

乱流境界層における乱流領域の時間発展

水野 吉規 (Yoshinori Mizuno)

同志社大学 理工学部 (Faculty of Science and Engineering, Doshisha University)

Omid Amili, Julio Soria

LTRAC, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Monash University

1 背景

境界層、噴流、混合層などに現れる乱流は空間的に局在しており、乱流状態にない流体に囲まれている。スモークなどでこのような乱流領域を可視化すると、乱流域と非乱流域がシャープな境界によって分かれていることがわかる。乱流域と非乱流域の境界付近の流れは、内部流にはない特別な性質をもつと考えられ [4]、一様等方性乱流、管内流などと同様に古くから研究されている。

過去の実験では、渦度の大きさ、あるいは、パッシブスカラーが大きな領域を乱流域と定義し、噴流、後流、乱流境界層などにおける乱流域の抽出が行われた [4, 8, 13, 2]。Corrsin と Kistler [4] は乱流と非乱流域の境界には局所的に粘性の効果が強く現れる薄い層が存在することを指摘し、この層を ‘viscous super-layer’ と呼んだ。最近の実験や数値計算によって、そのような特異な層の存在が確認され、そこに現れる流れの構造が詳細に調べられている [1, 19, 11, 6]。その厚さは Kolmogorov 長のオーダーであるとされ、境界に沿って微細なワーム状の渦構造が現れることもわかっている [5]。

非乱流域が乱流域に取り込まれ、乱流域が時間的あるいは空間的にしだいにその範囲を広げていく現象は entrainment と呼ばれる。境界付近の非乱流域における流体は、粘性拡散によって乱流域から乱れが輸送されて乱流状態に変わるので、小さなスケールにおける乱流化の過程が entrainment において重要であるといえるが [19, 20, 11, 10]、大スケールの流体運動による巻き込み (engulfment) が乱流化の効率に関係していることも指摘されている [18, 14]。Entrainment には、大小さまざまなスケールの現象が関与していると考えられるが、その詳細は明らかではない。

乱流域と非乱流域の境界は、移流や拡散の効果によって時間的に変化し、その結果として entrainment が起こる。ここでは、entrainment のメカニズムを明らかにするために、乱流境界層の直接数値計算データを用いて、乱流域と非乱流域の境界の時間発展に対する移流と粘性の効果を定量的に評価し、比較を行う。

2 数値データ

解析にはゼロ圧力勾配の下での平板上の乱流境界層の直接数値計算データを用いた。数値計算手法は Simens ら [17, 12] に準ずる。以下では、流れ方向、壁垂直方向、スパン方向の座標をそれぞれ、 x_1 , x_2 , x_3 とし、下流方向を x_1 の正の方向、平板の位置を $x_2 = 0$ とする。ここでは、流れ方向の平均速度 $U_1(x_2)$ が $U_1(\infty)$ の 99% となる x_2 を境界層厚さ δ として定義する。これは x_1 の

	δ^+	Re_θ	(流れ方向の幅)/ δ	解像度 $(\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3)/\eta$
BL1	460	1200	3.3	2.59, 2.38, 2.58
BL2	590	1600	2.5	2.50, 2.44, 2.52
BL3	720	2000	2.6	2.38, 2.46, 2.37

表 1: 解析に用いた 3 つの部分領域. 上付きの + は wall unit によって規格化されていることを表す. 解像度は境界層の端付近の格子間隔を Kolmogorov 長 η で規格化した量を示す.

