交する plane をそれぞれ P_α, P_β とする。$\{x_\alpha\}=\ell_\alpha\cap P_\alpha$, $\{x_\beta\}=\ell_\beta\cap P_\beta$ とおく。P_α の x_α を通る geodesics λ_1, λ_2, P_β の x_β を通る geodesics μ_1, μ_2 を次の図で示されているように定義する。

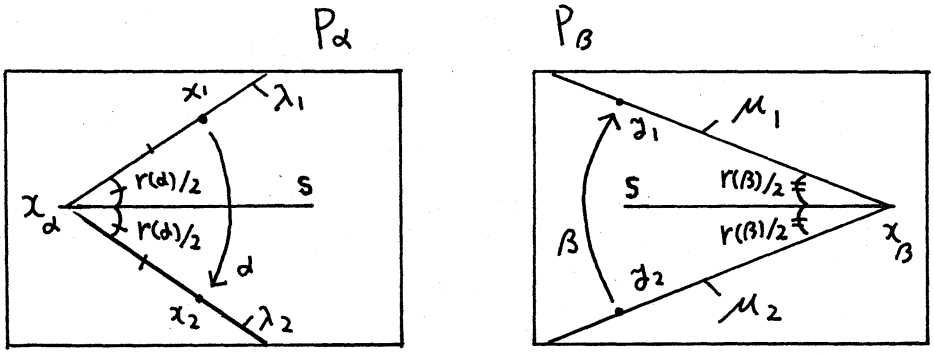

図 2

また $\rho\in Isom^+(\mathbb{H}^3)$ を s のまわりの $180°$ 回転とする。

ℓ_α, ℓ_β は general position にあるので、λ_1 と μ_1 も general position にある。λ_1, μ_1 を結ぶ最短線分を t_1, λ_2, μ_2 を結ぶ最短線分を t_2 とする。$t_i \cap \lambda_i = \{x_i\}$, $t_i \cap \mu_i = \{y_i\}$ とおく（図3参照）。

