

## DS-diagram の基本変形 II

上智大理工 横山和夫 (Kazuo Yokoyama)  
東洋大工 山下正勝 (Masakatsu Yamashita)

短期共同研究：多様体とFake Surfaces, 京大数理解析研  
講究録 524 (1984) において DS-diagram の基本変形の  
いくつかを列挙したが、こゝではさらに G-変形と仮称する  
次の基本変形：(0) → (3) を追加する（図を参照のこと）。

### G-変形

(0) DS-diagram 内にあらわされる一対の面  $(\alpha^+, \alpha^-)$  を標的とする。

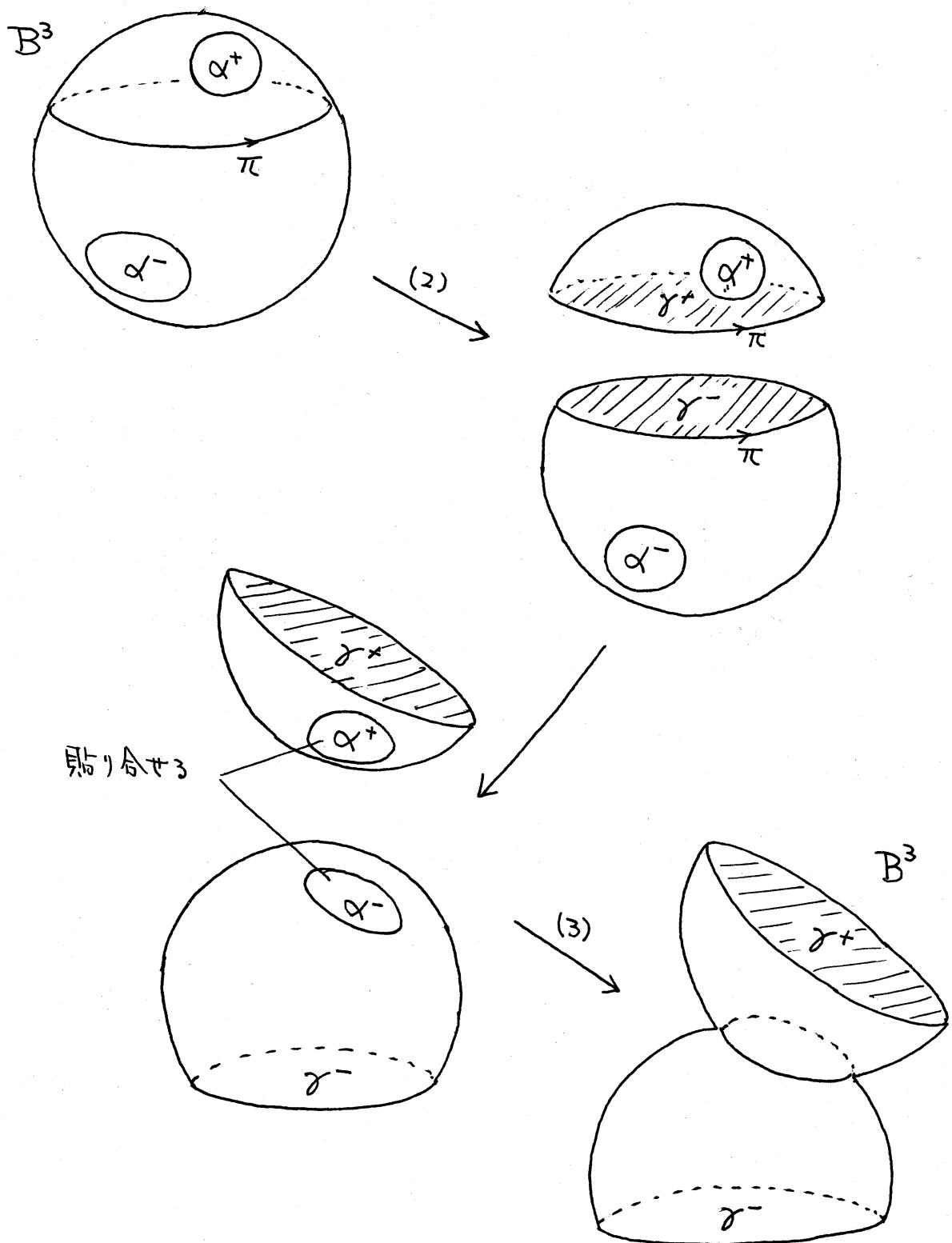
(1)  $\alpha^+$  と  $\alpha^-$  を分離するよう DS-graph 上の simple loop  $\pi$  を選ぶ。

(2)  $\pi$  を境界とする 2-disk  $\gamma$  で  $B^3$  を cut する。

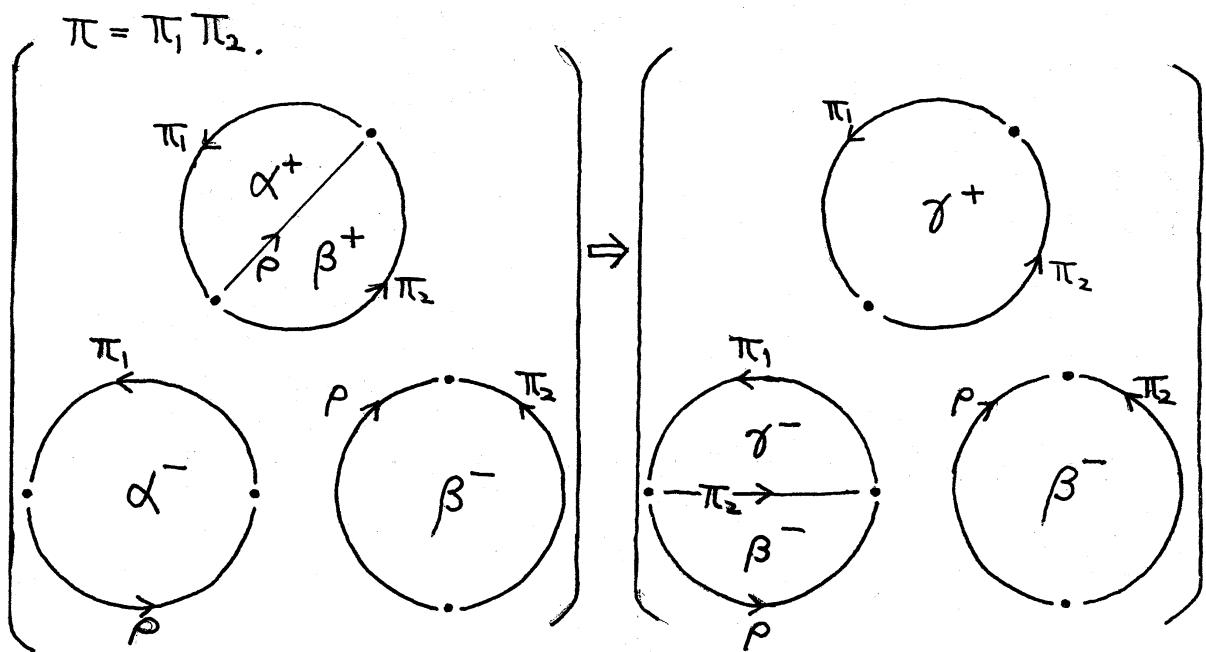
(3) 2 つの 3-ball  $B_+^3$  と  $B_-^3$  を  $\alpha^+$  と  $\alpha^-$  で貼り合せる。

