

超流動ヘリウム 4 中の第 2 音波の観測

小谷 竜也¹, 村山 裕子², 松原 明^{3*}

¹ 兵庫県立小野高等学校, ² 須磨学園高等学校, ³ 京都大学大学院理学研究科

要旨

2.17 K 以下の低温でヘリウム 4 は超流動状態に相転移する。Tisza は二流体モデルから超流動状態で第 2 音波の存在を予言した。第 2 音波はエントロピーが伝播する波であり、90 度の位相差をもって温度も振動する。我々は薄膜抵抗温度素子である CernoxTM 温度計の bare chip モデル CX-1030-BR を検出器とし、ニクロム線ヒーターを励起子として、共鳴管を用いて第 2 音波の検出を試みた。ロックインアンプによる周波数掃引を行い、共鳴ピークとして第 2 音波を検出することができ、複数の高調波モードを同定した。共鳴周波数から第 2 音波の音速を求め、その温度依存性を測定し、これまでに得られている結果と比較検討した。また Q 値から減衰係数の温度依存性を求め、Khalatnikov の理論計算と比較した。

重要語句：超流動，二流体モデル，第 2 音波，共鳴，減衰係数

序論

ヘリウム 4 は不活性ガスであり、常圧下では低温まで気体で存在する。1 気圧下では 4.2 K で液化するが、2.5 MPa 以下の圧力下では絶対零度まで固化しない。液体ヘリウム 4 は、ヘリウム 4 の軽い質量とヘリウム原子間の弱い相互作用のため顕著な量子効果を示す。特に 2.17 K 以下で超流動状態と呼ばれる特異な相に相転移する⁽¹⁾。超流動相では多数の分子がコヒーレントな運動をし、熱機械効果、超熱輸送などの奇妙な現象が観測される。特に粘性は測定方法によって、粘性がない流れが観測される場合と有限の粘性が検出される場合がある。これらの現象は Tisza⁽²⁾ の現象論である二流体モデルによってうまく説明される。

二流体モデルでは、超流動状態は仮想的にエントロピーを持たない超流動成分とエントロピーを持つ常流動成分の混合体として表される。超流動成分は常流動成分や他の分子、試料室壁等と相互作用しないため、超流動成分が流れる際には粘性を生じない。一方常流動成分が運動する際には粘性が検出される。そのため測定によって異なる粘性が得られる。熱機械効果や超熱輸送も二流体モデルで説明される。この二成分系では通常の液体と

異なり複数の音波モードが可能となる。現在第 1 から第 4 の 4 つの音波モードが知られている⁽¹⁾。二成分が同位相で振動する通常の密度波（第 1 音波）の他に、二成分が密度一定の条件のもとで逆位相で振動する波動モードが存在する。この波動モードは局所的な超流動成分と常流動成分の割合が振動して伝播するモードであり、エントロピーの振動、あるいは温度の波動モードと表現され、第 2 音波と呼ばれている。他にも薄膜の表面波である第 3 音波や多孔質物質中を伝播する第 4 音波が存在する。

振動モードとしての第 2 音波はいくつかの要因によって減衰する。流体の持つ粘性も減衰に寄与するが、温度波ゆえに大きな熱伝導率によっても減衰される。さらには、流体の流れや超流動中に存在する量子渦によっても減衰される。超流動状態はマクロな数の分子が同一の波動関数を持ち、局所的には同位相となっていると考えられている。しかし、空間内に超流動状態にない紐状の空間があると、その周りを一周する経路に沿った移動によって波動関数の位相が 2π の整数倍変化する可能性が出てくる。位相変化がゼロでない場合、その紐状の空間は位相欠陥と呼ばれ、その周りに超流動体の流れ場ができ、量子渦と呼ばれる。量子渦は渦度が量子化されており、また超流動ヘリウム 4 中では細い渦芯を持っているため、理想的な渦として数値シミュレーションとの比較などが行われる。その量子渦が存在すると第 2 音波が減衰されることが実験的にわかっている⁽³⁾。第 2 音波の減衰は量子渦の渦度に依存するため、量子渦の状態の手がかりが得られる。我々は冷凍機を回転させた実験系での渦の生成や消滅のメカニズム、渦の構造の研究に応用すべく、超流動ヘリウム 4 の第 2 音波の検出を試みた。