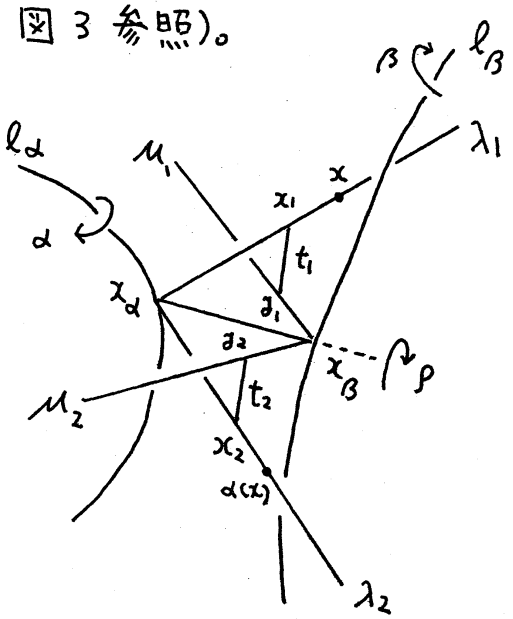

図3

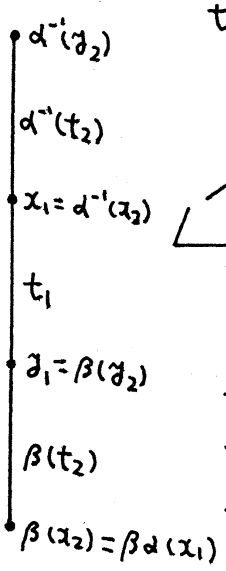

図4

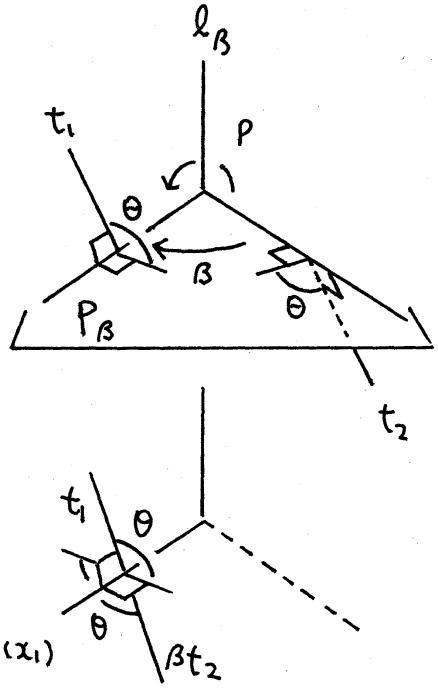

図5

$\rho(\lambda_1) = \lambda_2$, $\rho(\mu_1) = \mu_2$ より、$\rho(t_1) = t_2$。したがって $x_2 = \alpha(x_1)$, $\beta(y_2) = y_1$。図4, 図5 からわかるように $\alpha^{-1}(y_2)$, x_1, $\beta(y_2)$, $\beta\alpha(x_1)$ を通る geodesic ℓ が存在する。$\beta\alpha(\ell) = \ell$ であり、$\beta\alpha(x_1) \neq x_1$ より、$\beta\alpha$ は hyperbolic または loxodromic である。λ_1 上の x_1 以外の点を x とすると、x と $\beta\alpha(x)$ は $\mu_1 \cup t_1$ を含む plane Q ($\supset \ell$) によって分離される。したがって $\beta\alpha(Q) \neq Q$ または $\beta\alpha(Q) = Q$ かつ $\beta\alpha|_Q : Q \to Q$ は向きを

逆にするisometry。よって$\beta\alpha$はloxodromic。特に$tr(\alpha\beta) = tr(\beta\alpha) \notin \mathbb{R}$。（証明終）

§2. Hyperbolic 3-cone-manifoldの定義

hyperbolic 3-cone-manifoldのlocal modelとは3-ballまたは3-ballから内点を1点除いた空間上に定義されたmetricで次の(i)-(iv)のいずれかの型に属するものをいう。

(i) P_1, P_2を$\mathbb{H}^3$のplaneで$P_1 \cap P_2$が$\mathbb{H}^3$のgeodesicになるものとする。$\mathbb{H}^3 - P_1 \cup P_2$の1つのcomponentを$X$とし、$\overline{X}$をそのclosureとする。2つのhalf planes $P_1 \cap \overline{X}$, $P_2 \cap \overline{X}$のつくる$\overline{X}$側のangleを$r(\overline{X})$ $(0 < r(\overline{X}) < \pi)$とおく。$x \in P_1 \cap P_2$に対して、$B_\varepsilon(x) = \{y \in \mathbb{H}^3 \mid d(x,y) \leqq \varepsilon\}$とおく。$A(\varepsilon) = B_\varepsilon(x) \cap \overline{X}$とおくとき、$A(\varepsilon) \cap P_1$, $A(\varepsilon) \cap P_2$を$A(\varepsilon)$のface, $\alpha(A(\varepsilon)) = \alpha(\overline{X})$を$A(\varepsilon)$のangleという。同様にして構成された$A_1(\varepsilon), \dots, A_n(\varepsilon)$を考える。$A_i(\varepsilon)$のfaceを$F_{i1}, F_{i2}$とする。明らかにすべての$F_{ij}$, $1 \leqq i \leqq n$, $1 \leqq j \leqq 2$はisometricである。$A_1(\varepsilon), \dots, A_n(\varepsilon)$のdisjoint unionから$F_{i2}$と$F_{i+1,1}$（ただし$n+1 = 1$とする）を向きを逆にするisometryで同一視してできたmetric 3-ballを$B_I^{(\varepsilon)}$とする。$\phi : A_1(\varepsilon) \cup \dots \cup A_n(\varepsilon) \to B_I^{(\varepsilon)}$をその等化写像とするとき、$\Sigma_I^{(\varepsilon)} = \phi(A_1(\varepsilon)) \cap \dots \cap \phi(A_n(\varepsilon))$をsingular locusといい、$\alpha = \alpha(A_1(\varepsilon)) + \dots +$