関数であり, ゼロ圧力勾配下の乱流境界層では, x_1 が大きくなると δ も増加する. 後に示すように, このように定義した δ は, 乱流域の平均的な高さにほぼ等しい. 数値計算の計算領域の大きさは $42\delta_{out} \times 3.7\delta_{out} \times 7\delta_{out}$, 格子点数は, $6150 \times 460 \times 1536$ である. ここで, δ_{out} は最下流位置における境界層厚さを表す. 最上流位置と最下流位置における運動量厚さに基づくレイノルズ数 Re_θ はそれぞれ, 650, 2150 である. ここでは特に, 表 2 に示すように, レイノルズ数が $Re_\theta = 1200, 1600, 2000$ 付近の領域を取り出し解析を行った. 各小領域における境界層厚さの流れ方向の増加率は 4–6% 程度であり, 各小領域の流れの統計的性質は流れ方向には概ね一様とみなせる. 以下では, これらの領域をそれぞれ, BL1, BL2, BL3 と呼ぶ. 数値計算はオーストラリアの NCI (National Computational Infrastructure) において実施された.

3 境界面

3.1 境界面の抽出

乱流と非乱流域の区別は渦度の大きさによって行うのが一般的である [4]. ここでも, 渦度の大きさの自乗 Φ に対して閾値 $\Phi^+ = 1.5 \times 10^{-5}$ を設定し, この閾値より Φ が大きい領域を乱流域, 小さい領域を非乱流域とした. したがって, この閾値に対する Φ の等値面が乱流域と非乱流域の境界面となる. この方法で得られた境界面の例を図 1 に示す.

境界面の形や振る舞いは, 乱流域における流体運動に大きく依存する [13]. 図 2 はある瞬間における (a) 境界面, (b) 流れ方向の速度の乱れ成分 u_1 の等値面 $u_1^+ = 1.5$, (c) ひずみ速度テンソルの discriminant, d を各高さにおける標準偏差 d' で規格化したものの等値面 $d/d' = 0.2$ を示す. (b) は高速領域, (c) は渦構造を可視化したものと考えることができる. (a) と (c) を比較すると, 渦構造のクラスタが形成されている場所では境界面が比較的高い位置にあることがわかる. 渦構造のクラスタは壁面付近の乱れの強い流体部分が湧き上がることによって形成されることが知られており [7], この湧き上がりが境界面を押し上げていると考えられる. また, 高速領域が存在する領域では境界面が低い位置にあることもわかる. この理由は, 高速領域は境界層内部に入り込んだ非乱流域に対応しており, 境界面は高速領域よりも下に位置するためである.

乱流と非乱流域の境界面の位置の分布は, 流れのタイプによらずにガウス分布に従うことが知られている [4]. 図 3(a) は異なるレイノルズ数に対する境界面位置の確率分布密度関数 $p(x_2)$ を示す. 最上流側の BL1 における分布はわずかに他の 2 つと異なる. この理由として, BL1 の領域における流れが流入条件の影響を受けていることが考えられる [12]. しかしながら, より下流側の BL2, BL3 における境界位置の平均と分散は境界層厚さでよくスケールでき, それぞれはおおよそ, $0.9\delta, 0.17\delta$ であることがわかる.

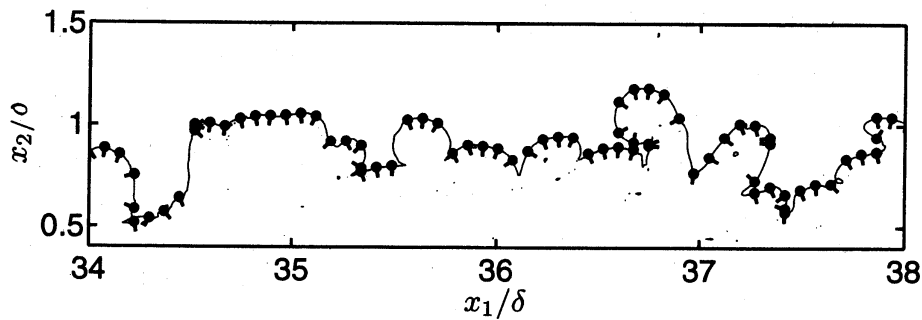


図 1: ある境界面の (x_1, x_2) 断面. 横軸は x_1 , 縦軸は x_2 . 短い線分は境界面上の●で示した位置における境界面の法線の (x_1, x_2) 平面への射影を表す.

