

乾湿計公式の原理についての理論的考察

—— 湿球面での質量および熱の界面交換を考慮に入れて ——

松 岡 春 樹

A THEORETICAL CONSIDERATION ABOUT THE FORMULA OF DRY- AND WET-BULB PSYCHROMETER, TAKING INTO ACCOUNT OF INTERFACE MASS AND HEAT EXCHANGES

By *Haruki MATSUOKA*

Synopsis

An equivalent molecular diffusion model which is available for the (water vapor) mass and (moist air) heat transfers through the boundary layer (laminar and/or turbulent) on the the wet-bulb surface of ventilated psychrometer, including the transfers through gas-liquid interface, is constructed. Employing the model, the balance of sensible heat flux and latent heat flux gives a general formula for the ventilated psychrometer. Discussions are physically and theoretically made by the comparison with another already known formulas, specially with the so-called convection theory.

1. は し が き

通風乾湿計 (Assmann 乾湿計) の経験公式として最も实际的に用いられている公式は, Sprung の公式として知られているもので, 日本の気象庁でも地上気象観測法で採用されている。この式は次のような形に書ける,

$$p_w = p_s - AP(T_w - T_s), \quad A = 0.5/755 = 0.662 \times 10^{-3} \dots\dots\dots (1)$$

(記号は末尾)。この公式は理論的に証明されたものではないが, 露点計などによる検定により確かめられ, 気象観測用などに最良の公式とされている。一方, 通風乾湿計の公式の原理の理論としては2つの流れがあると思われる。その第1は Ivory-August-Apjohn による理論で, いわゆる対流理論 (convection theory) と呼ばれるもので, これの流れを汲むものとして Robitzsch¹⁾, Montgomery²⁾, Bouman³⁾ などのものがある。第2は, 層流境界層拡散理論とも呼ぶべき理論で, Findeisen⁴⁾, 山本ら^{5), 6)}, 近藤^{7), 8)} などの研究を挙げることができる。その他に, 層流拡散層と乱流拡散とを共に含む場合の理論として Skinner⁹⁾, Arnold^{10), 11)} の研究を挙げることができる。上記山本らは乱流境界層の場合も扱っている。第1の理論は, 気体と液体との間での顕熱と潜熱の収支約合 (或はエンタルピーの収支約合) の計算のみによる方法であり, 第2の理論は, 気体中での顕熱と潜熱のフラックスの収支約合の計算のみによる。第1の理論では気体中での質量および熱輸送は考えておらず, また, 気液界面での過程の詳しい内容は考えていない。第2の理論では, 気液界面での輸送は無視されるとして扱いになっている。第1の理論に対しては, 気液界面での過程の内容が不明なため種々の問題点が浮び上がってくるように思われる。例えば芝・原口¹²⁾による批判をみると判る。

Assmann 乾湿計の実際の使用では通風速度は約 3 m/s であるので, 湿球の形, 大きさを考慮すると, 湿球に対するレイノルズ数は 10^3 程度であるから, 静気を吸引した場合には層流中で層流境界層を生ずる筈である。それで一応, 層流境界層は存在するものとして話をすすめる。また, 実際には, 輻射による熱伝達や,

温度計の軸を通しての熱伝導による影響も、厳密には存在する筈であるが、これらを無視した理想的な場合を扱う。山本ら^{8),6)}の実験によると、温度計の軸からの熱伝導の影響は無視できる程度と考えられるし、また、Assmann 乾湿計の通風筒は輻射の影響を少くするよう設計されているので、近藤^{7),8)}も行っているように、共に無視してよいと思われる。このように、乱流、層流中および気液界面での輸送の物理過程を全部とり入れるという意味で正確な理論を扱おうと目ろんでいる。理論を正確にしても実際上の意味は疑わしいとも考えられるが、ここでは、Sprung の公式との一致性を云々することには主眼がおかれていない。不一致の部分を輻射熱伝達や温度計の軸を通しての熱伝導などでカバーする試みもしない。そのようなことをする前に一応おさえておくべき考察であると考えている。問題にする全物理過程を一次元等価分子拡散モデルに置きかえて一般公式をくみため、特別な公式はその特殊な場合として理解しようとする。

2. Maxwell の理論

はじめに、通風なしの、静気中での湿球の場合を、空間に孤立しておかれた球形の小水滴（水球）でおきかえて考える。Maxwell¹³⁾は、一様温度 T (ケルビン目盛) の静気中での水球の蒸発速度 I は、気相中の拡散のみで律せられるものとして、拡散方程式の定常解から次の式を得た。

$$I = 4\pi r D (c_s - c_\infty) = 4\pi r D M_s R^{-1} T^{-1} (p_s - p_\infty) \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