$\alpha(A_n(\varepsilon))$ を $\Sigma_{\mathrm{I}}^{(\varepsilon)}$ のまわりの cone-angle という。$(B_{\mathrm{I}}^{(\varepsilon)}, \Sigma_{\mathrm{I}}^{(\varepsilon)})$ を type I の ε-local model という。

(ii) (i) と同じ記号を使う。Q を P_1, P_2 に直交し、かつ x を含む plane とする。$\mathbb{H}^3 - P_1 \cup P_2 \cup Q$ の1つの component $Y \subset X$ の closure $\overline{Y}$ に対して, $B(\varepsilon) = \overline{Y} \cap B_\varepsilon(x)$ とおく。$B(\varepsilon)$ の face を $B(\varepsilon) \cap P_1$, $B(\varepsilon) \cap P_2$ で定義する。以下 (i) と同様にして定義した metric 3-ball $(B_{\mathrm{II}}^{(\varepsilon)}, \Sigma_{\mathrm{II}}^{(\varepsilon)})$ を type II の ε-local model という。Σ_{II} のまわりの cone-angle も同様にして定義できる。

(iii) P_1, P_2, P_3 を $\mathbb{H}^3$ の planes で, $P_1 \cap P_2 \cap P_3$ が $\mathbb{H}^3$ 内の1点 x であるものとする。$\mathbb{H}^3 - P_1 \cup P_2 \cup P_3$ のある component Z の closure を $\overline{Z}$ とし, $C^{(\varepsilon)} = \overline{Z} \cap B_\varepsilon(x)$ とおく。$C^{(\varepsilon)} \cap P_i$ $(i=1,2,3)$ を $C(\varepsilon)$ の face という。同様にして定義された $C_1(\varepsilon), \ldots, C_n(\varepsilon)$ が次の条件を満足すると仮定する。

[条件] T を S^2 の三角分割とし, $T^{(2)}$ を T の 2-simplex 全体の集合とする。$T^{(2)}$ の各元 Δ_i に対し, PL-同相 $h_i : (\Delta_i * p, p) \to (C_i^{(\varepsilon)}, x_i)$ が存在し、次のようになっているとする。$\Delta_i \cap \Delta_j$ $(\neq \emptyset,\ i \neq j)$ に対して, $h_i((\Delta_i \cap \Delta_j) * p) = F_{ij}$ は $C_i(\varepsilon)$ の face, $h_j \circ h_i^{-1} : F_{ij} \to F_{ji}$ は isometry。$C_1^{(\varepsilon)}, \ldots, C_n^{(\varepsilon)}$ の disjoint union より $h_j \circ h_i^{-1}$ に沿って faces を同一視してできる metric 3-ball $(B_{\mathrm{III}}^{(\varepsilon)}, \Sigma_{\mathrm{III}}^{(\varepsilon)})$ を type III

の ε-local model という。ただし $\phi : C_1(\varepsilon) \cup \cdots \cup C_n(\varepsilon) \to B_{\mathrm{III}}^{(\varepsilon)}$ を等化写像とするとき，$\Sigma_{\mathrm{III}}^{(\varepsilon)} = \phi(C_1(\varepsilon)) \cap \cdots \cap \phi(C_n(\varepsilon))$ 。