乱流域と非乱流域が混在する流れでは, 各位置において乱流状態が観察される割合を intermittency factor γ と呼び, 流れを特徴付けるパラメータとして実験などにより古くから測定されている. これは, 境界面位置の分布密度関数 $p(x_2)$ と

$$\gamma(x_2) = 1 - \int_0^{x_2} p(y') dy'$$

の関係にある [4]. 上式から計算された intermittency factor を図 3(b) に示す. 今回の計算結果から得られた境界面位置の分布の平均と分散は, 過去の実験による値と比べるとわずかに大きい [8, 9, 2]. これは, 実験における渦度やパッシブスカラーの測定の解像度が低いことが原因であると考えられる. 一方で, 数値計算データによる結果とはよく一致している [12].

3.2 条件付統計

境界面付近の流れの様子を理解するために, 境界面に固定された座標軸上の各物理量の条件付き平均分布を考える. 境界面を検出すると同時に境界面の法線を求めておき (図 1 参照), これに沿った方向に, 境界面の位置を原点とし乱流域から非乱流域へ方向を正とするような座標軸 r を定義する. 近年の高解像度の実験や数値計算データによって, このような境界面に固定された軸上の条件付き平均の計算が可能になっている [11, 6, 20].

図 4(a) に渦度の強さ Φ の r 軸上の平均分布 $\bar{\Phi}$ を示す. (以下では, 上線 $\bar{\cdot}$ は r 軸上の条件付き平均を表す.) 境界面の定義から明らかなように, 乱流域側から非乱流域側に進むにしたがい, 渦度の強さは急激に減少し, 非乱流域では極めて小さな値となる. 図 4(b) にはひずみ速度テンソルの第二不変量 Q の r 軸上の条件付き平均分布を示す. 境界面から乱流域側のある範囲で, Q が正の値をとることがわかるが, これは, この範囲において流体が局所的に渦的な運動をしていることを意味する [3]. 噴流乱流においても境界面付近では微細な渦構造が顕著となり, Q が平均的に正値をとる領域が現れることが知られている [6, 5]. 境界付近におけるこのような流れの微細構造は, 流れのタイプに依らずに観察されると考えられる.