(注意) この G-変形で得られる新たな DS-diagram によると貼り合せの指定が再び (topological) 一意であるためには (2) で選ばれる  $\pi$  が必ず種の対称性ももたなうこと

するが、こゝの講義にてはまた、概念を詳述する。

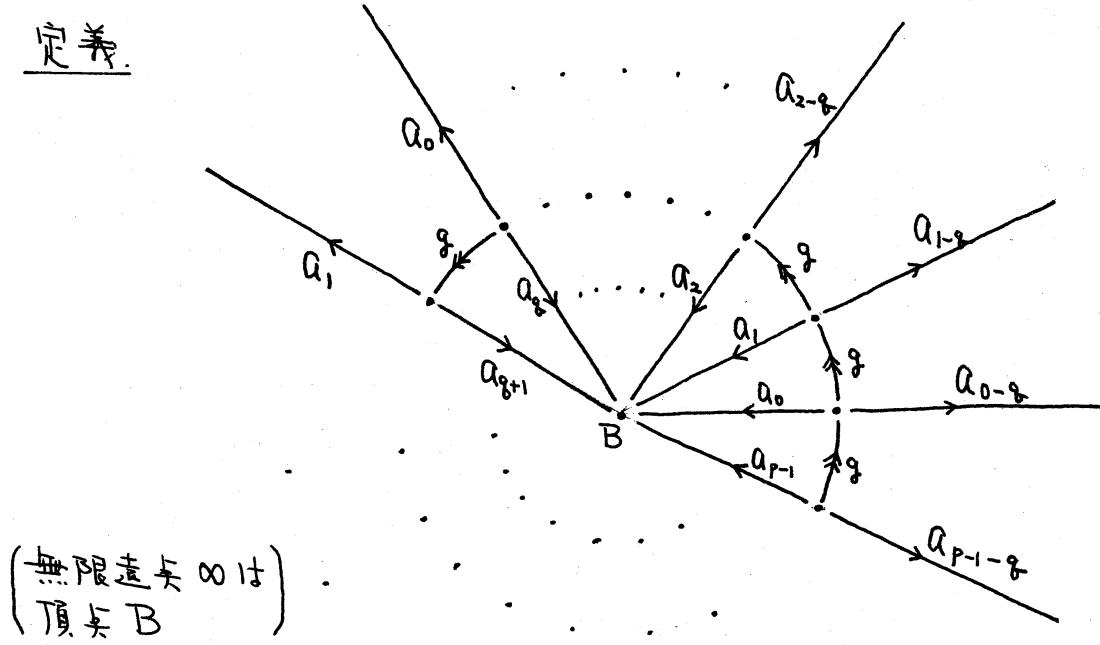


ここで  $\pi$  はとくに  $\pi$  が  $\alpha^+ \cup \beta^+$  の境界となつてゐる場合について考える。そのとき  $G$ -変形によつて DS-diagram が変化するものは次の部分だけである：



この変形を  $G(\alpha/\beta \rightarrow \gamma/\beta)$  で示すことにしてよう。

冒頭で示した講究録 524 に池田裕司・井上善允両氏の手による Fake Surface から来た DS-diagram (頂点数は 2 以下) のリストがある。これらは多くの Lens spaces を含んでゐる。基本変形を用ひてこれらを特定することを試みる。この記事の後半で詳述するが、たとえば “(2-5)=L(3,1)” とあるのは池田・井上のリストにある番号 (2-5) の DS-diagram が定める 3-manifold が  $L(3,1)$  であることを示す。

定義

(添え文字は  
 $\pmod{P}$ で考え)