同様に、単位時間当りに水球へ流入する熱の割合 Q は、熱伝導方程式の定常解から次の式を得た。

$$Q = 4\pi r k (T_\infty - T_s) \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

ただし、 D , k は一定とした。次に、

$$LI = Q \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

とおくと、 $p_s - p_\infty$, $T_\infty - T_s$ が充分小さいとき近似的に

$$p_s - p_\infty = \frac{c_p P}{\epsilon L} \left(\frac{a}{D} \right) (T_\infty - T_s) \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

がえられた。ただし、 $a = k/c_p \rho$, $\epsilon = M_s/M_w$ 。この扱いでは、水球が有限な空間におかれた場合の近似として無限空間で扱われている。実際には自然対流が生じる筈であるがこれを無視している理想的な場合である。風速が充分大になるか、水球が充分小さいときは自然対流の影響は無視できることがわかっている。

Maxwell のこの扱いは、水球でなくても、湿球などのように有限の大きさの思考的球面でおおいうる水面に対しては、形、大きさによらず、同一の形の式 (5) が成立つ。これは導体のまわりの静電場の理論の類推から、Gauss の定理を用いて適当な境界条件で容易に証明できる。

3. 等 価 モ デ ル

3.1 静止または流速が無限小の空気中の場合

一様流速 U_∞ の場におかれた水球の場合、 U_∞ が充分小さく数学的に無限小の場合、 $Re \approx 0$ であって、固体球に対する Stokes の抵抗式が用いられるとする、そのときの力の大きさ F は

$$F = 6\pi r \mu (U_\infty - U_s), \quad U_s = 0. \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

また、 U_∞ が無限小のときは、Maxwell が求めた I , Q の式からの偏倚も無限小と考えられるので、無限小の差は無視すると、これらの F , I , Q は互に対応させられる。それをかきかえると

$$F/S = \mu \frac{U_\infty - U_s}{(2/3)r} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

$$I/S = D \frac{c_s - c_\infty}{r} \dots\dots\dots (8)$$

$$Q/S = k \frac{T_\infty - T_s}{r} \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $S = 4\pi r^2$ 。

この3つの式に対する等価モデルとして次のようなモデルを考える (Fig.1)。無限平面 (水面・水は動かず、水は一樣一定の温度で定常と仮定) の上に、一樣な温度 (T_∞)、一樣な水蒸気濃度 (c_∞)、一樣な風速 (U_∞) の均質な空気の流れが吹いている場合があって、Fig.1 に示されるように、それぞれ厚さ $\delta_r = \delta_{r0} = r$ 、 $\delta_c = \delta_{c0} = r$ 、 $\delta_u = \delta_{u0} = (2/3)r$ なる境界層 (それぞれ、温度拡散層 (熱伝導層)、水蒸気拡散層、運動量層流境界層) があり、各境界層内では、温度 T 、水蒸気の濃度 c 、流速 U が水面からの高さとともに線形に変化するプロファイルをもつ。境界層を通して出入する顕熱、潜熱、運動量のフラックスは境界層上端を通してその上の部分へ出入してそこでは拡散は無視されるものとする。このモデルで、水面のうち面積 S についてフラックスの合計を考えると、式 (7)、(8)、(9) の F 、 I 、 Q を与えることができ、単位面積あたりでは、 F/S 、 I/S 、 Q/S を計算することもできる。また、熱収支の釣合から、Maxwell の式 (5) と同形の式がえられる。

3.2 層流境界層の場合

U_∞ を大きくしてゆくと水球のまわりに層流境界層が定義できるようになり、 U_∞ を増すとともにその厚さ (平均) は減少するであろう。水蒸気拡散層の厚さ、温度拡散層の厚さについても同様であろう。この事情は通風乾湿計の湿球のまわりでも起るであろう。この場合も、対応する等価モデルを Fig.1 のように考えることができ、対応する等価モデルでの境界層 (拡散層) の厚さ δ_u 、 δ_c 、 δ_r を適当に定めれば、等価モデルで I/S 、 Q/S を定めることになる。ただ、運動量の場合は、ベクトルであるので、面に対する接線応力の大きさを対応させるべきにも拘らず、そうならないばかりか、圧力による合力は、Stokes の抵抗の場合は全体として打消し合っているが、風速が増すと面への圧力の分布が非対称となるため力の中にこの効果も入ってくるため、このままで、 F を I 、 Q に対応させるのには問題がある。それで、風速が0でない場合に、これらの点についても可成り無難で、Assmann の湿球とも可成り類似しており、流体力学的にも充分確立した背景をもつ場合とアナロジーが効くと仮定する。

