

氏 名 丹 羽 敏 雄
学位の種類 理 学 博 士

学位記番号 論 理 博 第 592 号

学位授与の日付 昭 和 53 年 1 月 23 日

学位授与の要件 学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当

学位論文題目 **Time Correlation Functions of a One-Dimensional Infinite System**

(1次元無限系の時間相関関数)

論文調査委員 (主査) 教授 吉沢尚明 教授 山口昌哉 教授 渡辺信三

論 文 内 容 の 要 旨

統計力学の数学的理論の重要な目標は、約言すると、1つの物理系の巨視的（マクロ）な状態を微視的（ミクロ）な原子、分子等のレベルの法則から導くことである。本論文はこのような問題への1つの具体的な寄与を目的とするものである。

問題の数学的定式化は、Boltzman 以来、次のように行われている。対象となる系のあらゆる可能なミクロの状態 x の集合、すなわち相空間を X で表す。状態 x が時間 t の後に移る状態を $Tt(x)$ と記すと、1経数群 Tt は系の時間的发展を記述する流れである。 X の上の任意の函数（物理量） $f(x)$ に対して

$$\bar{f} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(Tt(x)) dt, \quad \langle f \rangle = \int f(x) \mu(dx), \quad (\mu \text{ は Liouville 測度})$$

はそれぞれ f の時間平均、相平均である。いわゆるエルゴード仮説は、 $\bar{f} = \langle f \rangle$ の成立すること、この場合この系はエルゴード的であると言われる。更に系が次の条件を満足する時には混合的であると言われる。任意の f と g に対して、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \langle f(T_{-t}(x))g(x) \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$ 。

この右辺の平均を、 f と g の時間相関函数と呼ぶ。これの時間 t についての漸近的性質を調べるとは、統計力学にとって重要な問題である。

申請者は以下のように、無限粒子系のモデルを構成し、そのエルゴード性、特に時間相関函数の漸近的性質を調べている。

(1) G を2次元の正方格子とし、この上の無限個の粒子からなる系を考察する。ただし格子 G は、右下へ向う対角線を法として剰余系を採り、結果的には1次元の系とする。各粒子は単位時間毎に格子上で4つの方向の何れかに移動するものとし、その法則を具体的に定める。

(2) この系の時間相関函数の漸近的性質について次の結果が得られている。

(定理) 任意の f と g に対して

$$C(f, g; n) = \langle f(T_{-n}(x))g(x) \rangle - \langle f \rangle \langle g \rangle$$

とくと、

$$\sqrt{n}C(f, g; n) \rightarrow C(f, g),$$

ここで $C(f, g)$ は f と g から計算される量である。

なお参考文献 4 編も何れも力学系に関するものであり、離散スペクトルを持つ力学系、力学系の同値問題、無限粒子系のエルゴード性等についての研究である。

論文審査の結果の要旨

申請論文は力学系の時間相関数の漸近的性質に関する研究を中心としている。

時間相関関数は力学系のエルゴード性、混合性等の基礎になる概念であるのみでなく、その詳しい研究は非平衡状態の系の統計力学にとって重要である。例えば、Einstein—久保の理論から、熱伝導率や粘性のような輸送係数 (transport coefficient) が、適当な函数を用いて、その時間相関関数の時間積分として表される。

一般に物理系は、多数の粒子 (10^{26} 程度) から成っているから、これの数学的取り扱いのために、その理想化として、無限個の粒子から成る系を研究することが重要である。しかし無限粒子系の数学的理論は、それを構成する段階で既に困難なことが多く、最近になって漸く関連分野でその研究が新まったところである。また物理的見地から興味のある無限粒子系に対して、そのエルゴード性等の研究は、まだ殆んど手が着けられていない。

このような現状にあって、申請者は比較的単純な無限粒子系のモデルを精密に構成し、更にその時間相関関数の漸近的性質を証明することに成功した。

統計力学の数学的理論の中心的問題の 1 つである時間相関関数について精密な結果を厳密に証明したことは、現論に対する重要な寄与であり、ここで採られた方法や観点によって、更に多くの結果が得られることが期待される。この意味で本論文の内容は統計力学や数学的理論の先端にあるものとして、重要な意義を有する。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。