方法

第 2 音波は温度あるいはエントロピーの波動であり、検出には温度素子(温度計)を用いる。温度素子は微小な温度変化を検出するための小さな熱容量と、kHz オーダーの振動を検出するにたる速い応答時間が要求される。それを満たすものとして Lake Shore 社製の薄膜抵抗温度計、Cernox 温度計⁽⁴⁾を検出に用いた⁽⁵⁾。Cernox 温度計はサファイア基板上に酸化ジルコニウム (ZrON) の薄膜が付けられたものであり、その抵抗変化を温度計として

* 内容に関する連絡先：akira@scphys.kyoto-u.ac.jp

利用する。薄膜の状態を制御することで複数の異なる温度特性を持ったモデルが市販されている。また、それぞれの温度特性を持つモデルに、通常のパッケージに封入されたモデルの他に素子がむき出しのbare chipモデルが市販されている。我々は1K付近での測定を考慮してCX-1030シリーズのbare chipモデルであるCX-1030-BRを測定に用いた。

測定は感度を高めるために共鳴法を採用した。図1に試料セルの断面図を示す。セル全体は外部との熱接触が強くなりすぎないようにエポキシ樹脂Stycast 1266を用い、壁の厚みを2 mmとした。セルは扱いやすい共鳴周波数と工作の容易さから内径10 mm、長さ $L=15.5$ mmの円柱状とした。試料セルである共鳴管の一端に励起素子、他端に温度検出素子を貼り付けた。励起素子は直径0.2 mmのニクロム線を巻いたヒーターを用い、励起素子を交流電流で励起した。ヒーターの抵抗値は5 Ω であった。検出素子は上記のCernox CX-1030-BRのリード線付のものをGE-7031 ワニスで端面に貼った。セルの中央には超流動ヘリウム4を取り込むために直径0.5 mmの穴が1個開いている。

第2音波の励起と検出はSignal Recovery社製のロックインアンプ、モデル7265と、自作の電流増幅回路を用いた。電流増幅回路はオペアンプとパワートランジスターを用いたプッシュプル回路で構成されている。ロックインアンプから供給された励起用交流電流を電流増幅回路

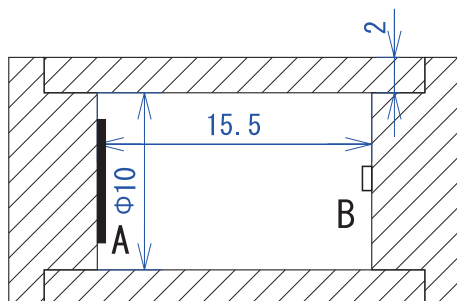


図1. サンプルセル。A：ヒーター、B：Cernox温度計。長さの単位はmm

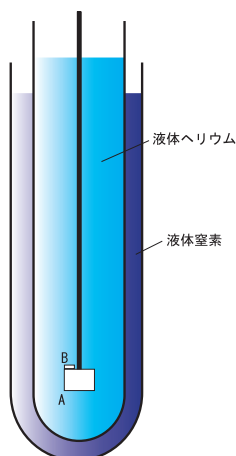


図2. 液体ヘリウム用デュワー。A：サンプルセル、B：Ge抵抗温度計

で増幅し、試料セルのヒーターに供給した。ヒーターに供給された電流は振幅が約0.1 Aであった。Cernox素子には約0.1 mAの直流を印加しておき、Cernox素子の電気抵抗による電圧降下の交流成分をロックインアンプで検出した。第2音波の共鳴による信号を周波数の関数として得るため、ロックインアンプによって励起交流の周波数掃引を行った。1回の掃引には1～2分程度の時間が必要であった。また、ヒーターで発生するJoule熱は電流の2乗に比例するため、ロックインアンプの検出周波数は励起交流の周波数の2倍とした。

