

¿ Fibered Ribbon Knot は
Fibered Ribbon Disk Pair に拡張するか？

東大・理 宮崎 桂

(Katura Miyazaki)

§1

Casson - Gordon は '83 に次の Th を発表した。

Th 5.1 [1] $\text{homology } 3\text{-sphere}$ の fibered knot K
が homotopically ribbon
 $\iff K$ の fibering の $\underbrace{\text{monodromy}}_{\text{closed}}$ は
handle body の auto homeo に拡張する。

この定理、およびその証明をよくみると、次のことが証明
されていることがわかる。

Cor. S^3 の fibered knot K が fiber が handle body の
ribbon
 \implies fibered pair (S^3, K) は fibered pair (V^4, D)
に拡張する。ここに V は homotopy 4-ball, D
は $(V$ の) homotopically ribbon disk.

すると当然のように、次の予想を立てたくなる。

予想 ∂B^4 の fibered knot K が B^4 で ribbon disk D をはる。

$\Rightarrow (B^4, D)$ は fibered disk pair で (S^3, K) の fibering の拡張。 fiber が handle body の

これを証明することは、今のところできていないので、ここでは fibered disk pair に拡張する fibered ribbon knot を作る一方法を述べておわりにしたい。

§2

と、いってもゼロから作るのではなく、そういう knot が 1 つわかっていたとして、そこから作るやり方である。

Suppose! $K \subset S^3$: fibered slice knot.
 fibering S_θ $0 \leq \theta < 2\pi$ は、fibered disk $D \subset B^4$ の fibering F_θ に拡張する。

Th. $S^3 - K$ の s.c.c. C が $1^\circ S^3$ で unknotted

$2^\circ C \subset K$ のある fiber S_θ

$3^\circ C$ は F_θ で null-homotopic

$\Rightarrow C$ を $\frac{1}{n}$ -Dehn surgery して K からえられる

knot K' は fibered knot で、 B^4 の fibered disk pair の fibering に 拡張する。 fibering が

証明は略す。 Th の statement からわかるように、これは Harer [2] の twisting の 4次元(?) 版。 s.c.c. の Dehn surgery のかわりに、 2 -disk $D_c(C B^4)$ で Gluck(?) surgery する。
 c が F_0 で bound する

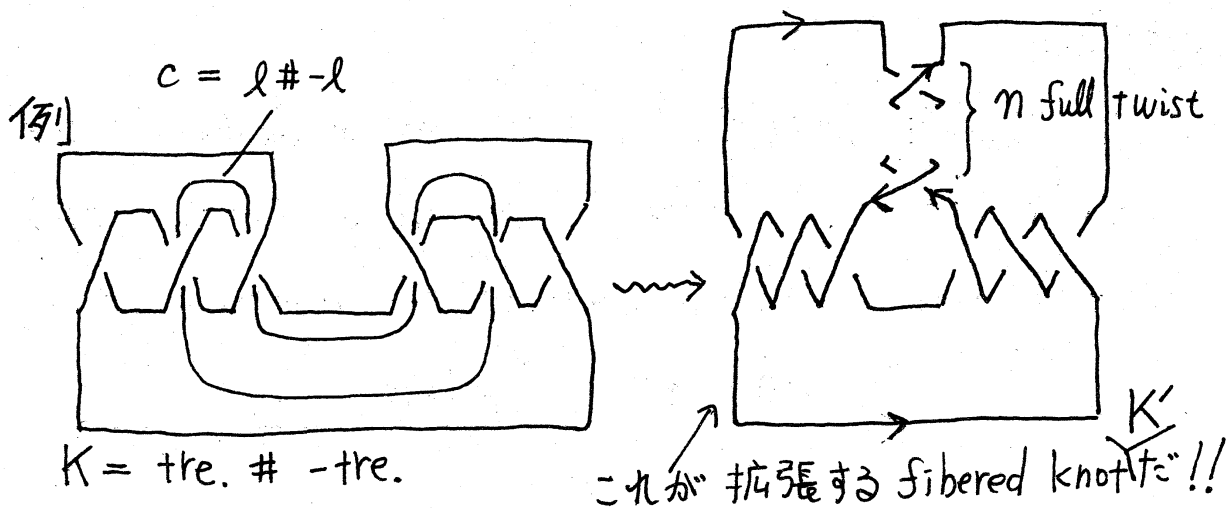
応用: k は fibered 1 -knot。 l を S^3 の unknot で k のある fiber にのっているとす。

左右対称になるように、pair の connected sum して $(S^3, k \# -k, l \# -l)$ を作ると、

$k \# -k$ は 上の Th の K の条件を、

$l \# -l$ は $c = \dots$ みたす。

$\therefore l \# -l$ で $\frac{1}{n}$ surgery してえられる knot $(k \# -k)'$ は fibered disk pair に 拡張する fibered knot である。



Remark この§の冒頭の Suppose! を次のようにかえる。

$K \subset S^3$ fibered ribbon knot
 fibering S^1 $0 \leq \theta < 2\pi$ は、fibered ribbon
 disk $D \subset B^4$ の fibering V_θ に #4 拡張する。
 ここで V_θ は handle body を表わす。

1° こう変えても、Th の結論を。

「 $(K$ からえられる) knot K' は fibered knot で、fibering
 が $(D$ からえられる) fibered ribbon disk pair (B^4, D')
 の fibering (fiber は handle body) に #4 拡張する。」

と変えられるかどうかは不明。

2° しかし、knot K' の Alex. poly. が knot K の Alex. poly.
 と一致することはわかる。

3° 上の Th で twisting をまねして fibered disk pair を作った
 ように、plumbing をまねできないだろうか？

References

[1] Casson-Gordon: A loop theorem for duality spaces
 and fibered ribbon knots, Invent'83

[2] J. Harer: How to construct all fibered knots
 and links, Topology '82