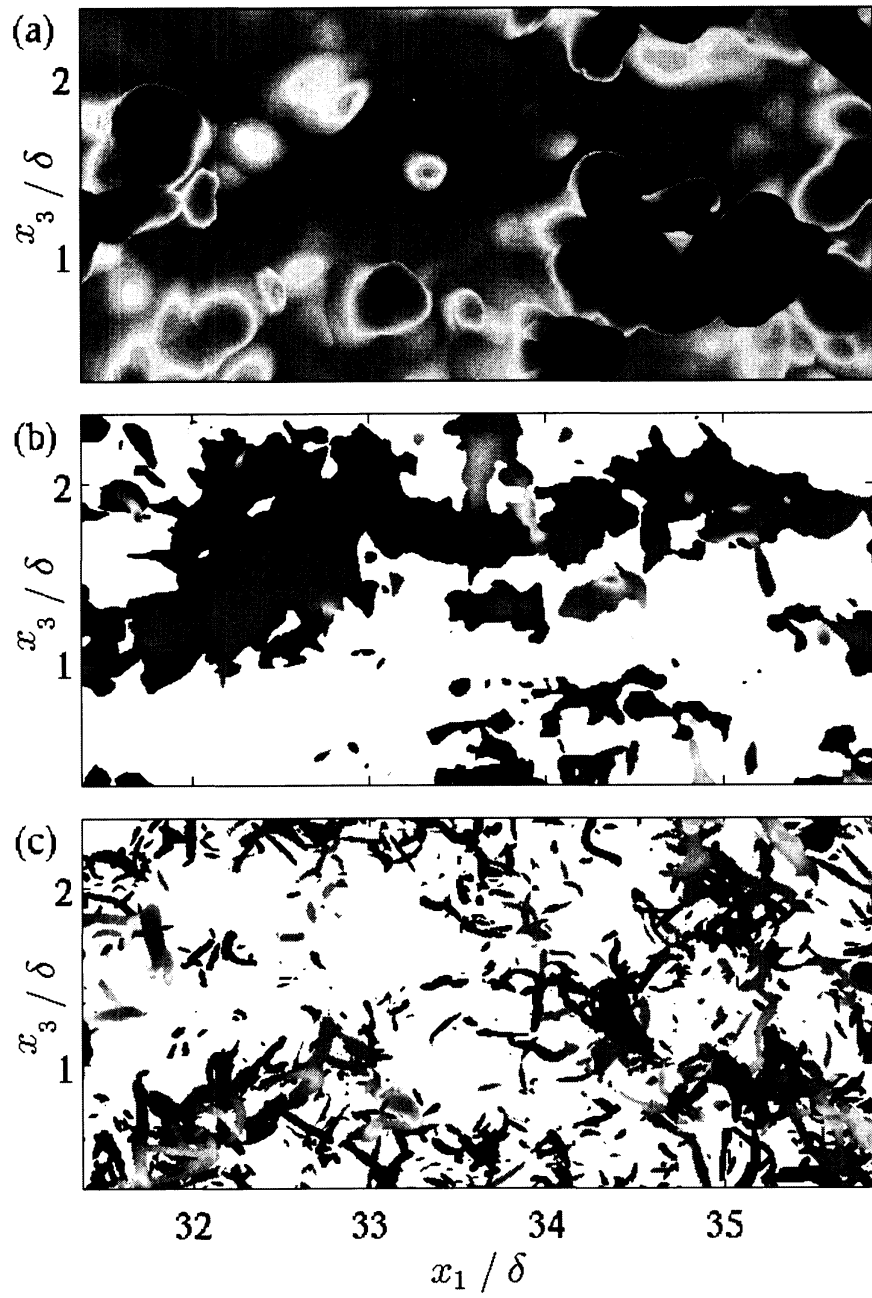


図 2: (a) 境界面の例, (b) 高速領域 ($u_1^+ = 1.5$ の等値面), (c) 渦構造 (ひずみ速度テンソルの discriminant, $d/d' = 0.2$ の等値面). 色は壁からの距離を表す.

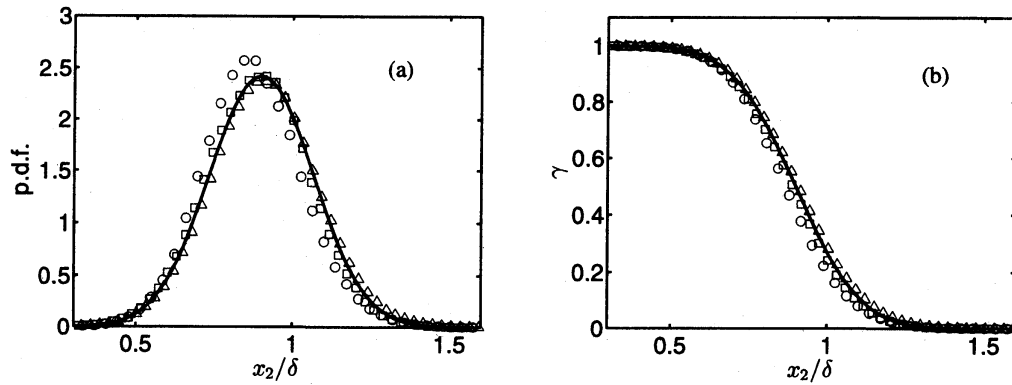


図 3: (a) 境界面位置の確率密度関数 $p(x_2)$, (b) intermittency factor $\gamma(x_2)$. $\circ$, $Re_\theta = 1200$ (BL1); $\triangle$, 1600 (BL2); $\square$, 2000 (BL3); 実線は, 平均 0.9δ , 標準偏差 0.165δ のガウス分布を表す.