実験装置はガラス魔法瓶（デュワー）を2重にしたものを用い、外側のデュワー内に液体窒素を溜め、内側のデュワー内に液体ヘリウムを溜めた。これは室温からの熱放射による熱の侵入を減らすためである。デュワー上部より金属パイプを下げ、その先端付近に試料セルを取り付けた。試料となる液体ヘリウムは、寒剤としての液体ヘリウムそのものを使用し、液体ヘリウム全体の圧力をロータリーポンプで下げることで冷却を行った。最低到達温度は約1.3 Kであった。試料セル周りの温度はGe抵抗温度計を用い、四端子法による直流抵抗測定を行った。

結果と考察

図3に1.53Kにおける測定例を示す。図3は1.3 kHz付近を拡大したものである。赤線と青線はそれぞれ励起交流に対して、同位相の信号（inphase）と90度の位相差を持つ信号成分（quadrature）を示している。緑色の線はinphaseとquadratureの信号の二乗和の平方根であり、信号の振幅を表す。inphaseとquadratureに関しては、丸印が測定点であり、実線は最小二乗法によるフィッティングの結果である。最小二乗フィットは非線形最小二乗法を用い、振幅、共鳴周波数、線幅、励起交流に対する位相をパラメータとしてローレンツ型の共鳴曲線に対するフィットを行った。

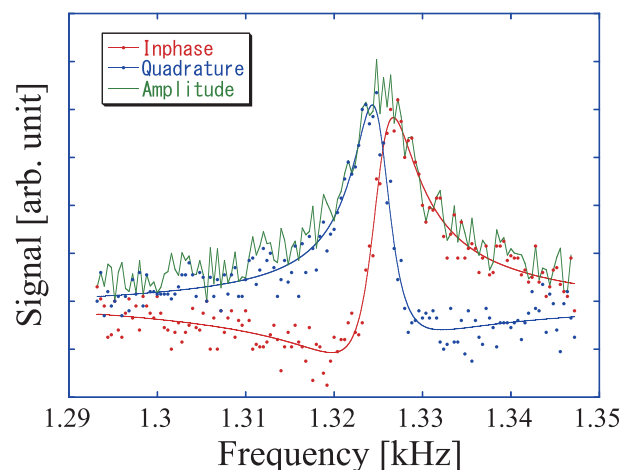


図3. $T=1.53$ K の測定結果。1.325 kHz 付近に存在したピーク。最小二乗フィットによってinphaseとquadratureで同じ共鳴周波数が得られた。

図3では、信号は1.33 kHz付近にピークを持っている。位相が90度異なるinphaseとquadratureの各信号に対して、最小二乗法によってほぼ同じ共鳴周波数1.325 kHzが得られた。これからこの信号が何らかの波動の共鳴によるピークであることがわかる。さらに励起周波数の2倍の周波数を持つ信号であることを踏まえると、この信号は第2音波の信号と結論できる。共鳴ピークの線幅はinphaseが5.7 Hz, quadratureが5.0 Hzであり、 Q 値はそれぞれ232と265であった。信号自体はノイズが多く今後に向けて改善の余地がある。

図4は同じ1.53 Kの1.98 kHz付近の測定結果である。ここでもinphaseとquadratureの最小二乗フィットの結果がほぼ同じ共鳴周波数を与えており、第2音波の共鳴ピークと判断できる。図3の場合と比較してみると、2つのピークでinphaseとquadratureの位相が正負反転している。これは、図3の1.33 kHzのピークと図4の1.98 kHz付近のピークが、共鳴管内の共鳴の奇数番の高調波と偶数番の高調波の関係にあることを示唆している。実際、共鳴周波数1.33 kHzと1.98 kHzの比はほぼ2:3となっていることから、これらが $n=2$ と $n=3$ の高調波モードに対応していると考えられる。そこで、0.66 kHz付近や2.66 kHz付近で信号を探すと、信号強度は小さいものの0.664 kHzと2.628 kHz付近に共鳴のピークがあり、正負の関係と共鳴周波数の比を考慮すると、それぞれ $n=1$ と $n=4$ のモードと判断できた。

