

固有関数展開 の ひとつの公式

数理論 青木和彦

Γ を基底 0 を持つ, “漸近的な樹木” とする. すなわち Γ の 0 を含むコンパクト部分グラフ Γ^* があって $\Gamma - \Gamma^*$ は互に無縁な樹木からなっているものとする. $\gamma, \gamma' \in \Gamma - \Gamma^*$ に対して, $\text{dis}(0, \gamma') < \text{dis}(0, \gamma)$ 且つ γ と γ' を結ぶ測地線片が $\Gamma - \Gamma^*$ にとれる時, “ γ は γ' より大” と言ひ, $\gamma > \gamma'$ と記す事とする.

今 A は $l^2(\Gamma)$ 上の線型作用素

$$Au(\alpha) = \sum_{\gamma'} a_{\gamma\gamma'} u(\gamma')$$

$u(\alpha) \in l^2(\Gamma)$, して

i) $a_{\gamma, \gamma'} = 0$, $\text{dis}(\alpha, \gamma') \geq 2$

$$\text{ii) } a_{\gamma, \gamma'} \neq 0 \quad (\gamma \text{ と } \gamma' \text{ とが隣接)}$$

$$\text{iii) } a_{\gamma, \gamma'} = a_{\gamma', \gamma}$$

を満たすものとする. $\pm \infty$

$$[C1] \quad \sum_{n=1}^{\infty} \min_{\substack{\text{dis}(0, \gamma) = n \\ \langle \gamma, \gamma' \rangle}} \frac{1}{|a_{\gamma, \gamma'}|} = \infty$$

を仮定する. +

すると A は $l^2(T)$ 上 K 自己共役作用素を定義する. 従って $\det \neq 0$ ならば, A のレゾルバント $(z - A)^{-1}$ を表わすグリーン核 $G(\gamma, \gamma' | z)$ が定義される.

我々の研究目標は

- (1) グリーン核 $G(\gamma, \gamma' | z)$ の $z \in K$ についての解析性の追求
- (2) $G(\gamma, \gamma' | z)$ の ~~無限遠~~ ($\gamma' \rightarrow \infty$) での振舞いの追求
- (3) 連続スペクトルを与える密度行列の計算

を行なう事である。

特に Γ が 自由群 である場合は H. Kesten (1959) 及び E.B. Dynkin and M.B. Mal'jutov (1961) の先駆的 結果, 又 吉沢尚明 (1951) の 既約表現の研究 以来, Γ 環 (von Neumann 環) との 関連などで ある人々の 興味をそそ っている。

一方, 私は 何か 戸田 格子 の 自逸'な 拡張として 意味を持っているのでは ないかと思ひ, この 2,3年 頭をつ込んで みわけて, 特に "グリーン関数 $G(x, y | z)$ の代数性" の 事実に到達した。 だが "なぜ 樹木か?" という 逆問題 については まだ 不明であり, 恐らく 或種の Padé 近似 と 関連するもの と 思われる。

自由群の既約表現の研究にいか なる意味を持つのかも 私にとっては 不明である。

文献

- [1] K. Aomoto, Spectral theory on a free group and algebraic curves, Jour. Fac. Sci. Univ. of Tokyo, 31(1984), 297-317.
- [2] ———, A formula of Eigen-function Expansions, I. Case of Asymptotic Trees, Proc. Japan Acad. 61(1985), 11-14
- [3] ——— and Y. Kato, Green functions and spectrum in a free product of cyclic groups, preprint 1984.
- [4] A. Figa-Talamanca and M.A. Picardello, Harmonic analysis on free groups, Lec. Notes in Pure and Appl. Math., 87(1983), Marcel Dekker
- [5] その他, P. Gerl, W. Woess, T. Steger, M.A. Picardello, 橋爪直彦, 梶原敏氏などのジョーナル.