なる DS-diagram から定まる 3 次元多様体は  $(P, g)$  型の  
Lens space と呼ばれ、 $L(P, g)$  で示される。

渋田一井上の DS-diagram のリストの中で Lens space は  
あるものとまとめると次のようになる

$$L(2,1) \cdots (2-4).$$

$$L(3,1) \cdots (2-5), (2-10).$$

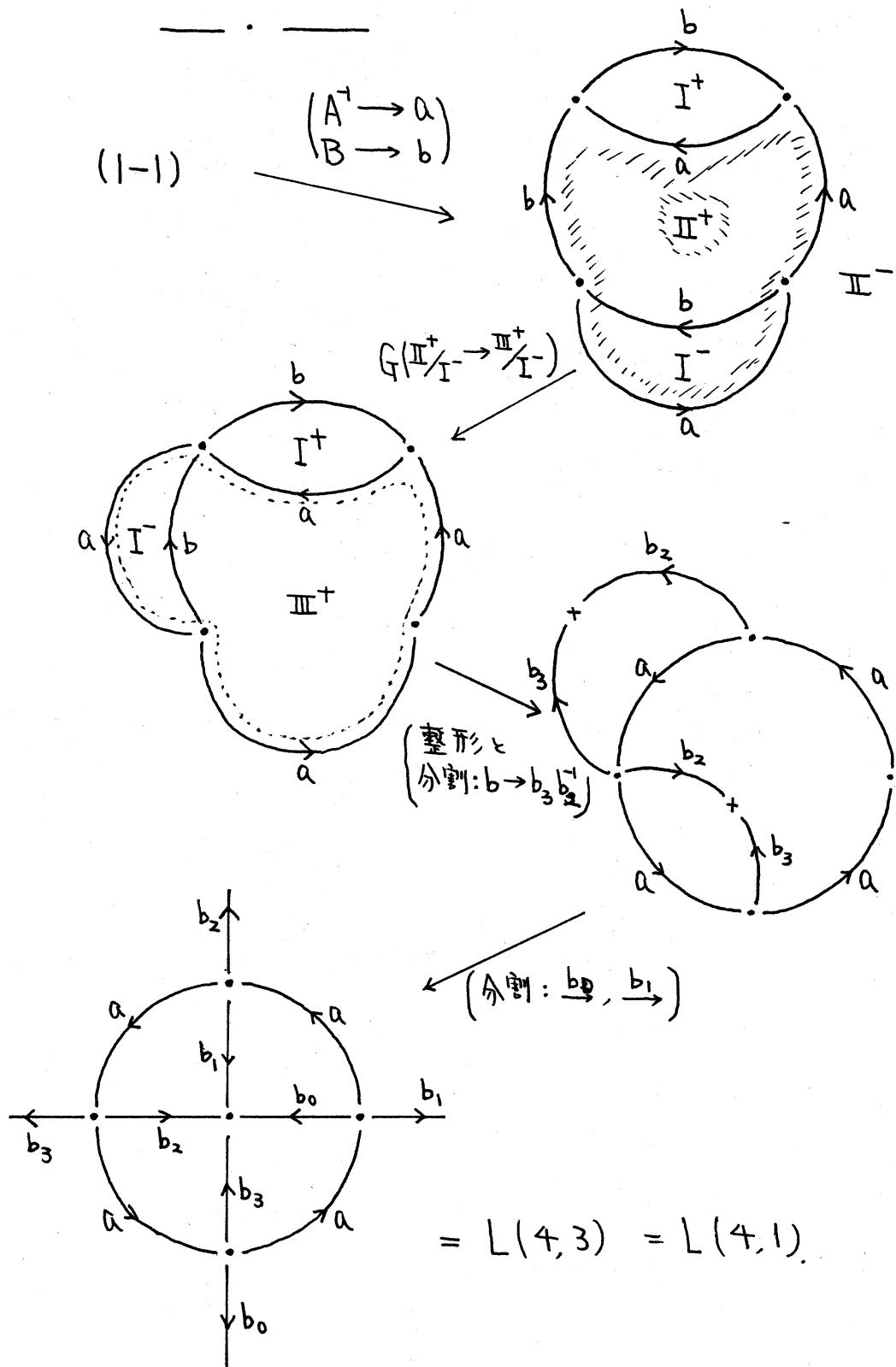
$$L(4,1) \cdots (1-1).$$

