数理解析研究所講究録
596巻 1986年 106-118

待ち行列網の経路制御について

東京工業大学　白川　浩（Hirosi Shirakawa）
東京工業大学　森　雅夫（Masao Mori）

§1．はじめに

経路制御（ルーティング）とは、メッセージの転送のために複数個あるルートの中から所定の宛先への最適な経路を選ぶ制御をいう。その目的は、通信需要に応じて適切にルートを決定する事により輻輳等の発生を防ぎ、ネットワークを効率的に運用することにある。ルーティング政策は、それが網の状態に依存して行われるかどうかという観点から、適応ルーティングと固定ルーティングに分類される。またルーティングの際、それが確率法則を含むかどうかという観点からは、確率的ルーティングと確定的ルーティングに分類される。

本稿ではまず§2で、ネットワーク全体を考慮した確率的固定ルーティング政策について従来の研究の概要を紹介する。ついで§3において、各ノードレベルでの局所的に最適なルーティングについて最近までの研究成果を紹介する。そして最後に§4では、ルーティング問題に関して今後研究すべき課題について述べる。

§2．従来の研究

2－1　Kleinrock らによる問題の定式化

蓄積交換方式の通信ネットワークを待ち行列網によりモデル化した場合、そのルーティングによる管理対象は、メッセージが網に到着してから退去するまでの網全体の平均遅延時間となる。そのため、一般に待ち行列網におけるルーティング決定問題は次のように定式化される。

＜ルーティング決定問題＞

既　与：	待ち行列網
	通信需要マトリックス
最小化：	メッセージが網に到着してから退去するまでの全平均遅延時間
決定変数：	ルーティング政策
制約条件：	確率的フロー制約
	リンク容量制約

しかしこの際、網全体の平均遅延時間を任意のルーティング政策に対して理論的に評価することは困難である。そのため Kleinrock[1][2]らは、モデル化のために必要となる幾つかの仮定および前提を設定した上で、通信ネットワークを複数クラスのメッセージを持つ待ち行列網（ＢＣＭＰ型）として取り扱った。具体的には仮定および前提として次の６項目を設定した。（ただし、（仮定５）はＢＣＭＰ型とするためにここで新たに付加した。）

＜モデル化のための仮定および前提＞

（仮定１）	外部からのメッセージの到着はポアッソン到着である（到着率は一定）
（仮定２）	網内のあるリンク（情報伝送装置）に到着したメッセージの長さ（仕事量）は、各リンクで平均１／μの指数分布に従って独立に決定されるものとする。
（仮定３）	各待ち行列のバッファ容量は無限大である。
（仮定４）	各ノードでの遅延時間は無視できるものとする。
（仮定５）	各リンクでの伝播遅延時間はＣＯＸ型分布に従うものとする。
（前　提）	ルーティング政策としては確率的固定ルーティングを採用する。（各ノード毎に、メッセージの発信元および受信先に応じたリンクへの送出確率を決定する。）

この場合（定常状態下の）網全体の平均遅延時間は、ルート毎の平均遅延時間のルート選択確率による平均により求められ、最終的につぎのように定式化される。

＜ルーティング問題の定式化＞

最小化：$\dfrac{1}{\sum_{(lm)\in F}\gamma^{lm}} \sum_{(ij)\in E}\left(\dfrac{f_{ij}}{\mu C_{ij}-f_{ij}} + f_{ij}T_{ij}\right)$

決定変数：$\{f_{ij}^{lm}\}$

制約条件：$f_{ij} = \sum_{(lm)\in F} f_{ij}^{lm} < \mu C_{ij}$

$0 \leqq f_{ij}^{lm}$

$$\sum_{i\in B(j)} f_{ij}^{lm} - \sum_{k\in A(j)} f_{jk}^{lm} = \begin{cases} -\gamma^{lm} & \text{if } j = l \\ \gamma^{lm} & \text{if } j = m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし

E：リンクの集合

F：通信需要ノードの組の集合

$1/\mu$：平均メッセージ長（bits／メッセージ）

γ^{lm}：ノードlからノードmへの通信需要の到着率（メッセージ／秒）

f_{ij}^{lm}：リンク（ij）でのメッセージ（lm）の到着率

f_{ij}：リンク（ij）でのメッセージの総合到着率

C_{ij}：リンク（ij）の情報伝送容量（bits／秒）

T_{ij}：リンク（ij）の平均伝播遅延時間（秒）

$A(j) = \{k \mid (jk) \in E\}$

$B(j) = \{i \mid (ij) \in E\}$

2－2　解　法

2－1の定式化による確率的固定ルーティングの決定問題は、基本的には凸多面体上で凸関数を最小化する非線形の多品種流問題であり、これまでに非線形計画法を応用した各種のアルゴリズムが開発されている。これらのアルゴリズムによれば、通信需要を満たす多品種フローのうち網全体の平均遅延時間を最小化する総フロー（$\{f_{ij}\}$）や、それを可

能とする通信需要別フロー（$\{f_{ij}^{lm}\}$）を効率的に求めることができる。そしてこの通信需要別フローをもとにして、各ノード毎の最適な確率的固定ルーティング政策を決定することになる。

〈 アルゴリズムの例 〉

アルゴリズム	特　　徴　　等
ＦＤ法[1]	・基本的には総フローのみが得られる。 （各通信需要別のフローを得るためには増加フローを逐次記録していく必要がある。）
ＥＦ法[3]	・通信需要の種類が多いときに効率的な計算法である。 ・通信需要別フローの表現は extremal flow により行う。
ＧＰ法[4]	・通信需要の種類が少ないときに効率的な計算法である。 ・ルーティングの表現の自由度が大きい。

（注）ＦＤ法：the flow deviation method
　　ＥＦ法：the extremal flows method
　　ＧＰ法：the gradient projection method

２－３　最適解の検討

２－１の定式化によるルーティング問題では、通信需要の到着率を一定としたもとでのルーティングを考えている。したがって通信需要の負荷変動に対しては、ある更新間隔毎に到着率$\{\gamma_{ij}^{lm}\}$を更新しルーティング政策を修正して対処することになる。しかし、実際には到着率の更新を行わないような短期間のうちに（実際の）到着率が変化することもあり、この意味で（仮定１）に対してできるだけ頑健なルーティングを考える必要がある。

そこで Yum[6]は、短期的な通信需要の変動に対する対応法として、網全体の平均遅延時間を最小化するフローのうちでも、できるだけ分岐を増やす（つまりエントロピーを増やす）ようにルーティングを決定することを提案している。この Yum によるルーティング決定問題は次のように定式化される。

＜Yum によるルーティング問題の定式化＞

［フェーズⅠ］：網全体の平均遅延時間を最小化する総フローの決定（２－２の解法と同じ）

↓　　$\{f_{ij}^*\}$：網全体の平均遅延時間を最小化する総フロー

［フェーズⅡ］：できるだけ分岐を増やすルーティングの決定（エントロピーの最大化）

最大化：$-\sum_{(kl)\in F}\sum_{i\in V}\sum_{j\in A(i)} f_{ij}^{lm}\left[\log f_{ij}^{lm}-\log\left(\sum_{k\in A(i)} f_{ik}^{lm}\right)\right]$

決定変数：$\{f_{ij}^{lm}\}$

制約条件：$\sum_{(lm)\in F} f_{ij}^{lm} = f_{ij}^*$

$0 \leqq f_{ij}^{lm}$

$$\sum_{i\in B(j)} f_{ij}^{lm} - \sum_{k\in A(j)} f_{jk}^{lm} = \begin{cases} -\gamma^{lm} & \text{if } j=l \\ \gamma^{lm} & \text{if } j=m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし

Ｖ：ノードの集合

その他の記号は２－１の定式化と同様

このようなルーティング決定法の（仮定１）に対する頑健性は、次のような例によって示される。すなわち表に示してあるように、初期通信需要についての分岐をできるだけ多くしたルーティング政策１の方が、各通信需要毎には分岐をしていないルーティング政策２よりも、通信需要の変動による平均遅延時間への影響が少なく、その意味で（仮定１）に対する頑健性があるのである。