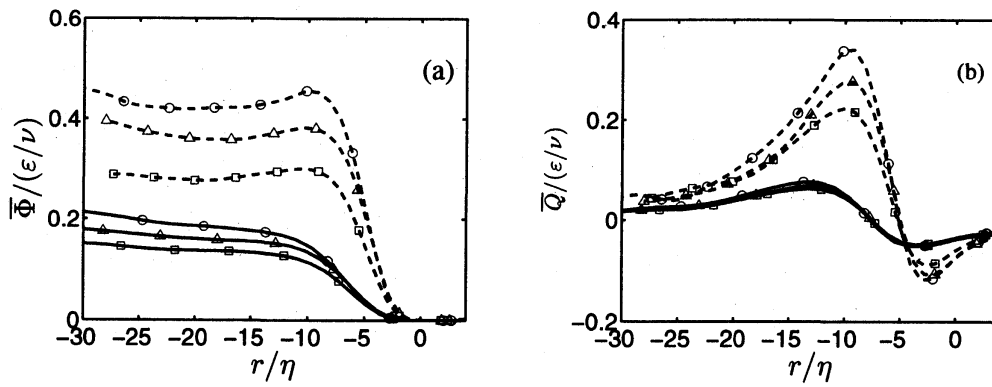


図 4: 境界面に垂直な軸 (r 軸) 上の条件付き平均分布. $r < 0$ が乱流域, $r > 0$ が非乱流域に対応する. (a) 渦度の強さ Φ , (b) ひずみ速度テンソルの第二不変量 Q . 記号の意味は図 3 と同じ. 実線 (破線) は, 境界面が $x_2 = 0.9\delta$ よりも壁に近い (壁から遠い) 場合の平均分布を示す. Φ と Q はエネルギー散逸率 ε と動粘性率 ν , 横軸の r は Kolmogorov 長 η により規格化されている.

4 境界面の移動速度

移流や粘性拡散などにより渦度の分布が変化する結果として、境界面が移動する。以下では、境界面の移動速度を適切に定義し、数値データを用いて定量的に評価する。境界の移動速度の解析は古くからなされているが [13, 16, 15], 高解像度の速度場の数値データによりその定量的な評価がはじめて可能となる。粘性の効果による境界面の移動速度は、噴流の実験データを用いて評価されているが [21], ここではそのほかの効果も考慮する。

ここで、渦度の乱れ成分 ω_i , $i = 1, 2, 3$ の強さ $\phi = |\omega_i|^2$ が次の移流方程式に従うと仮定する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (1)$$

特に、境界面上の $\mathbf{v}$ が境界面の速度である。また、 ϕ の時間発展方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & -2\omega_i U_j \partial_j \Omega_i - 2\omega_i u_j \partial_j \Omega_i - U_j \partial_j \phi - u_j \partial_j \phi \\ & + 2\omega_i \Omega_j \partial_j U_i + 2\omega_i \Omega_j \partial_j u_i + 2\omega_i \omega_j \partial_j U_i + 2\omega_i \omega_j \partial_j u_i \\ & + 2\nu \omega_i \partial_j^2 \Omega_i - 2\nu (\partial_i \omega_j)^2 + \nu \partial_i^2 \phi \end{aligned} \quad (2)$$

である。ここで、 Ω_i は平均渦度の i 成分、 U_i は平均速度の i 成分、 u_i は速度の乱れ成分の i 成分を表す。また、 ∂_i は x_i による偏微分を表す。境界面上において $\mathbf{v}$ が境界面に直交するものとする、式 (1) より、

$$\mathbf{v} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} / \nabla \phi \quad (3)$$

となる。これより、 $\nabla \phi$ と式 (2) より計算される $\partial \phi / \partial t$ から速度 $\mathbf{v}$ を計算することができる。また、式 (2) の右辺の各項の $\mathbf{v}$ への寄与は、式 (3) からわかるように、それぞれの重ね合わせで記述されるので、各項の効果を個別に評価し比較することができる。ここでは特に、次の4つの項に着目する。

$$T = -\partial_j u_j \phi, \quad S = 2\omega_i \omega_j \partial_j u_i, \quad D = -2\nu (\partial_i \omega_j)^2, \quad V = \nu \partial_i^2 \phi \quad (4)$$