$$L(5,1) \cdots (2-11).$$

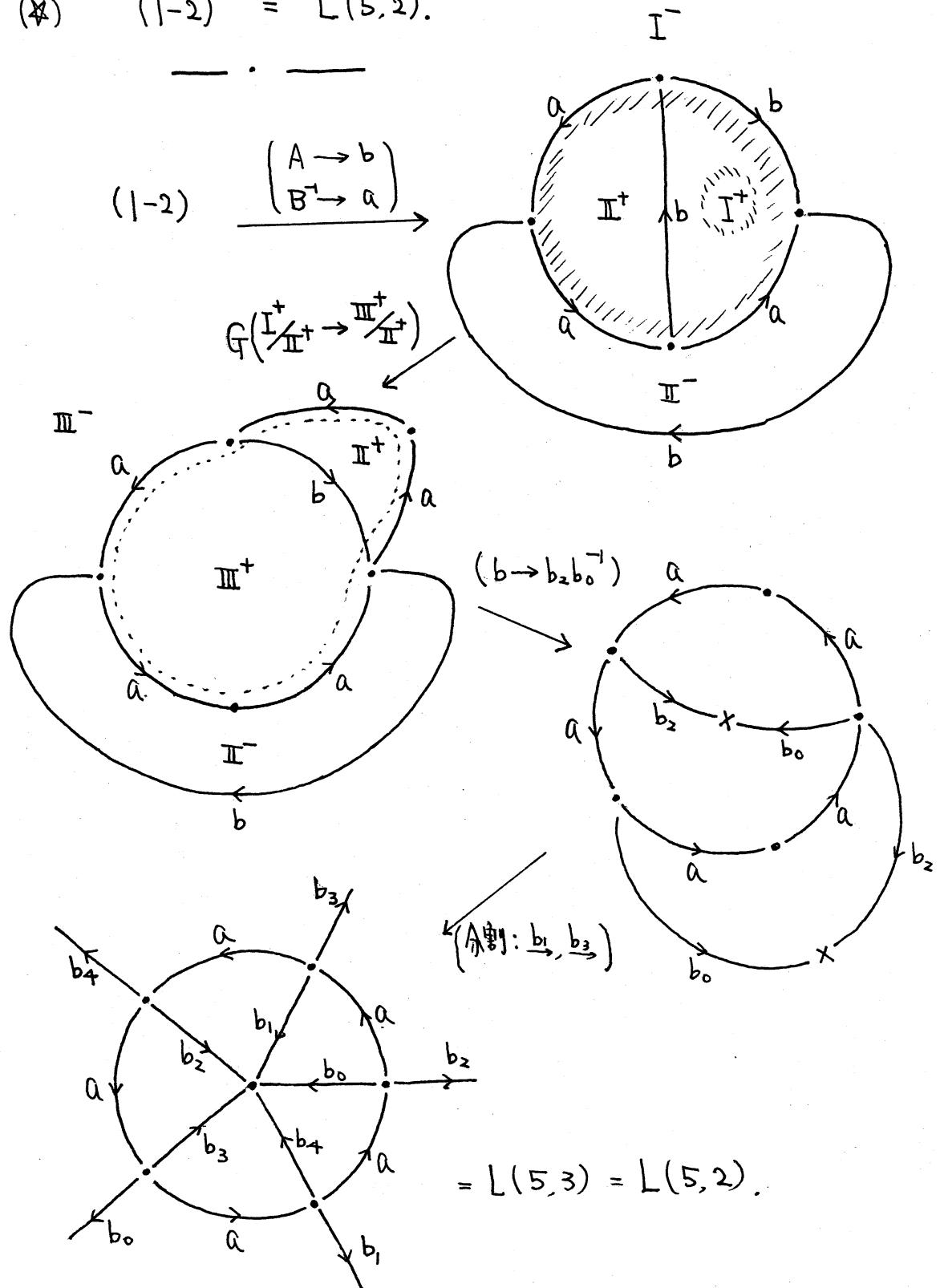
$$L(5,2) \cdots (1-2).$$

$$L(7,2) \cdots (2-8).$$

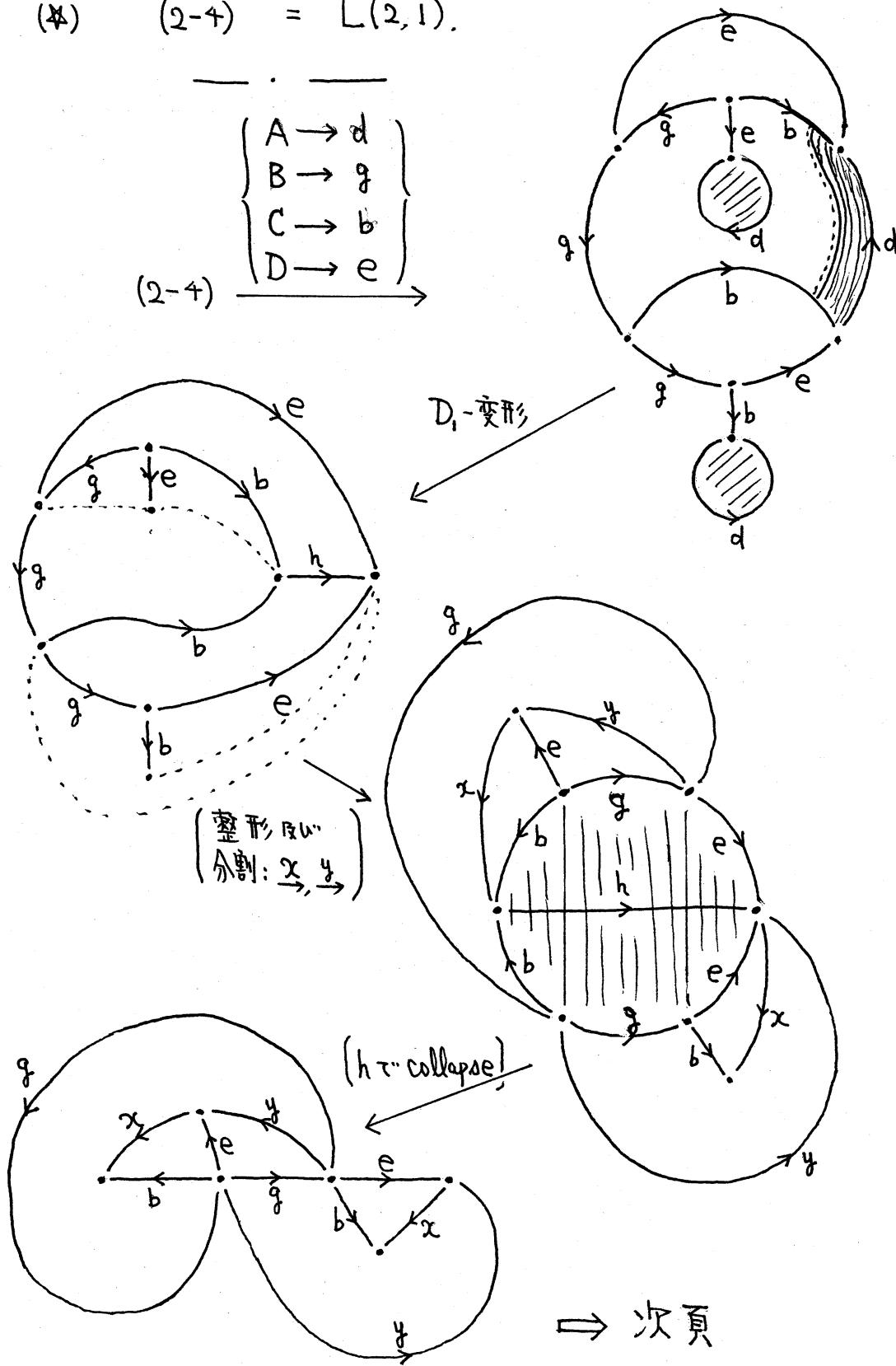
$$(\star) \quad (1-1) = L(4,1).$$



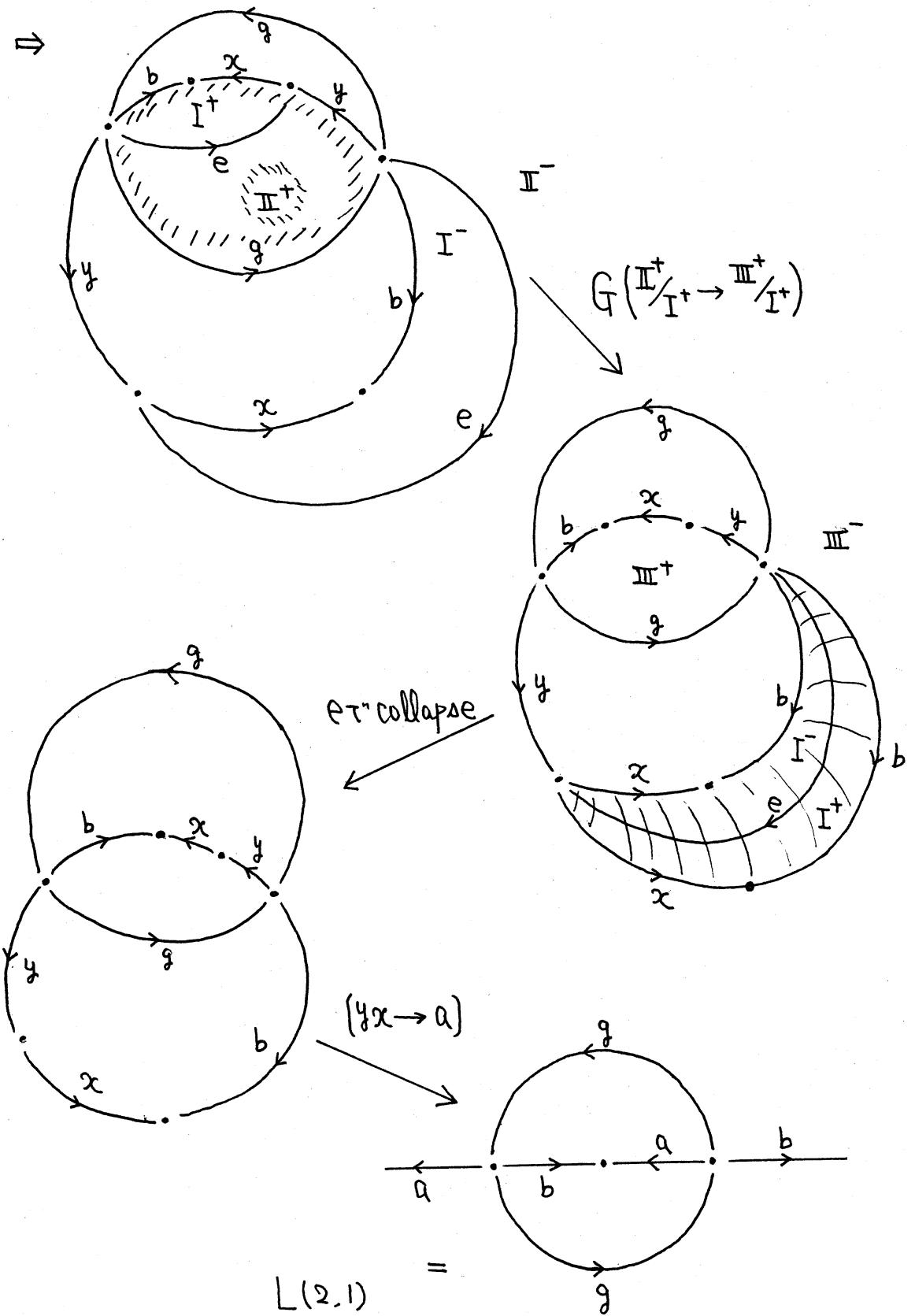