(iv) P_1, P_2, P_3 は $\mathbb{H}^3$ の planes で各2対 P_i, P_j に対して $P_i \cap P_j$ は geodesic であり，$P_1 \cap P_2 \cap P_3$ は S^2_∞ 内の1点 y であるとする。$\mathbb{H}^3$ を y を無限遠点とした上半平面 model で考えると，$\ell_i = P_i \cap \mathbb{C}$ は $\mathbb{C}$ 内の直線である。ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 で囲まれた $\mathbb{C}$ 内の三角形と隣接する $\mathbb{H}^3 - P_1 \cup P_2 \cup P_3$ の component を W とおく。$B(y)$ を y における holoball とし，$D = \overline{W} \cap B(y)$ とおく。ただし $\overline{W}$ は W の $\mathbb{H}^3$ における closure。$D \cap P_i$ ($i=1,2,3$) を D の face といい，(iii) と同様に S^2 の三角分割 T を考える。$\Delta_i \in T^{(2)}$ に対して PL-同相 $h_i : (\Delta_i * p - \{p\}) \to D_i$ が定義されていて，$h_j \circ h_i^{-1} : F_{ij} \to F_{ji}$ は isometry になっているとする。ただし $F_{ij} = h_i((\Delta_i \cap \Delta_j) * p)$ は D_i の face。$D_1, \ldots, D_n$ の disjoint union より $h_j \circ h_i^{-1}$ に沿って face を同一視して metric 3-ball $(B_{\mathrm{IV}}, \Sigma_{\mathrm{IV}})$ が定義できたとき，これを type IV の local model という。ただし $\phi : D_1 \cup \cdots \cup D_n \to B_{\mathrm{IV}}$ を等化写像とするとき，$\Sigma_{\mathrm{IV}} = \phi(D_1) \cap \cdots \cap \phi(D_n)$ 。

注意. $h_j \circ h_i^{-1}$ に沿っての同一視によって $B_{\mathrm{IV}} - \Sigma_{\mathrm{IV}}$ 上に hyperbolic structure を定義することは常に可能である。これが $(B_{\mathrm{IV}}, \Sigma_{\mathrm{IV}})$ 上の local model に拡張されるためには，Σ_{IV} の各 edge の meridian における holonomy が elliptic であれ

ばよい。

N を compact, connected, orientable 3-manifold とし、∂N は空であるかまたは 2-spheres からなるとする。$p_1, \dots, p_k$ を $\mathrm{int}\,N$ 内の相異なる点とし、$N - \{p_1, \dots, p_k\}$ 上に次のような metric が定義されているとする。$N \ni x$ が $\{p_1, \dots, p_k\}$ の元でないとき、十分小さな $\varepsilon > 0$ に対して、$B_\varepsilon(x)$ は type I, II, III の ε-local model のいずれかと isometric。ただし $B_\varepsilon(x)$ が type II の ε-local model と isometric になるのは $x \in \partial N$ のとき、またそのときに限る。$x \in \{p_1, \dots, p_k\}$ に対しては、x の N における近傍 U が存在し、$\bar{U} - \{x\}$ は type IV の local model と isometric。Σ_0 をこれらの isometries によって local model から引き戻された singular locus の逆像の和集合から cone-angle 2π の edges を取り除いたものとする。∂N の各 component S_i に対して、(B_i, Σ_i) を $(S_i * p_i, (S_i \cap \Sigma_0) * p_i)$ で定義する（図 6 参照）。

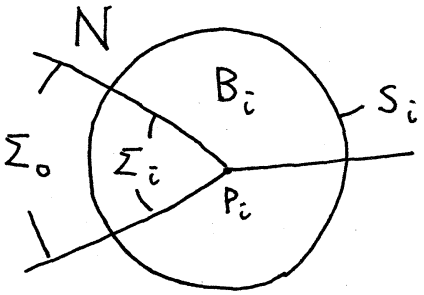

図 6

$N, B_1, \dots, B_n$ の各 boundary を同一視することによって

closed 3-manifold Mが得られる。$M \supset \Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_1 \cup \cdots \cup \Sigma_n \cup \{p_1\} \cup \cdots \cup \{p_n\}$とおくと$\Sigma$は$M$の中のsimplicial 1-subcomplexになる。このようにして定義されたMまたは(M, Σ)をstructure Nを持つ<u>hyperbolic 3-cone-manifold</u>という。またΣをこのcone-manifoldの<u>singular locus</u>という。