表1に各高周波モードの共鳴周波数 f_{res} を比較したものを示す。右端の欄は共鳴周波数を推定したモード番号で割ったものであり、4つのピークで非常によく一致している。このことから観測された4つのピークは第2音波の $n=1$ から $n=4$ までのモードと結論できる。共鳴周波数の比がほぼ整数倍なのは、端点での補正が必要ないことを示している。その原因は、共鳴管が閉管であることと、励起素子や検出素子が温度の振動に対して共鳴しないために第2音波の振動と結合しない、と考えられる。励起素子や検出素子自体の共鳴が音波のモードと結合する通常の音波とは異なる振る舞いとなっている。

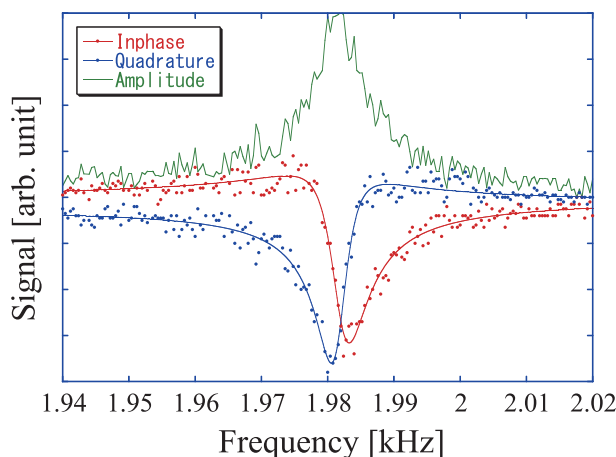


図4. $T=1.53$ K で周波数1.98 kHz付近で観測された共鳴ピーク

図5に各モードの共鳴周波数の温度依存性を示す。温度依存性の測定は、約1.3 Kから徐々に昇温し2.17 Kの転移温度付近で反転して、徐々に1.3 K付近まで冷却しながら行った。転移点近傍で $n=1$ と $n=4$ のデータが少ないのは、信号強度の大きい $n=2$ と $n=3$ の測定を優先したためである。モードによる違いを見るために、共鳴周波数をモード番号で割ったもの(f_{res}/n)の温度依存性を示したのが図6である。図を見ると、全てのモードの共鳴周波数の温度依存性がよい一致を示しており、振動数にかかわらず高調波モードに対して共鳴周波数の整数比が保たれていることがわかる。温度依存性は、1.3 K付近から共鳴周波数がわずかに増加し、1.7 K付近で最大となった後、徐々に下がり始め、転移温度付近でゼロに向かっていく。

表1. $T=1.53$ Kにおける共鳴周波数の一覧

n	f_{res}	f_{res}/n
1	0.666 kHz	0.666 kHz
2	1.325 kHz	0.663 kHz
3	1.982 kHz	0.661 kHz
4	2.643 kHz	0.661 kHz