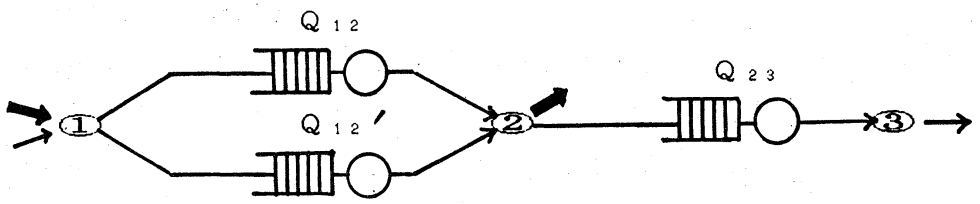
〈　例　〉

➡ ：ノード１からノード２への通信需要

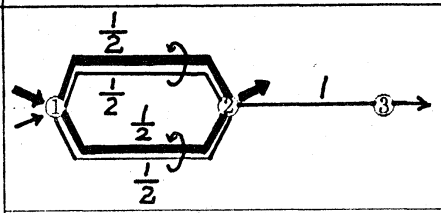
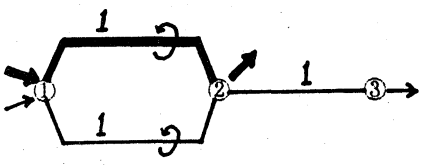
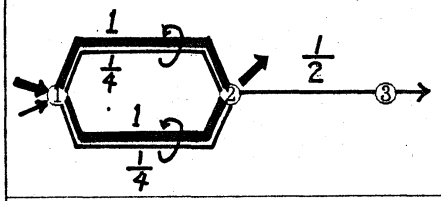
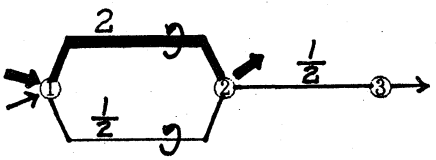
⟶ ：ノード１からノード３への通信需要

Q_{ij}：リンク（ｉｊ）の情報伝送装置に対応する待ち行列

（すべて同一のサービス率の指数サーバーとする）



＜通信需要の変動による平均遅延時間への影響＞

通信需要 (γ_{12} γ_{13})	ルーティング	
	政　策　1（分岐最大化）	政　策　2
(1, 1)		
	政策１の平均遅延時間　＝　政策２の平均遅延時間	
(2, 1/2)		
	政策１の平均遅延時間　＜　政策２の平均遅延時間	

§３．従来の研究の問題点とその後の発展

従来、待ち行列網によるルーティング問題の取扱いにおいては、網全体の平均遅延時間を求める際にＢＣＭＰ型の網として取り扱えるよう、

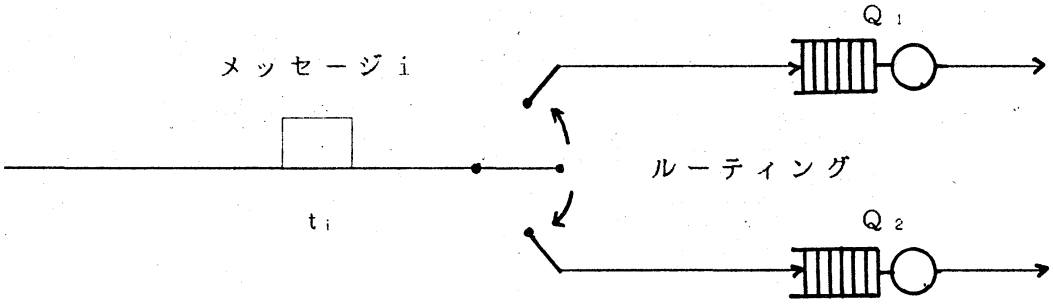
ルーティング政策を確率的固定ルーティングに限定していた(前提条件)。

しかし、最適な確率的固定ルーティングはあくまでも解析的に取り扱い易い範囲での最適解に過ぎない。一般に網全体の平均遅延時間を最小化するという観点からは、よりよい固定及び適応ルーティング政策が存在すると考えられる。この点に関して、退去過程についての考慮を必要としない単純な網(局所的なノード)について、最適なルーティング政策の研究が行われている。