$$(\star) \quad (1-2) = L(5,2).$$



$$(*) \quad (2-4) = L(2,1).$$

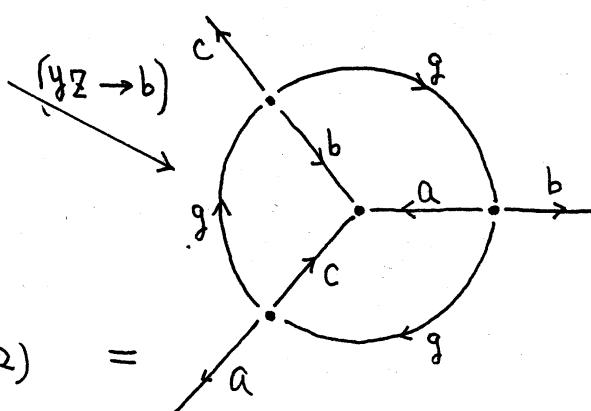
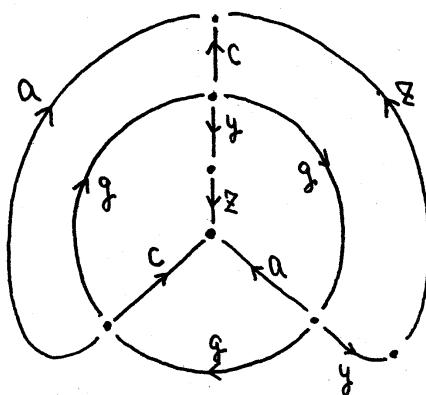
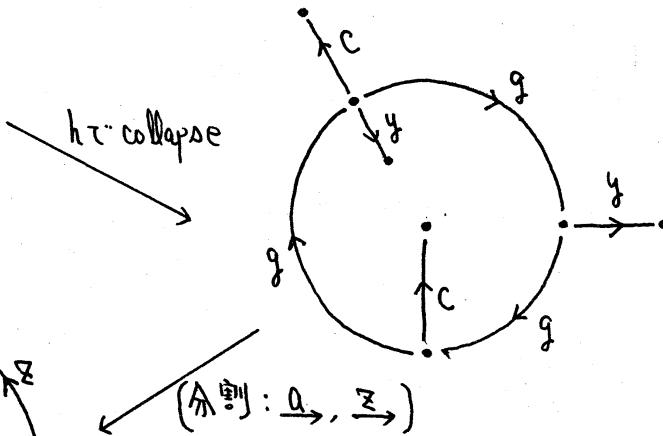
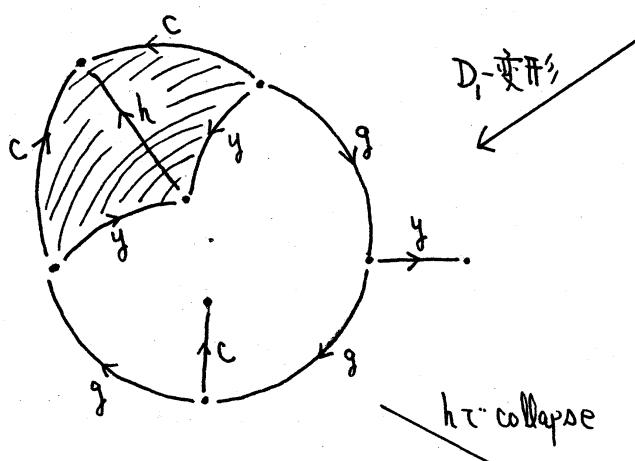
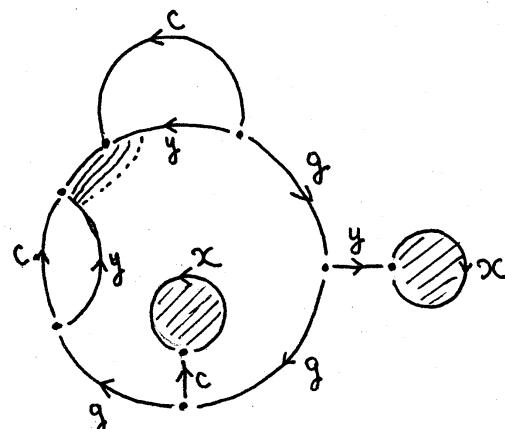