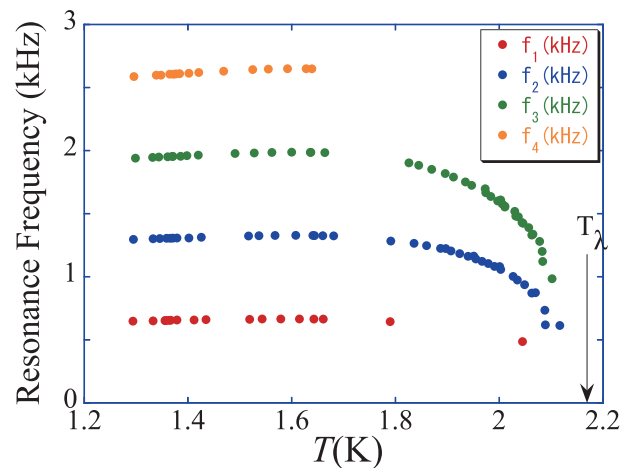


図5. 共鳴周波数の温度依存性。4つのモードが整数比で並んでいる。 T_λ は転移温度2.17 Kを表す

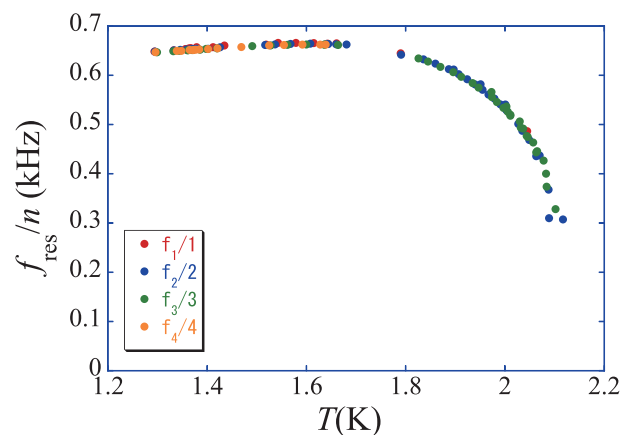


図6. 共鳴周波数をモード番号で割ったもの。非常によく一致している

異なるモードの周波数が整数比になっていることから、各高調波モードに対して

$$C_2 = \lambda f_{\text{res}} \quad (1)$$

で第2音波の音速 C_2 を求めることができる。ここで f_{res} は共鳴周波数を、 λ は第2音波の波長を表している。波長に関しては、モード n の場合、試料セルの長さ L を使って $\lambda = 2L/n$ と書ける。 C_2 の温度依存性を示したのが図7である。これより測定した温度範囲では C_2 は20 m/s程度より遅く、1.7 K付近でピークを持ち、転移点でゼロに向かう、という結果が得られた。 C_2 は第1音波の音速 C_1 、約240 m/sに比べるとかなり遅い伝播速度であることがわかる。転移温度で C_2 がゼロに向かうのは C_2 に超流動成分の密度 ρ_s が含まれることと一致している。

$$C_2^2 = \frac{\rho_s \sigma^2 T}{\rho_n C_V} \quad (2)$$

ここで σ はエントロピー、 T は絶対温度、 ρ_n は常流動成分の密度、 C_V は定積比熱を表す。転移点付近でデータにばらつきがでているが、それについては後で述べる。

図7の実線はMaynard⁽⁶⁾による第2音波の音速の温度依存性である。今回の測定の結果と比較すると、1.6 Kより高温側では転移点近傍を除いてよい一致を示している。これは我々の方法でも第2音波の音速を測定できることを示している。1.6 K付近より低温側でずれが見受けられるが、その原因は測定セル内の温度が高かった可能性が考えられる。試料セルは外部との熱の伝導を抑えるため、Stycastの壁を厚めにしている。そのため、励起ヒーターの熱でセル内部の温度が外部の温度より高くなってしまった可能性がある。これは低温側で顕著になるため、1.6 Kから低温でずれが大きくなっていると考えられる。これに関してはCernox 温度計自体を校正し、Cernox 温度計でセル内部の温度を計測する方法が必要があると考えられる。転移温度付近でデータがばらついているのは、やはり試料セルの内部と外部との温度差のためだと考えられる。転移点付近では転移点近傍のデータの取得のた

