

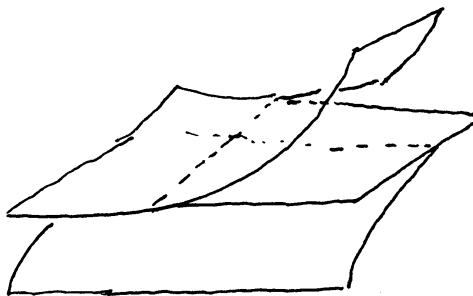
Incompressible Measured Laminations in 3-manifolds

都立大理 大鹿健一 (Ken'ichi Ohshika)

M を 3次元既約閉多様体とする。 M 中の (余次元 1 の) lamination とは M の 部分閉集合上の 葉層構造のことである。 L を M 中の lamination とする。 L に 横断的な measure がはいる時 L を measured lamination という。 特に M の部分曲面は measured lamination の例になっている。

L を含む開集合上で 横断的な 非特異ベクトル場が定義できる時、 L を横断的に向き付け可能であると言う。

F が M 中の 分岐曲面であるとは、 F が 特異点を持つ C^1 曲面で、 特異点では下図のようになっていることである。 分岐曲面 F について、そのファイバー近傍を $N(F)$ で表す。



Lamination L が 分岐曲面 F を台にもつとは、 L が $N(F)$ の中にファイバーに横断的にアイソトピーで動かせることをいう。

分岐曲面 F が incompressible であるとは、次の条件を満たすことである。

(1) $N(F)$ の 水平境界は incompressible。

(2) 接着円板がない。

(3) 一角形がない。

(Floyd-Oertelを見よ。)

Morgan-Shalen は次の事実を証明した。

Morgan-Shalen の定理 Incompressibleな分岐曲面を台に持つ measured lamination の 各葉は incompressibleである。

ここでの目標は、この定理の逆を示すことである。

定理 L を横断的に向き付け可能な measured lamination で、 M 全体の葉層構造にはなっていないとする。いま、 L の各葉は incompressible であるとする。このとき L の台となる incompressible な分岐曲面が存在する。

この定理の証明にはいくつかの補題を必要とする。

補題 1 B を 3次元球体とする。 L を B 中の measured lamination で、 B の境界に横断的であり、 B 全体の葉層構造にはなっていないとする。 このとき L は有限個の族に分かれ、各族はコンパクトな葉が平行に並んでいるものになっている。

この補題は Morgan-Shalen の結果を用いることにより簡単に示せる。

定義 h を M のハンドル分解とする。 Measured lamination L が h に関して弱正規であるとは、次の条件を満たすことである。

全てのハンドル s に対して s と L の交わりは、全ての s の垂直円板に横断的な円板である。従って特に L は h の 3-球体とは交わらない。

L が h に対して弱正規で、かつ下の条件を満たすとき正規であると言う。

s の境界の各ハンドル t と L と s の交わりの各成分 l に対して、 l と t の交わりは、一本の閉区間である。

補題 2 L を横断的に向き付け可能な measured lamination として、 L の各葉は incompressible であるとする。また L は M の葉層構造ではないとする。このとき M のハンドル分解で、それに関して L が弱正規であるものが存在する。

この補題は任意のハンドル分解から始めて、それを細分していくことにより示す。

補題 3 補題 2 と同じ条件のもとで、 L はハンドル分解 h に関して弱正規であるとする。このとき L をイソトピーで動かすことによって h に関して正規にできる。

弱正規と正規の違いはひとつのハンドルのなかで、折り返しがあるかどうかという点にある。補題 3 の証明はこの折り返しをイソトピーによってつぎつぎに解消していくことによって行う。本質的なのはこの操作が有限回で終る点にある。

L に対して L がそれに関して正規なハンドル分解 h を持ってくる。 h の 2-ハンドルに平行にはいつている葉の部分を全て同一視することによって分岐曲面ができる。これを B としよう。

B は当然 L の台になる。この条件を変えずに B を改変して incompressible にできることを示せばよい。これは本質的に Floyd-Oertel と同じ議論によって示すことができる。

以上について、詳細はプレプリント "Incompressible Measured Laminations in 3-manifolds" を参照下さい。

参考文献

Floyd-Oertel Incompressible surfaces via branched surfaces,
Topology 23

Morgan-Shalen Degeneration of hyperbolic structures II,
measured laminations, trees, and 3-manifolds, preprint

Oertel Incompressible branched surfaces,
Inv. Math. 76