半無限平板上で、先端に幅 L 、奥行無限の水面があるとして、先端の方向から板に平行に大きさ $U = U_\infty$ の流れが当たっている場合を考える (Fig.2)。この場合は、2次元問題として既に研究され、水面がないと

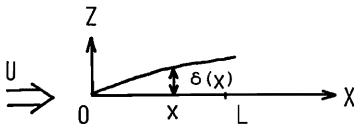


Fig. 2 Half-plane model to calculate the averaged thickness of the laminar boundary layer, δ_w . Using the model, δ_r and δ_c can be also calculated.

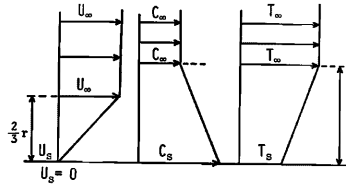


Fig. 1 Profiles of U , c and T in equivalent model for Eqs. (7), (8) and (9).

きにテキストにも出ている Blasius の流体力学上の解による流速分布を利用して求めたものである。温度拡散層については Paulhausen¹⁴⁾、水蒸気拡散層については 狹原¹⁵⁾ によってなされた。排除厚およびそれに対応する T 、 c の排除厚は、それぞれ

$$\delta_w^* = 1.15 \operatorname{Re}_L^{-1/2} L \dots\dots\dots (10)$$

$$\delta_c^* = \frac{1}{0.664} \left(\frac{a}{\nu} \right)^{1/4} \left(\frac{LU_\infty}{\nu} \right)^{-1/4} L + 1.25 \operatorname{Re}_L^{-1/2} L \dots\dots\dots (11)$$

$$\delta_e^* = \frac{1}{0.664} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{LU_\infty}{\nu} \right)^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} 1.39 Re_L^{-\frac{1}{2}} L \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし $Re_L = LU_\infty/\nu$ 。これらの形のアナロジーを通風乾湿計の公式の原理の理論に応用したものに山本ら^{5),6)}、近藤^{7),8)}の研究がある。その根拠は、上記の山本らが実物の乾湿計について行った風洞実験の解析結果が、 $10^2 < Re < 10^5$ の範囲で、理論と実験との良い一致を示していることによる。このことは、半平板と乾湿計の湿球との間で類似性が近似的に成立っていることを示唆している。

前述の欠点にも拘らず、水滴が一樣流を受けて固定されている場合も平板の場合と同様な形の式が実験的に得られている：例えば、Frössling¹⁶⁾によれば、 Re の代表長を直径にとると

$$I = 4\pi r^2 D (1 + 0.276 Sc^{-\frac{1}{2}} Re^{\frac{1}{2}}) (c_g - c_\infty) / r, \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\delta_e = (1 + 0.276 Sc^{-\frac{1}{2}} Re^{\frac{1}{2}})^{-1} r \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $Sc = \nu/D$ 。ただし、水滴の半径 0.1~0.9mm、風速 0.2~7m/s での実験による。 $Re=0$ のとき、Maxwell の場合と同じ形となる。 Re が大のときは、係数は異なるが、 δ_e は、平板の δ_e^* と同じ形となる。このことは、水滴の場合も、 Re の或る範囲で熱伝導も拡散と相似になると仮定すると、水滴も平板も共に Assmann の湿球の場合と類似していることを示唆している。

(注) 別の形の公式 Findeisen⁴⁾ は層流のときの通風乾湿計の公式を、自己の拡散理論により導いたが、 I , Q の式の形が上記とは少し異り、 Sc , Pr のべき指数が $-1/3$ の代りに $-1/2$ となっている。この形に見掛け上類似した水滴の場合の蒸発速度の半実験式として Kinzer と Gunn¹⁷⁾ による研究があるが、Frössling の扱った Re 範囲では Frössling のものと数値的には殆ど異なる。