3－1 Ephremides らによる研究

Ephremides[10] らは、次のような単純なモデルの場合について、全てのメッセージの総系内滞在時間の期待値を最小とする最適なルーティング政策について考えた。

〈 モデル 〉



ただし

t_i：メッセージ i の到着時刻（$t_i \in (0, T)$）

x_t^i：Q_i の時刻 t における系内メッセージ数

Q_i：同一の指数サーバー（サービス率＝μ）の待ち行列

ここで網全体の総系内滞在時間の期待値は、到着時点 $\{t_i\}$ を与えられたもとでは、各メッセージの各サーバーでのサービス時間について期待値をとることにより得られるので、問題は結局次のように定式化される。

＜Ephremides らによるルーティング決定問題＞

既　　与：計画期間（０、Ｔ）の間のメッセージ到着時刻｛t_i｝
前　　提：情報パターンとして次の２つを想定する。
（ケース１）　各待ち行列の初期系内メッセージ数が等しいこと以外はわからない。
（ケース２）　メッセージの到着時刻での各待ち行列中の実際の系内メッセージ数がわかる。
最 小 化：全てのメッセージの総系内滞在時間の期待値

$$E\left\{\int_0^T (x_t^1 + x_t^2)\,dt + \frac{1}{2\mu}x_T^1(x_T^1+1) + \frac{1}{2\mu}x_T^2(x_T^2+1)\right\}$$

決定変数：ルーティング政策

彼らは、この問題の最適ルーティングが次の政策により得られることを示した。これらの政策はいずれも実際の到着時刻｛t_i｝に依存しておらず、その最適性は到着時刻を確率過程とした場合においても成立する。

＜最適ルーティング政策＞

情報パターン	ルーティング方式	最適ルーティング政策
1	固定ルーティング	ＲＲ政策：到着したメッセージを交互に各サーバーに送る。
2	適応ルーティング	ＳＳ政策：到着したメッセージをその直前での系内メッセージ数が少ない方のサーバーに送る。

（注１）ＲＲ政策：the round-robin policy
ＳＳ政策：the send-to-shorter queue policy
（注２）メッセージの到着順序も網の状態表現の一部と考えれば、ＲＲ政策は適応ルーティングとすべきであろう。

このようなルーティング政策の最適性（優秀性）は、メッセージの到着過程として到着率 2λ（$\lambda<1$）のポアッソン過程を想定すれば次のように示すことができる。（ただしサービス率＝1とする。）

まず 最適な確率的ルーティングでは、到着したメッセージを確率1/2でQ_1へ確率 1/2 でQ_2へ送るので、各待ち行列への到着間隔は指数分布となる。よって待ち行列網はM／M／1が並列にあるのと等しく、網全体の平均遅延時間はM／M／1の平均系内滞在時間と同じになる。

つぎにRR政策では、到着したメッセージを交互にQ_1、Q_2へと送るので、各待ち行列への到着間隔はアーラン分布となる。よって待ち行列網はE_2／M／1が並列にあるのと等しく、網全体の平均遅延時間はE_2／M／1の平均系内滞在時間と同じになる。この事から、RR政策が最適な確率的固定ルーティング政策よりも優れていることがわかる。

SS政策では、到着したメッセージを待ち行列長の短い方へ送るので、各待ち行列への到着間隔分布は一般には不明である。よって網全体の平均遅延時間は簡単には求められない。しかしこの場合においても、遅延時間の上限としてRR政策（E_2／M／1）の値が、また下限としてM／M／2の値が存在している。そしてheavy-traffic（$\lambda\to 1$）のもとでは、拡散近似によりM／M／2の値に漸近していくことが示されている[9]。

