

氏 名	たか はし とおる 高 橋 徹
学位(専攻分野)	博 士 (工 学)
学 位 記 番 号	工 博 第 2144 号
学位授与の日付	平 成 14 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	工 学 研 究 科 環 境 地 球 工 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	時 間 域 に お け る 境 界 積 分 方 程 式 の 高 速 解 法 に 関 す る 研 究

論文調査委員 (主 査) 教 授 田 村 武 教 授 松 本 英 治 助 教 授 西 村 直 志

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、離散化の実行に多大の計算量を要するために、従来大規模問題の数値解法としては適さないと考えられてきた境界積分方程式法の時間域解法に種々の高速解法を用いることにより、大規模問題における計算効率を飛躍的に向上させることができることを実証的に示したものである。扱う問題は、2次元拡散方程式、及び2、3次元動弾性波動問題である。

序章である第1章に続き、第2章ではパネルクラスタリング法による2次元拡散方程式の解法が展開されている。まず、パネルクラスタリング法、すなわちTaylor展開に基づく多重極法を拡散方程式に用いるために必要となる諸式が誘導され、これを基に空間方向の境界要素セルの作る4分木構造を用いた拡散方程式の諸ポテンシャルの高速算法が述べられている。提案されている手法は空間方向の階層構造を用いることが特徴であり、計算量も空間方向の自由度 N_s に関して従来法が $O(N_s^2)$ であるのに対し、ここでの方法は $O(N_s)$ であることが示されている。時間方向の計算の節約は、ポテンシャル評価点近傍の過去のデータからの影響をひとまとめにして近似的に評価することによって達成している。この際、要求される精度を保証するためには、上記評価法を適用できる時間範囲に制限が付き、その範囲をセルの大きさと時間ステップから決定する方法が示されている。数値実験においては解析解の知られている問題で精度の検討を行ない、空間自由度が千程度以上の問題において、提案する方法が従来法より高速であり、精度についても遜色ないことを示している。さらに提案する手法をヒートシンクからの放熱問題の解析に適用し、その実用性を検討している。

第3、4章では、境界積分方程式法が最も有効であると考えられる動弾性波動問題を取り上げ、その時間域の高速解法を展開している。まず第3章では2次元問題を取り扱っている。最初に、波動方程式において研究されてきた平面波時間域アルゴリズムを動弾性問題に拡張するために必要な数学的準備を行ない、弾性学の基本解の平面波展開を導いている。この展開の導出には弾性波動の特性を巧みに利用し、P波、S波各1成分の重ね合わせによる表現を得ている。平面波展開の含むghostを除去するために、解析領域を時空のセル構造に分解し、時間方向にゲートをかける手法を用いている。このようにして導入した時空のセル構造は、Laplace方程式などで用いられて来た多重極法と同様の階層型算法を空間方向に適用することを可能にするのみならず、時間方向にも自然な階層構造を導入し、それは、異なる時間レベルにおいて、異なる階層のセルからの影響が到達するという、理論上も実用上も興味深い構造であることが示されている。アルゴリズムの詳細が述べられた後に、計算量の評価が行なわれている。評価結果は極限のとり方によって異なるが、境界要素を細分する場合、計算量は空間自由度 N_s に関して従来法の $O(N_s^2)$ から $O(N_s)$ に減少することが示されている。得られた理論的成果は数値実験によって検証され、未知数数千以上の問題において、高速解法は従来法より確かに高速であり、精度的にも遜色ないことが実証されている。さらに多数空洞による散乱解析の例が示され、多数の空洞の相互作用により複雑な波動が発生する様子が捉えられている。

第4章では、前章の内容の3次元時間域動弾性問題への拡張が行なわれている。定式化はほぼ2次元の場合の結果を機械的に3次元に拡張したものとなるが、重要な違いは2次元で現れたHilbert変換が時間微分が変わること、平面波展開が4

つの波を含むこと、セル構造が8分木構造となること、Legendre変換の効率の良い算法を要することなどである。全般的に、3次元の高速計算の実現に要する計算効率上の要求は、2次元の場合より厳しいものとなっており、これに対処するためにセル構造の大きさの決定法や、モーメントの定義などに2次元問題での経験を踏まえた改良がなされている。前章と同様に計算量の評価に引き続いて数値実験が行なわれ、ここでも未知数数千以上の問題において、高速解法は従来法より確かに高速であること、精度的にも同等であること等が実証されている。さらに複数の空洞による波動散乱解析の例が示され、3次元性の卓越した非常に複雑な挙動が多数の図によって表示されている。

第5章では全体を通した結論が述べられているとともに、今後の研究課題が記されている。

論文審査の結果の要旨

本論文は、従来未知数の数の多い問題の数値解法としては適さないと考えられてきた境界積分方程式法のうち、特に時間域の定式化について、種々の高速解法を用いることにより、大規模問題における計算効率を飛躍的に向上させることができることを示したものである。具体的には、2次元拡散方程式、及び2、3次元動弾性学の方程式を取り上げ、以下の結果を得ている。

(1)これまでLaplace方程式や静弾性問題の高速解法としての適用実績があったパネルクラスタリング法を2次元拡散方程式に拡張できることを示した。従来の境界積分方程式法が空間方向の未知数の数 N_s に関して $O(N_s^2)$ の計算量を有しているのに対して、得られた手法は計算量が $O(N_s)$ のアルゴリズムであることを示した。また、従来の境界積分方程式法では過去の境界上のデータを全て保持していなければならない欠点があったが、提案する手法ではこれをまとめて保持することが可能であり、メモリも節約できることを示した。さらに、要求される精度に応じて、保持すべき境界データの量を決定する方法を提案した。以上の結果を実証するために数値実験を行ない、空間方向の未知数が千以上の問題において、パネルクラスタリング法が従来法より高速になること、及び工学に現れる複雑な初期値境界値問題への適用が可能であることが実証された。

(2)2、3次元弾性波動問題において、境界積分方程式の高速算法を構成し、その有効性を示した。具体的には、まず、境界積分方程式法に現れる種々のポテンシャルは、弾性学の解の構造を考慮することにより、2次元では2種類の、3次元では4種類の平面波の重ね合わせとして簡潔に表現できることを示した。次に、この表示と離散化された境界に導入される木構造を用いて、初期値境界値問題の高速解法が構成できることを示し、空間方向の要素分割を細分化する場合、計算量が従来法の $O(N_s^2)$ から $O(N_s)$ に減少することを示した。さらに数値実験により、2、3次元問題とも、数千円以上の問題において提案する手法が従来法より高速であること、及び、従来法では取り扱うことの難しかった空間自由度数万円規模の問題が、高速解法では比較的容易に解けることを示した。

以上要するに本論文は、境界積分方程式法の最も有力な適用分野である弾性波動問題を含む時間域の解法において、種々の高速解法を開発し、その有効性を実証したものであって、計算力学の広い分野において適用可能な時間依存大型問題の実用的解法を提供するものである。その成果は特定の応用に留まらない一般性を有し、類似の研究も少なく、学術上、実際に寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士(工学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成14年2月14日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。