以上に述べてきた諸事実からみて、本研究では、Assmann の場合に対する等価モデルに、 Sc , Pr のべき指数が $-1/3$ のものを採用するのが適当と考え、 $10^2 < Re < 10^5$ で、Maxwell 部分のない式が成立し、 $Re \rightarrow 0$ では Maxwell 部分だけとなるものと仮定する。ただし、係数は変更し、

$$\delta_e = (b_{e1} + b_{e2} Sc^{-\frac{1}{2}} Re^{\frac{1}{2}})^{-1} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\delta_T = (b_{T1} + b_{T2} Pr^{-\frac{1}{2}} Re^{\frac{1}{2}})^{-1} \quad \dots\dots\dots (16)$$

のようにおく。 b_{e1} , b_{T1} は Maxwell の場合に対応するものであり、 b_{e1} , b_{e2} , b_{T1} , b_{T2} は球部の大きさ、形により、また、風に対する姿勢にもよるであろう。部分的に類似したことは、近藤^{7),8)}の研究においても取り入れられている。このようにした δ_e , δ_T を、等価モデルの δ_e , δ_T として用い得ることがわかる。このとき乾湿計公式は

$$p_s - p_\infty = \frac{c_p P}{\varepsilon L} \left(\frac{a}{D} \right) \frac{1 + \beta Sc^{-\frac{1}{2}} Re^{\frac{1}{2}}}{1 + \beta Pr^{-\frac{1}{2}} Re^{\frac{1}{2}}} (T_\infty - T_s) \quad \dots\dots\dots (17)$$

となるであろう。ただし、 $Sc = \nu/D$, $Pr = \nu/a$, β はある定数。ただし、 Re の範囲が異れば別の形のものが必要となるが、Assmann の実際の使用は $10^2 < Re < 10^5$ の範囲に入っていると考えられる。 Re が 0 と 10^2 の間では内挿式が仮定されている。

3.3 乱流中におかれた場合

乱流中に湿球がおかれた場合の扱いとしては、Skinner⁹⁾、Arnold^{10),11)}によるものなどがある。Findeisen¹⁷⁾ は乱流の場合をも扱っているが、結果に対して自己否定している。また、山本ら^{5),6)}は乱流境界層の場合についても理論的に扱い、対流理論と同一の結果が得られるとしている。

Arnold¹¹⁾ の行った実験条件は、約 10cm×10cm の切口をもつ長さ 3m 程の筒の中に湿球をおき、空気を吸引する代りに、上流側から送風機で吹き込んでいるので、湿球近くの風は可成り乱れを含んでいるものと思われる。その理論式に適合する乾湿計定数 A の形は、Maxwell の公式 (5) の a/D の代りに $\alpha(a/D) + (1-\alpha)$ としたことになっている。ただし $0 < \alpha < 1$ で、 α は風速が増すと共に減少し 0 に近づく。風速

が0のとき $\alpha=1$ 。しめり空気の場合は $Sc/Pr=a/D \approx 0.74$ であるから、 A の値は, Ivory-August-Apjohn, Arnold, 山本ら・近藤, Maxwell の順にあと程小さいことになる。Arnold の理論では、一般に、乱流層と湿球面との間に層流層があるものと考えており、 $U_\infty \rightarrow 0$ のとき Maxwell の公式に、 U_∞ が充分大のとき Ivory-August-Apjohn の公式になるものと見なしている。

Skinner の用いた方法 (G.I. Taylor の理論) は、Arnold の理論と似ているが、我々の等価モデルに引きなすのに有効と思われるので、この方法の一部を修正して借用する。

乱流拡散層においては

$$I/S = \bar{K}_I \frac{c_2 - c_\infty}{\delta_{Ic}} \dots\dots\dots (18)$$

$$Q/S = c_p \bar{K}_Q \frac{T_\infty - T_2}{\delta_{IT}} \dots\dots\dots (19)$$

なるように δ_{Ic} , δ_{IT} を定義する。ただし、 $\bar{K}_I$ は乱流水蒸気拡散係数の乱流層での平均、 $\bar{K}_Q$ は乱流温度拡散係数の乱流層での平均で、 δ_{Ic} , δ_{IT} はそれぞれの層の実効的厚さ。 c_2 , T_2 は、それぞれの層がその下の層流層との境界でもつ c , T の大きさ。このような境界は定義できると仮定する。(例えば、近藤⁸⁾ は海面上の気層について、竹内と近藤²²⁾ は接地気層の場合について適当に境界を定義している。) この乱流層の上下端で c_∞ , c_2 ; T_∞ , T_2 である。これらを、上の二式と等しい I/S , Q/S をもつ層流層でおきかえるため

$$Q/S = D \frac{c_2 - c_\infty}{\delta_c'} \dots\dots\dots (20)$$

$$Q/S = k \frac{T_\infty - T_2}{\delta_T'} \dots\dots\dots (21)$$

によって、 δ_c' , δ_T' を定義する。これらを我々の等価モデルで、乱流拡散層に対する等価層流水蒸気拡散層、等価層流温度拡散層の厚さとして用いる。

3.4 気液界面での輸送

次に、残された過程として、気液界面での水蒸気質量および熱の輸送 (interface mass and heat transfer)