§3. Hyperbolic 3-cone manifold structureのdeformation

Thurstonは補題2の結果を利用して，singular locusの各vertexにおけるvalencyが3の場合のdeformationを考えている。ここで，それを簡単に復習してみる。vをΣのvertexとし，e_1, e_2, e_3をvをendの1つとしてもつedgesとする。$M - \Sigma$はhyperbolic manifoldの構造を持つから，holonomy $\rho_0 : \pi \to PSL_2(\mathbb{C})$が定義される。ただし$\pi = \pi_1(M - \Sigma)$。$\mu_1, \mu_2, \mu_3$をedges e_1, e_2, e_3のまわりのmeridianであるとする（図7参照）。

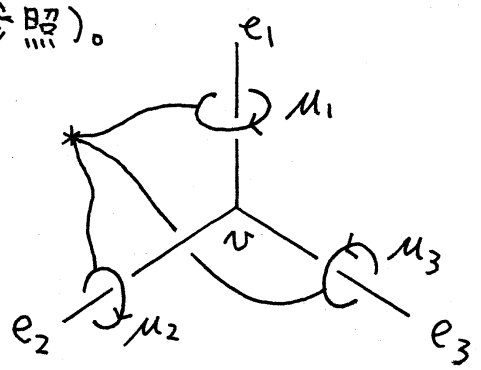

図 7

このとき$\rho_0([\mu_i])$ $([\mu_i] \in \pi)$はellipticになる。ここ

で次の問題を考える。

<u>問題</u> ρ_0に十分近い representation $\rho : \pi \to PSL_2(\mathbb{C})$ において、Σの各 edge のまわりの meridian μ に対し $\rho([\mu])$ が elliptic になっているとき、ρ は hyperbolic 3-cone-manifold の holonomy として実現できるか？

まず $N(\Sigma_0)$ を Σ_0の N における regular neighborhood とする。Thurston [2] により，ρ_0の十分近くの representation ρ は $N - \partial N \cup N(\Sigma_0)$ 上の hyperbolic structure の holonomy として実現できる。また任意の $\rho([\mu])$ は elliptic であるから hyperbolic Dehn surgery の可能性に関する議論と同様にして、上の hyperbolic structure $\mathcal{S}$ は Σ の vertex v の近傍を除いた edges $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ まで拡張できる。図8参照。

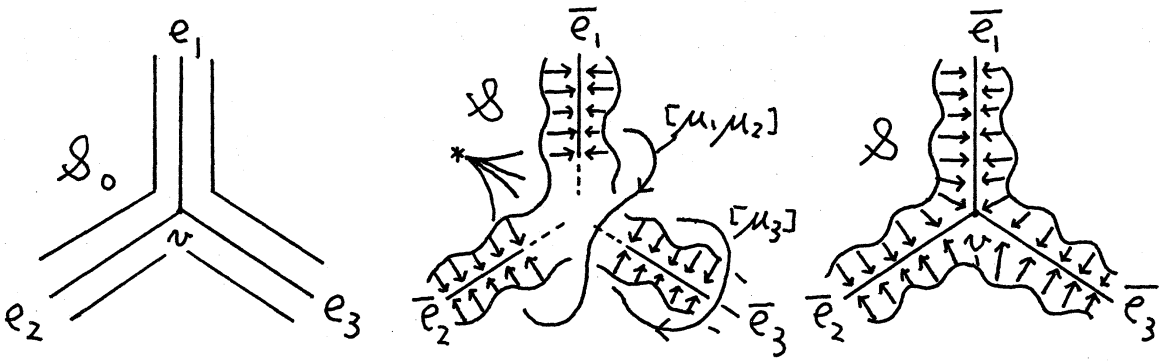

図 8

ここで $[\mu_1\mu_2] = [\mu_3]$ であるから、$\rho([\mu_1])\rho([\mu_2])$

$= \rho([\mu_3])$。特に、$tr(\rho([\mu_1])\rho([\mu_2])) \in \mathbb{R}$。したがって補題2より $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ のそれぞれの2対は planar position にある。よって補題1より、$\mathcal{S}$ は M 上の hyperbolic cone-manifold structure まで拡張される。