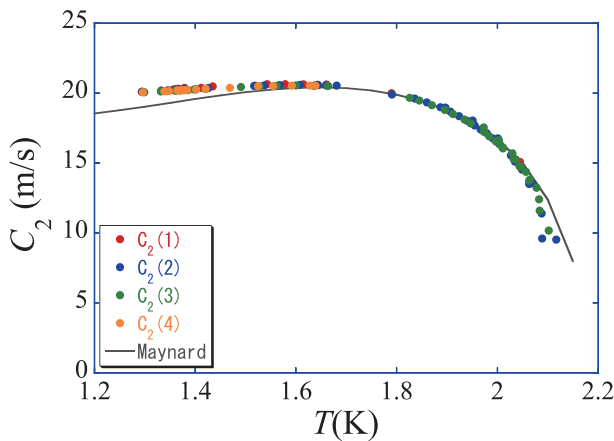


図7. 第2音波の音速の温度依存性。実線はMaynard [6]による C_2 の温度依存性

めに減圧弁の開度を微調整することで温度を維持していたが、温度が安定していなかった可能性が高い。それにより測定したセル外部の温度とセル内部の温度にばらつきがでたと考えている。これには温度コントロールが必要であろう。

図8に品質係数 (quality factor, Q 値) の温度依存性を示す。 Q 値は、

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{\Delta f} \quad (3)$$

で求めた。ここで Δf は共鳴の半値全幅 (FWHM)、いわゆる線幅を表す。また、図8の横軸の温度は、計測により試料セル内の温度が高くなっていることを考慮して、図7の低温域 (1.6 K以下) での C_2 のずれがなくなるように補正した温度を用いている。具体的には1.6 K以下で、1.28 Kが1.45 Kになるように線形に補正している。図8より、 $n=2, 3, 4$ に関しては、転移温度付近でばらつきがあるものの、冷却にしたがって Q 値が減ることがわかる。 $1/Q$ がエネルギー損失を表すので、低温になるほど損失が増える事を示している。 $n=1$ に関しては、データのばらつきが大きく明確な温度依存性はわからなかった。モード番号による違いを見ると、 $n=4$ を除きモード番号が大きくなると Q 値が増える傾向が見て取れる。

次に Q 値から減衰係数 α を求めてみる。今、共鳴のピークとなる周波数 (角振動数) で伝播する第2音波を考えると、その波動は以下のように書ける。

$$y(t, x) = a_0 \exp \{ i \omega_{\text{res}} (t - x/C_2) \} \exp (-\alpha x) \quad (4)$$

ここで a_0 は波の振幅、 $\omega_{\text{res}} = 2\pi f_{\text{res}}$ は共鳴角振動数である。今、 $t - x/C_2 = 0$ となる波面を考えると、 t 秒後の波面は $x = C_2 t$ にある。減衰項 $\exp(-\alpha x)$ があるので、そこでの波動の振幅は $\exp(-\alpha C_2 t)$ 倍に減ることになる。一方、 $Q = f_{\text{res}} / \Delta f$ の波動の場合、波動は時間とともに $2\pi \Delta f / 2 = 2\pi f_{\text{res}} / 2Q$ の減衰係数で減衰する。これより

$$\alpha C_2 = 2\pi f_{\text{res}} / 2Q = \omega_{\text{res}} / 2Q \quad (5)$$

と書け、

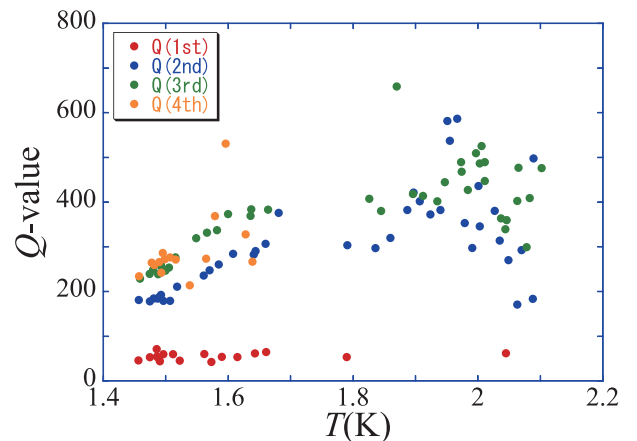


図8. Q 値の温度依存性

$$\alpha = \frac{\omega_{res}}{2C_2} \frac{1}{Q} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{Q} \quad (6)$$