これらはそれぞれ、速度の乱れ成分による移流、引き伸ばしによる渦の生成、粘性散逸、粘性拡散の効果を表す。これら4つの項の r 軸上の条件付き平均分布を図5に示す。引き伸ばしによる生成と粘性による散逸が支配的であるが、境界面付近では移流による渦度の増加が局所的に大きいことがわかる。これは、移流によって乱流域内部の渦度が境界付近へ輸送されることによるもので、Bissetらの解析結果と一致している [1]。また、渦度が急な勾配を持つことから、粘性拡散も局所的に強くなっていることがわかる。図5には粘性拡散がはたらく範囲が破線によって示されており、境界面から乱流域側に 12η から 15η 程度の幅を持っていることがわかる。これを viscous super-layer の厚さとみなすことができる。

次に、(4) に示す4つの効果による境界面の移動速度への寄与を比較する。例えば、移流による寄与は $-T/\nabla \phi$ として計算される。ここでは、境界面上の $\mathbf{v}$ だけではなく、 r 軸上の平均分布を比較する。各効果の $\mathbf{v}$ への寄与を図6に示す。壁から遠い場合 (b) では、それぞれの効果の役割は明確である。粘性散逸は境界面を乱流域側に移動させ、移流と粘性拡散が境界面を非乱流側に移動させるはたらきをする。特に、移流の効果が顕著であり、これは湧き上がりが境界面を押し上げることに対応していると考えられる。また、渦度の引き伸ばしは、渦度の生成には寄与するが、境界面の移動に対する寄与は比較的小さいことがわかる。一方で、境界面が壁に近い場合 (a) では、移流は境界面を乱流側に移動させるはたらきをする事がわかる。

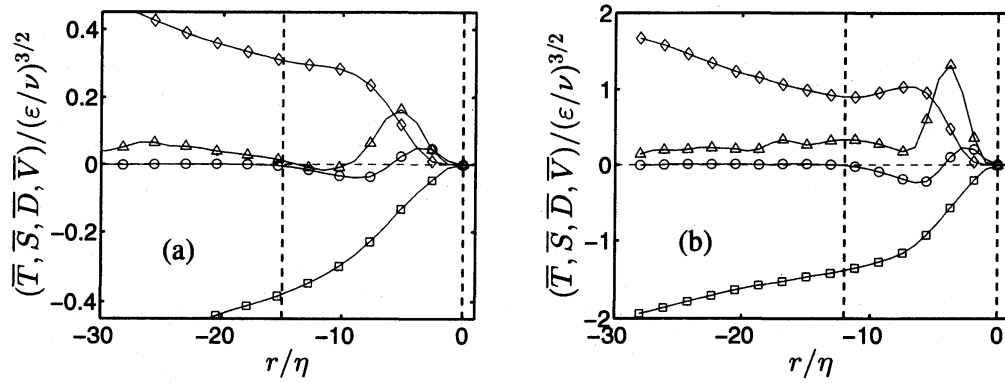


図 5: BL2 における乱れ渦度の強さ ϕ の収支項の r 軸上の条件付き平均分布. (a) 境界面が平均位置 $x_2 = 0.9\delta$ より壁に近い場合, (b) 壁から遠い場合. $\triangle, \bar{T}$; $\diamond, \bar{S}$; $\square, \bar{D}$; $\circ, \bar{V}$. 縦の破線は粘性拡散がはたらくおよその範囲を示す.