上の議論は Σ の vertex の valency が3より大きくなるときには適用できないのは明らかである。(M, Σ) を hyperbolic 3-cone-manifold とし、$\rho_0 : \pi \to PSL_2(\mathbb{C})$ をその holonomy とする。ただし、$\pi = \pi_1(M - \Sigma)$。Σ の各 vertex v に対して、v を中心とした M の中に embed された 3-ball を $B(v)$ とする。v を end としてもつ edges を $e_1, \ldots, e_n$ とする。$\partial B(v)$ 上の $n(n-1)/2$ 個の simple loops $\{c_{ij} \mid 1 \leqq i < j \leqq n\}$ の集合とは次のようなものとする。c_{ij} は $\partial B(v)$ 上の disk D_{ij} で $D_{ij} \cap \Sigma = \partial B(v) \cap (e_i \cup e_j)$ となるものを bounds する（図9参照）。

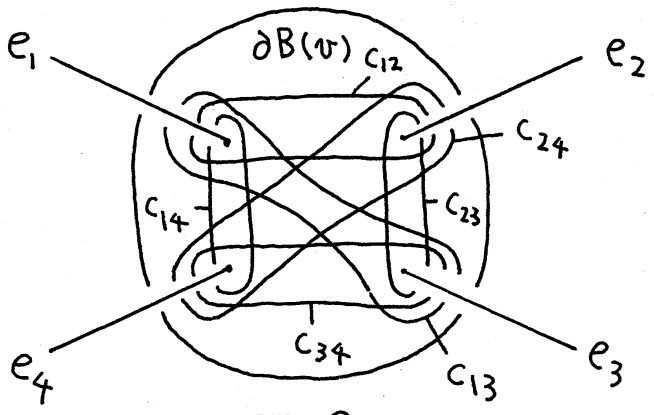

図 9

補題1, 2より, $\mathrm{tr}\,\rho_0([c_{ij}]) \in \mathbb{R}$ 。

<u>定義</u>. representation $\rho : \pi \to PSL_2(\mathbb{C})$ が<u>geometrically realizable</u>（簡単にg-realizable）であるとは、ρ が (M, Σ) 上のある hyperbolic 3-cone-manifold structure の holonomy として実現できることをいう。また ρ が<u>algebraically realizable</u>（簡単にa-realizable）であるとは、Σ の各edgeのまわりの meridian μ に対して $\rho([\mu])$ は elliptic であり、かつ各vertex v_k のまわりで上のようにして定義された $C_{ij}^{(k)}$ に対して $\mathrm{tr}\,\rho([C_{ij}^{(k)}]) \in \mathbb{R}$ となることをいう。

(i) ρ が a-realizable であるという定義は各vertex v_k における $\{C_{ij}^{(k)}\}$ の選択の仕方によらない。

(ii) ρ が g-realizable であれば、a-realizable であるが、逆は一般に成立しない。

<u>命題</u>. ρ_0 を g-realizable representation とし、ρ を ρ_0 に十分近い representation とする。このとき、もし ρ が a-realizable であれば、g-realizable である。

この命題は一見もっともらしいが、実のところは何も言っ

ていないのに等しい。というのは、命題が成立するようにa-realizableの定義がされているからである。したがって、ここでしなければいけないことは実際にg-realizableなrepresentationの近くにa-realizableなrepresentationが存在することを示さなくてはいけない。