前題  $\Downarrow$



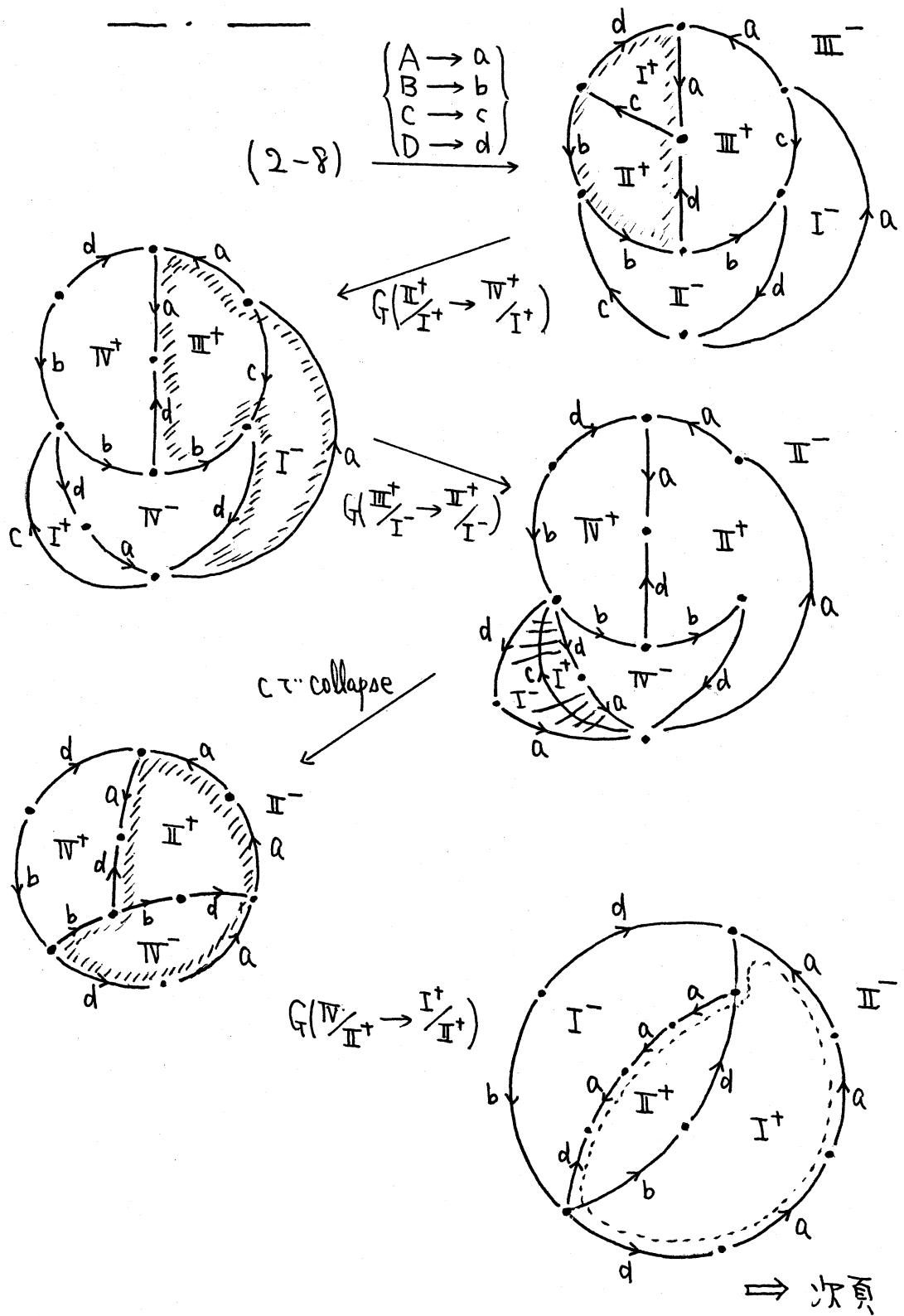
$$(\star) \quad (2-5) = L(3,1).$$

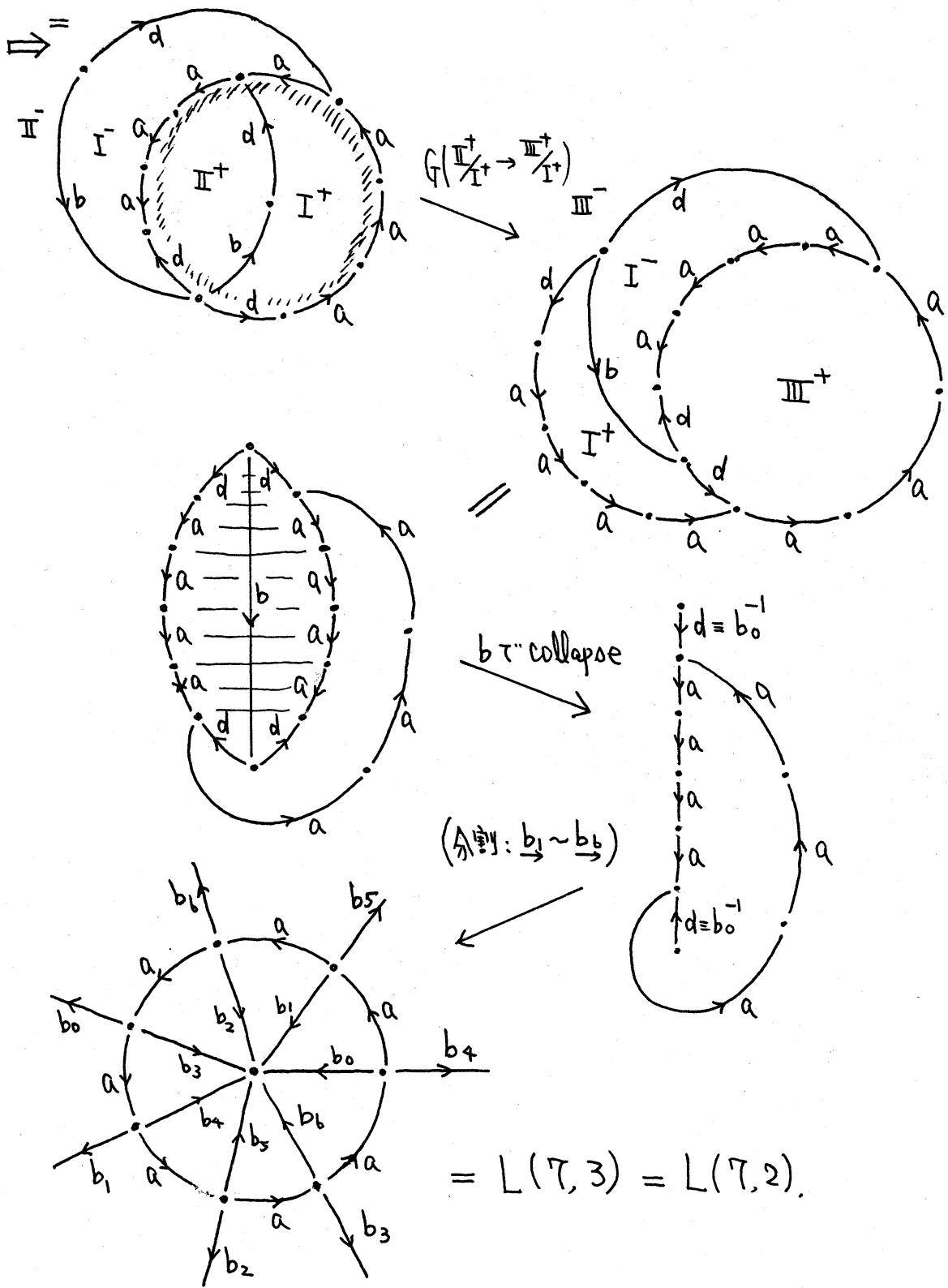
$$(2-5) \xrightarrow{\quad} \begin{cases} A \rightarrow x \\ B \rightarrow y \\ C \rightarrow y \\ D \rightarrow c \end{cases}$$