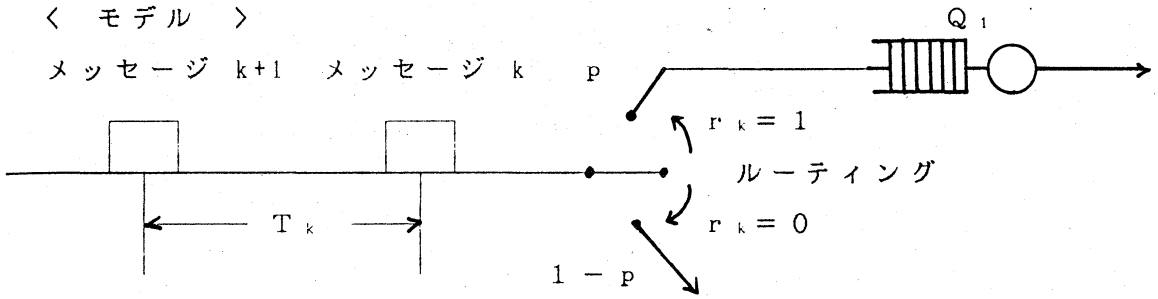
＜ルーティング政策の比較＞

ルーティング政策	待ち行列への到着間隔分布	待ち行列網の型	網全体の平均遅延時間
確率的固定ルーティング	指数分布 平均$1/\lambda$	（M／M／1）×2	$\dfrac{1}{1-\lambda}$
RR政策	E_2分布 平均$1/\lambda$	（E_2／M／1）×2	$\dfrac{1}{1+\sqrt{1+8\lambda}-4\lambda}$
SS政策	? 平均$1/\lambda$	（?／M／1）×2	?
（下限）	指数分布 平均$1/2\lambda$	M／M／2	$\dfrac{1}{1-\lambda^2}$

3－2　Hajekによる研究

Hajek[12]は、ある再生過程からの分流によりルーティングが行われる場合に、1つの待ち行列への分流比率が一定以上という条件のもとで平均系内滞在メッセージ数を最小化する最適な固定ルーティング政策について考えた。

＜　モデル　＞



ただし

p：分流比率

$r = (r_k)$：ルーティング政策

$r_k = 1$　if メッセージ k を Q_1 へ送る

　　0　otherwise

Q_1：指数サーバーの待ち行列

N_k：メッセージ k が到着する直前の Q_1 の系内メッセージ数

T_k：メッセージ k とメッセージ k＋1 の到着間隔

(T_k)：i.i.d.

この場合、系内滞在メッセージ数は隠れマルコフ点（メッセージの到着時点）で状態をとらえることにより表現でき、問題は次のように定式化される。

＜Hajekによるルーティング決定問題＞

既　　与：分流比率 p　$(0 \leqq p \leqq 1)$

前　　提：定常状態の存在 $(p\lambda / \mu < 1)$

最 小 化：平均系内滞在メッセージ数

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} E N_k(r)$$

決定変数：ルーティング政策

$$r = (r_k)$$

制約条件：再生過程からの選択は少なくとも比率 p 以上で行われる

$$\liminf_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} r_k \geqq p$$

Hajekは、$EN_k(r)$という関数の持つ特殊な性質から、extremal sequence とよばれるルーティング政策のクラスが分流比率が与えられたもとでの最適な固定ルーティング政策であることを明らかにした。そしてこのような extremal sequence の一つとして、regular sequence とよばれる点列のクラスを示した。それは次の表のように与えられる。

＜最適な固定ルーティング＞

ルーティング方式	最適ルーティング政策
固定ルーティング	・extremal sequence による選択
	・regular sequence による選択 $b^p(\phi) = (b_k^p(\phi))$ ただし $b_k^p(\phi) = \lfloor (k+1)p + \phi \rfloor - \lfloor kp + \phi \rfloor$ p：分流比率、⌊ ⌋：ガウス記号

このような固定ルーティング政策の最適性は、先のＲＲ政策においても示されている。すなわちＲＲ政策においては $r^1 = b^{1/2}(1/3)$, $r^2 = b^{1/2}(-1/3)$ となっており、分流比率＝１／２のもとで同時に平均系内メッセージ数を最小化しているのである。

そして、一般に２つの並列な待ち行列網においては、一方の待ち行列へのルーティングを regular sequence により行った時にはもう一方の待ち行列へのルーティングも regular sequence となっており、各々の待ち行列の平均系内メッセージ数を分流比率所与のもとで同時に最小化することができる。