(M, Σ)をclosed 3-manifoldとcollapseしないsimplicial 1-subcomplexの対とする。Σの各vertex v_i $(1 \leqq i \leqq n)$を中心とした3-ballをB_iとする。$(M - \mathrm{int}(B_1 \cup \cdots \cup B_n), \Sigma - \Sigma \cap (\mathrm{int}(B_1 \cup \cdots \cup B_n)))$の2つのcopy $(N_1, \Sigma_1), (N_2, \Sigma_2)$の対応する境界を同一視して得られた対を$(D(M), D(\Sigma))$とおく。$D(\Sigma)$はclosed 3-manifold $D(M)$の中のlinkになる。$i : (N_1, \Sigma_1) \subset (D(M), D(N))$をinclusionとする。また$N_1 - \Sigma_1 \subset M - \Sigma$はhomotopy同値である。$\Pi = \pi_1(N_1 - \Sigma_1) = \pi_1(M - \Sigma)$, $\Pi^D = \pi_1(D(M) - D(\Sigma))$とおく。$\Pi \to SL_2(\mathbb{C})$, $\Pi^D \to SL_2(\mathbb{C})$のrepresentation全体のつくる空間を$X(\Pi)$, $X(\Pi^D)$とおく。詳しい定義はCuller-Shalen [1]を参照。[1]より, $X(\Pi), X(\Pi^D)$はaffine algebraic varietiesになる。$i_* : \Pi \to \Pi^D$より, regular map $i^* : X(\Pi^D) \to X(\Pi)$が定義される。ここで$D(M) - D(\Sigma)$がfinite volumeのcomplete hyperbolic structure ∞をもつとする。$i^*(\infty)$を含む$X(\Pi)$のirreducible componentをX_0とする。このとき次の定理が得

られる。

<u>定理</u>. X_0を real algebraic variety とみなしたとき, X_0の中の (real) algebraic curve γ で次の (i)-(iii) を満足するものが存在する。

(i) $\gamma \ni i^*\infty$

(ii) γを$\mathbb{R}$と同一視したとき, γの中に半開区間$[i^*\infty, \rho_0)$が存在し, $[i^*\infty, \rho_0)$ 内の任意の元 ρ は a-realizable である。

(iii) 命題より, $[i^*\infty, \rho_1)$ $(\rho_1 \leqq \rho_0)$ 内の任意の元 ρ は g-realizable であるが, ρ_1 が g-realizable でないとき, ρ_1 を geometric limit という。もし $[i^*\infty, \rho_0)$ が geometric limit を持たないならば, $[i_*\infty, \rho_0)$ の元 ρ で各 edge のまわりの meridian μ に対して $\rho([\mu])$ が『rotation angle 2π の elliptic element』になるものが存在する。すなわち M は hyperbolic 3-manifold になる。

§4. これからの目標

上の定理の real algebraic curve γ が定理の (iii) の仮定を満足していることが最も望ましいことであるが一般にそれは不可能である。hyperbolic 3-cone manifolds の列が

geometric limit に到達したとき、cone-manifold structure をそれ以上 deform させることができない。したがって今すべきことは、hyperbolic 3-cone-manifold の概念を一般化し、その中で deformation を考えることによって、geometric limit を自然に通過できるようにすることである。これは上の定理を利用することによってある程度可能である。次にすべきことは、一般化された概念の中の deformation によって得られた結果をいかにして underling manifold M の性質と結びつけるかにある。

講演者はこのような方向での 3-manifolds の研究から、Geometrisation Conjecture に寄与できるような結果が得られるのではないかと考えている。

参考文献

[1] M. Culler, P. Shalen : Varieties of group representations and splitting of 3-manifolds, Ann. of Math. 117 (1983), 109-149.

[2] W. Thurston : The geometry and topology of 3-manifolds (to appear).

[3] ____ : Three-manifolds with symmetry, preprint.