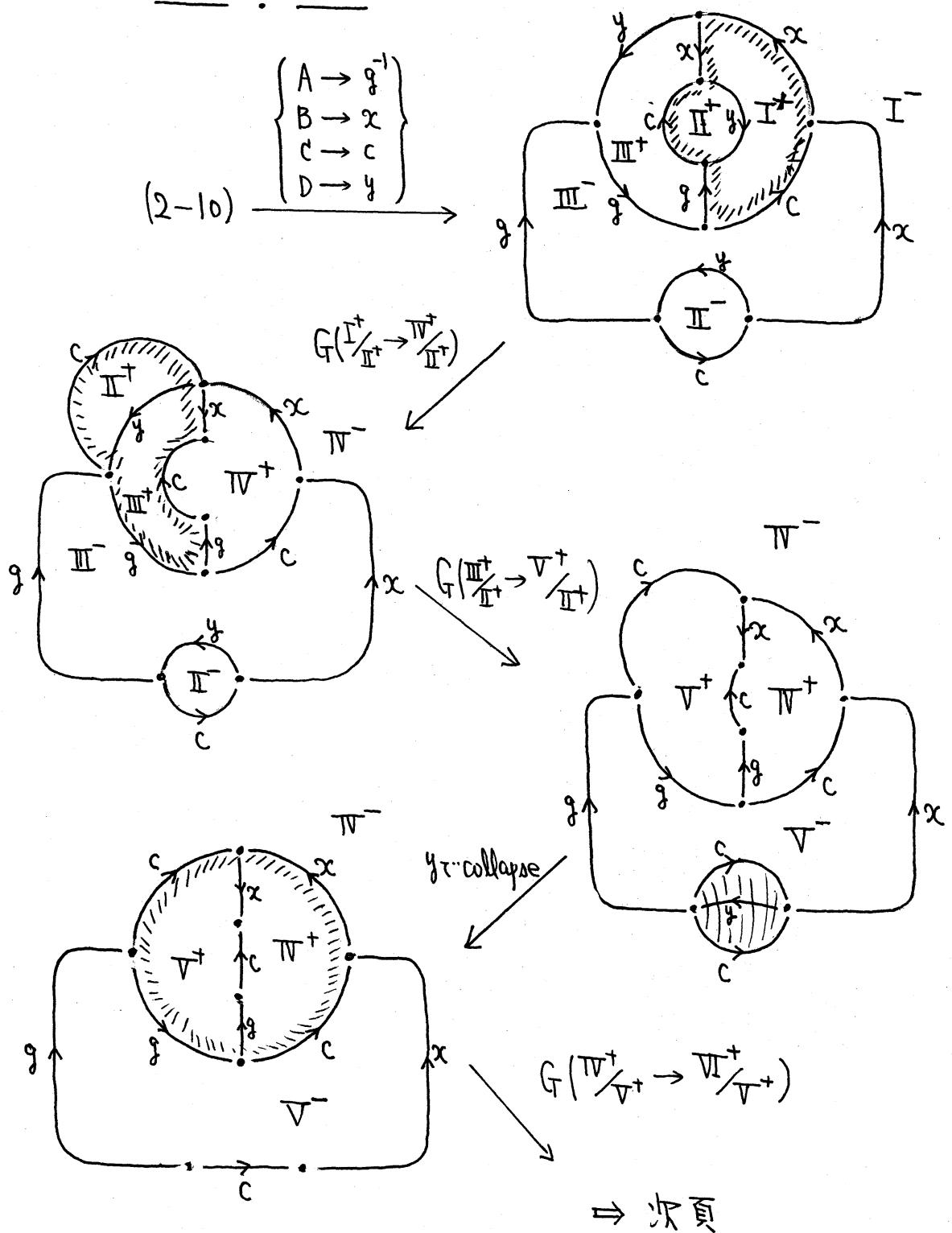
$$L(3,1) = L(3,2) =$$

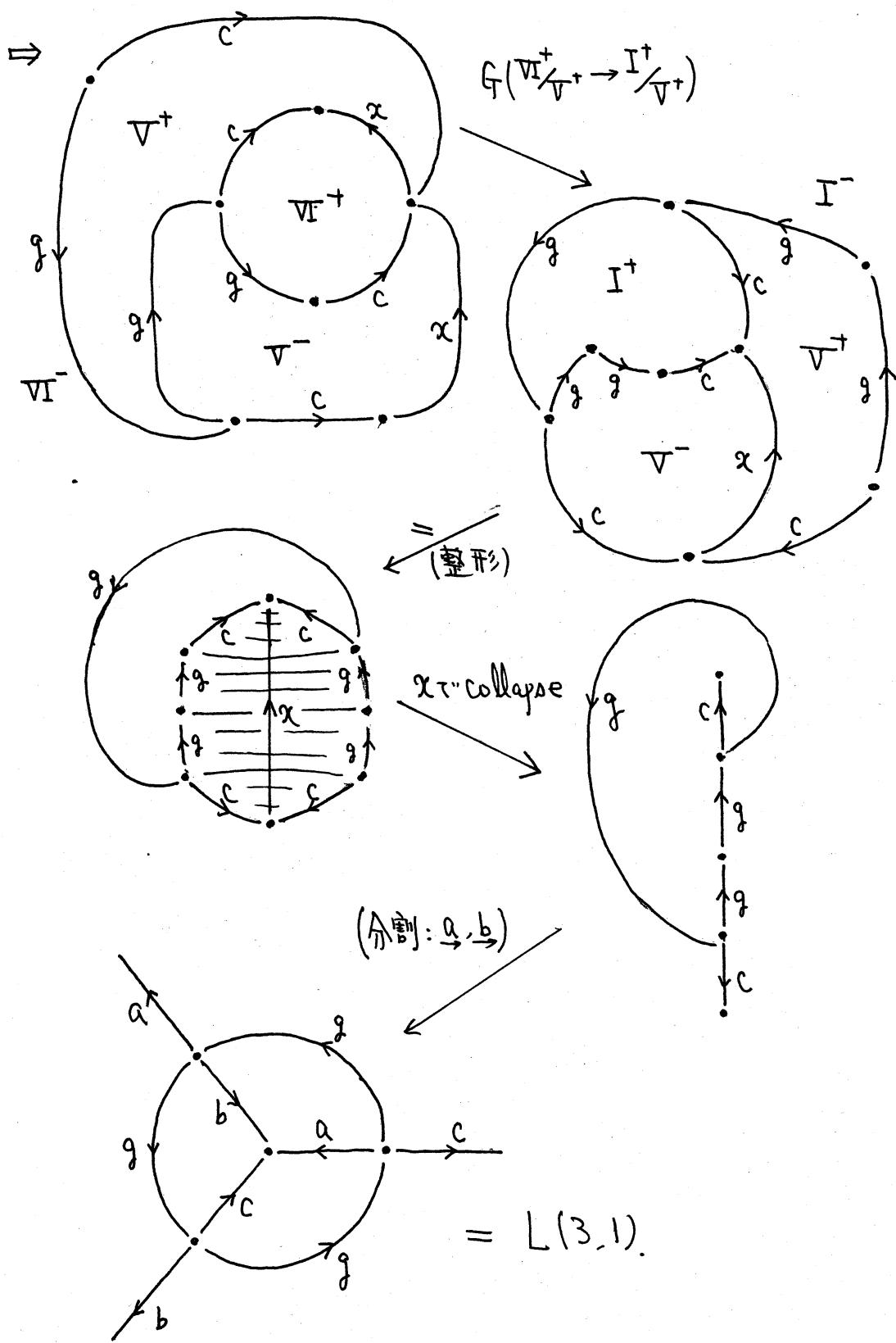
$$(4) \quad (2-8) = L(7,2).$$