となる。

図9に我々の測定から計算される減衰係数 α の温度依存性を示す。傾向としては低温ほど減衰係数が大きくなる傾向が見て取れる。周波数による違い（モードによる違い）は、 $n=2, 3$ のモードはほぼ同じ値となり、 $n=1$ と $n=4$ は多少大きめになっている。減衰係数の絶対値はHansonら⁽⁷⁾による結果と比べると、おおまかに一致した値となっている。次に温度依存性について考察してみる。Khalatnikov⁽⁸⁾によると、減衰係数 α は液体の粘性係数や熱伝導率に依存し、以下のように表される。

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho C_2^3} \left\{ \frac{\kappa}{C_V} + \frac{\rho_s}{\rho_n} \left(\frac{4}{3}\eta + \xi_2 - 2\rho\xi_1 + \rho^2\xi_3 \right) \right\} \quad (7)$$

ここで $\rho (= \rho_s + \rho_n)$ は液体ヘリウム4の密度、 κ は熱伝導率、 η は粘性係数を、 $\xi_1 \sim \xi_3$ は二流体のために複数存在する第2粘性係数を表す。この式の右辺中括弧内の第一項は熱伝導に起因する第2音波の減衰を表し、第二項は粘性による減衰を表している。また、全体として減衰係数 α は角振動数 ω の2乗に比例し、音速 C_2 の3乗に反比例している。

Khalatnikovによると、温度波である第2音波の減衰には式(7)の粘性の寄与よりも熱伝導による寄与が大きくなる⁽⁸⁾。そこで、式(7)の熱伝導による寄与の温度依存性を求めるために、 κ としてKhalatnikovが輸送方程式から求めたrotonに対する表式⁽⁹⁾を用いてみる。rotonは超流動ヘリウム4中の素励起であり、そのエネルギー ϵ と運動量 p の分散関係は

$$\epsilon = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu} \quad (8)$$

と書かれる。ここで μ は有効質量であり、 $\Delta/k_B = 8.65$ K、 $p_0/\hbar = 19.1$ nm⁻¹、 $\mu = 0.16m_4$ 、 $\hbar = h/2\pi$ はプランク定数を 2π で割ったもの、 m_4 はヘリウム4原子の質量、である⁽¹⁰⁾。Khalatnikovはrotonによる熱伝導率として以下のように計算した。

$$\kappa_r = \frac{\Delta^2 \hbar^4}{12 p_0 \mu^2 |V_0|^2 T} \quad (9)$$

ここで V_0 はroton間の相互作用を点接触によるとした場合の相互作用の大きさを表す。これより、式(7)の熱伝導による項の温度依存性は、大まかに下記ようになる。

$$\alpha \propto \frac{1}{C_2^3 T C_V} \quad (10)$$

図9の実線はこの温度依存性をプロットしたものである。 C_2 は実験結果を用い、 C_V はMaynard⁽⁶⁾の飽和蒸気圧下の結果を用いた。図中の実線は、実験結果に合わせるために計算結果に適度な係数を掛けている。

図9を見ると、 $n=2, 3$ のモードは温度依存性は実線とおおまかに合致している。 $n=1$ と $n=4$ のモードはばらつきが大きいと同様の傾向が見られる。これはこの温度域では主に熱伝導による寄与が第2音波の減衰を決めていることを示している。一方で、周波数依存性（ ω 依存性）については式(7)に示されるような ω^2 の依存性は見受けられない。この点については今回の測定の範囲では不明である。

結論

我々は超流動ヘリウム4で存在する第2音波をヒーターと温度素子を用いた共鳴法により観測した。周波数掃引により1～4番の高調波の信号を同定し、その共鳴周波数の比が観測された全ての温度範囲で整数倍になっていることを確認した。これは第2音波の場合には端面や励起素子、検出素子が第2音波と結合しないことを意味している。また第2音波の音速の温度依存性を求め、Maynardの結果と比較した。その結果、この方法でも第2音波の音速が正しく測れることがわかったと同時に、試料セル内部の温度がセル外部の計測温度より高くなっていることが示唆された。さらに Q 値の温度依存性を測定し、減衰係数の温度依存性を求めた。結果をKhalatnikovの理論と比較し、温度依存性が一致することを確認めた。一方で周波数依存性については理論のと通りの依存性ではなかったが、その原因に関しては不明である。