境界面がいずれの位置にある場合も、粘性による寄与があるのは、viscous super-layer の内部（図中の破線で囲まれる範囲）に限られているが、移流はそれよりも広い範囲で ϕ の等値面を移動させるはたらきをする。このことは、境界面の移動に寄与する流体運動のスケールが、viscous super-layer の幅よりも大きいことを示している。

5 まとめ

ここでは、ゼロ圧力勾配の下での平板上の乱流境界層の直接数値計算データを用いて、乱流域と非乱流域の境界の検出とその移動速度の評価を行った。境界面の位置の分布はガウス分布に従い、境界層厚さによってスケールできることが確認された。

境界面を渦度の強さ等値面と定義したので、境界面の移動速度を渦度強さの支配方程式を用いて計算することができた。その結果をまとめると、以下のことがわかった。

- 境界面の位置が平均位置よりも固体壁から遠い場合は、移流による境界面を壁面から遠ざける効果が支配的である。
- 境界面の位置が平均位置よりも固体壁に近い場合は、移流は境界面を壁面の方向に移動させるはたらきをする。
- 境界面がいずれの位置にある場合も、粘性拡散は境界面を乱流側に移動させるはたらきをする。

移流の効果は顕著であり、また、その役割は境界面の位置によって異なる。これは流れの構造と境界面の時間的および空間的な振る舞いが密接に関わっていることを反映している。

乱流域と非乱流域が共存する流れにおける intermittency や境界面の振る舞いに関する研究の目的の一つは、与えられた速度場における乱流域の成長率の予測を可能にすることである。しかしながら、以上で行ったように、微小時間における境界面の振る舞いを調べるだけでは、この目的を達成するには不十分である。ここでは、速度場がサンプルされた時刻から微小な時間において、境

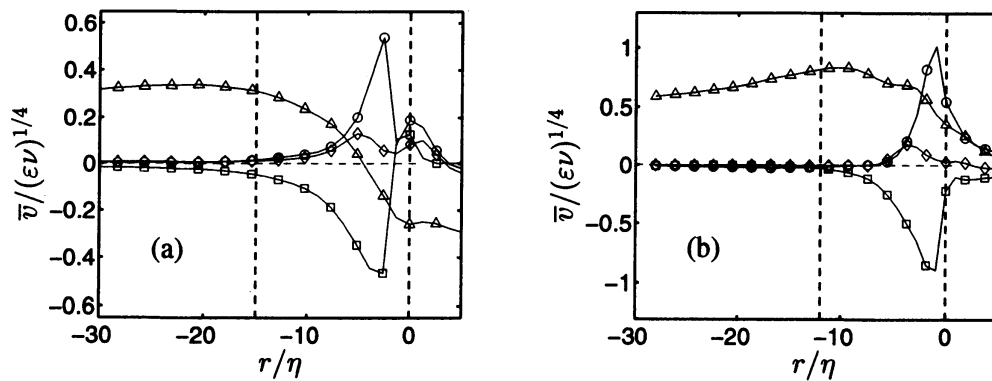


図 6: BL2 における仮想速度 v への T, S, D, V からの寄与の条件付き平均分布. (a) 境界面が平均より壁に近い場合, (b) 遠い場合. $\triangle$, $-T/\nabla\phi$; $\diamond$, $-S/\nabla\phi$; $\square$, $-D/\nabla\phi$; $\circ$, $-V/\nabla\phi$. 縦の破線は粘性拡散がはたらくおおよその範囲を示す.

界面が境界面であり続けると仮定した. しかし実際には, engulfment によって境界面が折りたたまれ, 境界面同士が接触し, 粘性によって消滅することが起こりうる. これも entrainment における重要な過程となっていると考えられる [14]. このような境界面の振る舞いを調べるためには, ある有限の時間間隔における境界面の時間発展を追跡しなければならず, ここで行ったものとは異なる手法が必要である. これは今後の課題である.