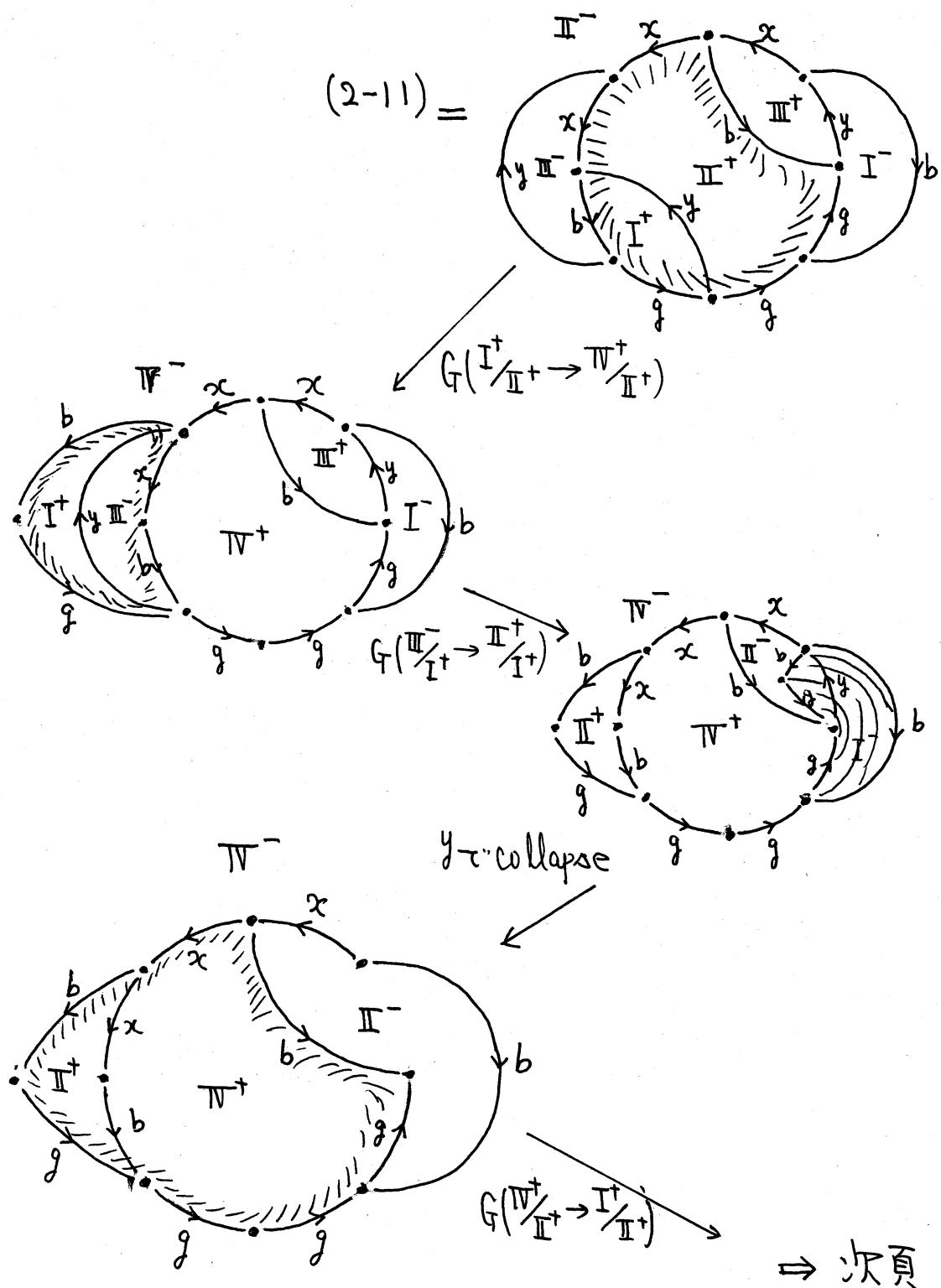


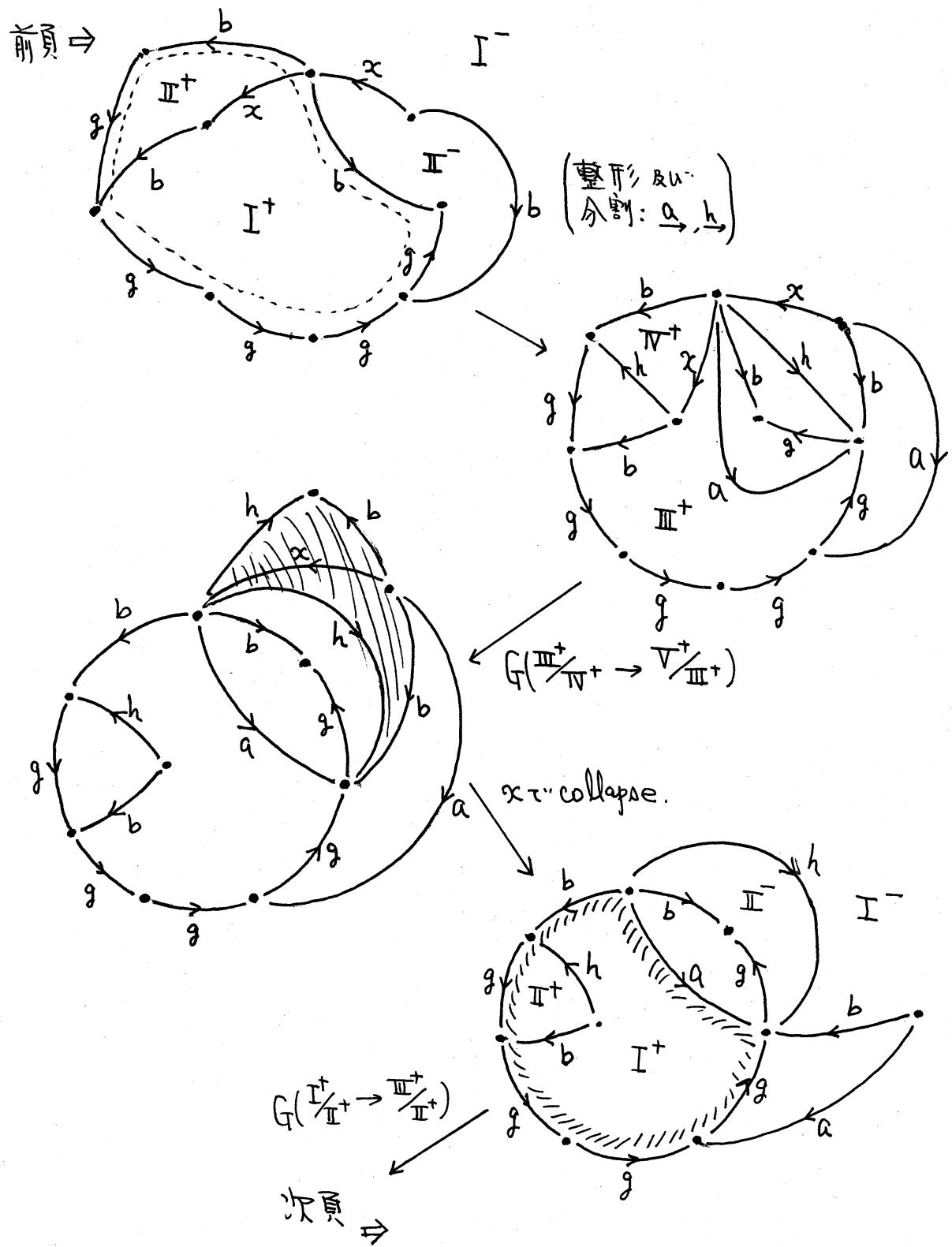
$$(\star) \quad (2-10) = L(3,1).$$





$$(2-11) = L(5,1).$$





93