謝辞

この研究はJSTグローバルキャンパスの支援で行われました。研究活動を進めるにあたって、有益な議論や支援を下された京都大学大学院理学研究科低温物理学研究の福部翔太氏に心より感謝します。また、このような貴重な学びの場を与えてくださった京都大学ELCAS事務局の皆様、グローバルサイエンスキャンパスの皆様に深く感謝します。

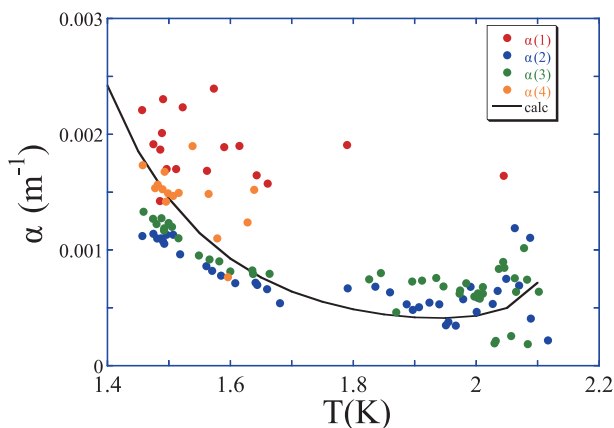


図9. 減衰係数の温度依存性。実線は本文参照

参考文献

1. 山田一雄, 大見哲巨, 超流動, 培風館 (1995).
2. Tisza, L., C. R. Acad. Sci., 207, 1035 (1938); Tisza, L., C. R. Acad. Sci., 207, 1186 (1938).
3. Hall, H. E. & Vinen, W. F., Proc. Roy. Soc. A, 238, 204 (1956).
4. Lake Shore Crytronics Inc., Cernox®
<https://www.lakeshore.com/products/Cryogenic-Temperature-Sensors/Cernox/Models/Pages/Overview.aspx>
5. Fuzier, S. & Van Sciver, S. W., Cryogenics, 44, 211 (2004).
6. Maynard, J., Phys. Rev. B 14, 3868 (1976).
7. Hanson, W. B. & Pellam, J. R., Phys. Rev. 95, 321 (1954).
8. Khalatnikov, I. M., *Introduction to the Theory of Superfluidity*, Benjamin, New York, (1965), chap. 12.
9. [8] chap. 19.
10. Tilley, D. R. & Tilley, J., *Superfluidity and Superconductivity*, second edition, Adam Hilger Ltd., Bristol and Boston (1986).

Observation of Second Sound in Superfluid ^4He with Thin-Film Resistance Temperature Sensor

TATSUYA KOTANI¹, YUKO MURAYAMA² & AKIRA MATSUBARA^{3*}

¹Hyogo Prefectural Ono Senior High School, ²Suma Gakuen High School, ³Graduate School of Science, Kyoto University

Abstract

Two-fluid theory by Tisza predicted second sound in superfluid ^4He , which exists below 2.17 K. Second sound is a thermal wave in which temperature and entropy oscillate. We have tried to detect second sound with a thin-film resistance temperature sensor, CernoxTM thermometer. Bare chip model CX-1030-BR and a nichrome wire heater were used as a detector and an excitation element in a resonator tube. Second sound was observed as resonance peaks through frequency sweeps by a lock-in amplifier. Several harmonic modes of oscillation were identified and temperature dependence was measured. The resonance frequencies of harmonics were compared, and sound velocity of second sound was obtained. The damping coefficient was determined from the Q -value, and the temperature dependence of the damping coefficient was discussed with Khalatnikov's theory.

Key words: superfluid, two-fluid theory, second sound, resonance, damping coefficient.

*Corresponding Researcher: akira@scphys.kyoto-u.ac.jp