参考文献

- [1] D. K. Bisset, J. C. R. Hunt, and M. M. Rogers. The turbulent/non-turbulent interface bounding a far wake. *J. Fluid Mech.*, Vol. 451, pp. 383–410, 2002.
- [2] C. P. Chen and R. F. Blackwelder. Large-scale motion in a turbulent boundary layer: a study using temperature contamination. *J. Fluid Mech.*, Vol. 89, pp. 1–31, 1978.
- [3] M. S. Chong, A. E. Perry, and B. J. Cantwell. A general classification of three-dimensional flow fields. *Phys. Fluids A*, Vol. 2, pp. 765–777, 1990.
- [4] S. Corrsin and A. L. Kistler. Free-stream boundaries of turbulent flows. Technical Report 1244, NACA, 1955.
- [5] C. B. da Silva, R. J. N. dos Reis, and J. C. F. Pereira. The intense vorticity structures near the turbulent/non-turbulent interface in a jet. *J. Fluid Mech.*, Vol. 685, pp. 165–190, 2011.
- [6] C. B. da Silva and J. C. F. Pereira. Invariants of the velocity-gradient, rate-of-strain, and rate-of-rotation tensors across the turbulent/nonturbulent interface in jets. *Phys. Fluids*, Vol. 20, p. 055101, 2008.
- [7] J. C. del Álamo, J. Jiménez, P. Zandonade, and R. D. Moser. Self-similar vortex clusters in the turbulent logarithmic region. *J. Fluid Mech.*, Vol. 561, pp. 329–358, 2006.

- [8] H. Fiedler and M. R. Head. Intermittency measurements in the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, Vol. 25, pp. 719–735, 1966.
- [9] T. B. Hedley and J. F. Keffer. Turbulent/non-turbulent decisions in an intermittent flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 64, pp. 625–644, 1974.
- [10] M. Holzner, A. Liberzon, N. Nikitin, B. Lüthi, W. Kinzelbach, and A. Tsinober. A lagrangian investigation of the small-scale features of turbulent entrainment through particle tracking and direct numerical simulation. *J. Fluid Mech.*, Vol. 598, pp. 465–475, 2008.
- [11] M. Holzner, A. Liberzon, N. Nitikin, W. Kinzelbach, and A. Tsinober. Small-scale aspects of flows in proximity of the turbulent/nonturbulent interface. *Phys. Fluids*, Vol. 19, p. 071702, 2007.
- [12] J. Jiménez, S. Hoyas, M. P. Simens, and Y. Mizuno. Turbulent boundary layers and channels at moderate reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 657, pp. 335–360, 2010.
- [13] L. S. G. Kovasznay, V. Kibens, and R. F. Blackwelder. Large-scale motion in the intermittent region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, pp. 283–325, 1970.
- [14] J. Mathew and A. J. Basu. Some characteristic of entrainment at a cylindrical turbulence boundary. *Phys. Fluids*, Vol. 14, pp. 2065–2072, 2002.
- [15] S. T. Paizis and W. H. Schwarz. Entrainment rates in turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, pp. 297–308, 1975.
- [16] O. M. Phillips. The entrainment interface. *J. Fluid Mech.*, Vol. 51, pp. 97–118, 1972.
- [17] M. P. Simens, J. Jimenéz, S. Hoyas, and Y. Mizuno. A high-resolution code for turbulent boundary layers. *J. Computat. Phys.*, Vol. 228, pp. 4218–4231, 2009.
- [18] A. A. Townsend. The mechanism of entrainment in free turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 26, pp. 689–715, 1966.
- [19] J. Westerweel, C. Fukushima, J. M. Pedersen, and J. C. R. Hunt. Mechanics of the turbulent-nonturbulent interface of a jet. *Phys. Rev. Lett*, Vol. 95, p. 174501, 2005.
- [20] J. Westerweel, C. Fukushima, J. M. Pedersen, and J. C. R. Hunt. Momentum and scalar transport at the turbulent/non-turbulent interface of a jet. *J. Fluid Mech.*, Vol. 631, pp. 199–220, 2009.
- [21] M. Wolf, B. Lüthi, M. Holzner, D. Krug, W. Kinzelbach, and A. Tsinober. Investigation on the local entrainment velocity in a turbulent jet. *Phys. Fluids*, Vol. 24, p. 105110, 2012.