以上がHajekにより研究された内容であるが、これをどの様に発展させられるかということを調べたところ、以下のことがわかったので簡単に述べておく。まず３つ以上の並列な待ち行列網においては、各々の分流が同時に regular sequence となるようにはできない分流比率の組み合わせの例を示すことができる。したがってこの場合には、待ち行列網全体についての評価関数の最適化を考えていく必要がある。またある一つの待ち行列への分流においては、待ち行列のサービス時間がアーラン分布もしくは一定の場合についても extremal sequence の最適性が成立することを示すことができた。

§4．まとめと今後の研究課題

以上、§2および §3 で述べたことを考え合わせると、次のような階層的なルーティングを行うのが妥当と思われる[13]。すなわち、まずネットワーク・コントロール・センター等において集中的に適切な経路の選択確率を決定し、ついで各ノード毎にそのような選択確率（分流比率）の制約のもとで局所的な最適ルーティングを行うのである。しかし、このような局所的ルーティングを考慮にいれた待ち行列網の解析はほとんど行われていない。この点でＢＣＭＰ型の待ち行列網の拡張型として、状態に依存した移動確率を考慮した Towsley[14]の解析は注目に値しよう。

また§3で示したような局所的最適ルーティングを、多数の通信需要や送出リンクがある場合に、それぞれの分流比率の制約のもとでどのように行ったら良いかといった問題についても考えていく必要があろう[7]。

そして、たとえ厳密な意味での待ち行列網の解析ができなくても、これらの基礎的研究のもとに近似精度の良い評価方法や次善的ルーティング政策が得られれば、将来通信ネットワーク資源の効率的運用に寄与できるものと思う。

《　参考文献　》

[1] L.Fratta,M.Gerla,and L.Kleinrock,"The flow deviation method:an approach to store-and-forward communication network design," Networks,vol.3,pp.97-133,1973.

[2] L.Kleinrock,Queueing Systems,vol.2,Computer Applications. New York:Wiley-Interscience,1976.

[3] D.G.Cantor and M.Gerla,"Optimal routing in a packet-switched computer network," IEEE Trans.Comput.,vol.C-23, pp.1062-1068,Oct.1974.

[4] M.Schwartz and C.K.Cheung,"The gradient projection algorithm for multiple routing in message switched networks," IEEE Trans.Commun.,vol.COM-24,pp.449-456,Apr.1976.

[5] M.Schwartz,Computer-Communication Network Design and Analysis,Englewood Cliffs,NJ:Prentice-Hall,1977.

[6] T.P.Yum,"The design and analysis of a semidynamic deterministic routing rule," IEEE Trans. Commun.,vol.COM-29, pp.498-504,Apr.1981.

[7] T.P.Yum and M.Schwartz,"The join-biased-queue rule and its application to routing in computer communication networks,"IEEE Trans.Commun.,vol.COM-29,pp.505-511,Apr.1981.

[8] R.G.Gallager,"A minimum delay routing algorithm using distributed computation," IEEE Trans.Commun.,vol.COM-25, pp.73-84,Jan.1977.

[9] G.Foschini and J.Salz,"A basic dynamic routing problem and diffusion approximation," IEEE Trans.Commun., vol.COM-26,pp.320-327,Mar.1978.

[10] A.Ephremides,P.Varaiya,and J.Walrand,"A Simple dynamic routing problem," IEEE Trans.Auto.Control,vol.AC-25, pp.690-693,Aug.1980.

[11] B.Hajek,"The proof of a folk theorem on queueing delay with applications to routing in networks," J.ACM,vol.30, pp.834-851,Oct.1983.

[12] ——— ,"Extremal splittings of point processes," Math. Operat.Res.,vol.10,pp.543-556,Nov.1985.

[13] R.R.Boorstyn and A.Livne,"A technique for adaptive routing in networks," IEEE Trans.Commun.,vol.COM-29,pp.474-480,Apr.1981.

[14] D.Towsley,"Queueing network models with statedependent routing," J.ACM,vol.27,pp.323-337,1980.