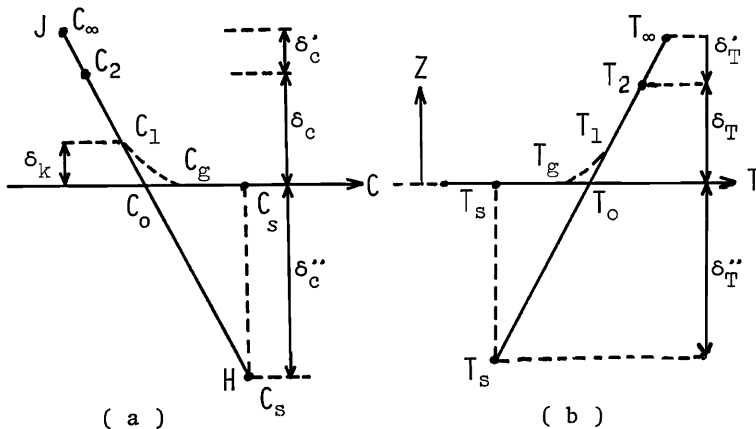


Fig. 3 (a) The distribution of water vapor concentration in total equivalent model. Abcissa is superposed on water surface and the ordinate is taken upward. Segment of straight line, JH, is the graph. (b) The distribution of temperature in total equivalent model. The construction of the figure is quite analogous to the case of (a)

の過程を考える。これは連続体としては扱えないので気体論の助けを借りる。ここでは水蒸気濃度および温度の急変があると考えられており、この点を加味して蒸発速度を検討した研究としては、水滴に対しては Frössling¹⁶⁾、他の物質の液滴に対して Monchick と Reiss¹⁸⁾ の研究があり、辻¹⁹⁾山本と三浦²⁰⁾によっても研究された。有限水槽からの水の蒸発について辻²¹⁾の研究がある。同様のことは熱輸送についても考えられるが、これとともに用いて乾湿度計公式を検討した研究は見当たらない。Frössling, Monchick と Reiss の研究に従えば、この界面近傍でのすべての水蒸気輸送過程を、等価な分子拡散による拡散層の厚さ δ_e^* を用いて近似的に表現できる。

Fig.3(a) に、乱流拡散層からこの仮想的な等価厚までの水蒸気濃度 c が、等価モデルでどのような分布をするかを示す。直線 JH の部分がその全グラフである。Z は水面に直角に上向きにとっている。乱流拡散層がない層流境界層の場合は $\delta_e^* = 0$ で、 c_2 は c_∞ と一致する。厚さ $\delta_K = \delta_{K_e}$ の水蒸気輸送の Knudsen 層は、上記の近似等価モデルには存在しない。 $c_1 \sim c_0$ 間の分子拡散と、 c_0 (気相) と c_s (水面) の間の界面交換に分解し、更に後者が δ_e^* での分子拡散におきかえられている。 δ_e は δ_{K_e} を含めて改めて δ_e としてある。温度分布についても同様なグラフが Fig.3(b) にえがかれている。

Frössling, Monchick と Reiss の方法を、気体分子は大部分が空気であることを考慮して、 $D/(V_s/4) = (D/v) \cdot (4v/V_s)(V_s/V_g) = Sc^{-1} \cdot 4Cl(V_s/V_g)$, [$4C = \text{const} \approx 2$, Kennard²³⁾ p. 314] と修正すると

$$\delta_e^* \approx \frac{2 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{V_s}{V_g} \frac{l}{Sc} \quad \dots\dots\dots (22)$$

対応する δ_T^* は、Kennard²³⁾によって得られておるものをしめり空気の只今の場合にも近似して用いると

$$\delta_T^* \approx \frac{2 - \alpha_T}{\alpha_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{l}{Pr} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ただし、 δ_e^* については、温度は一樣と仮定しており、 δ_T^* については全気体成分の質量の正味輸送はないという仮定をおいている。 α_e は水の蒸発係数 (ここでは凝結係数に等しいと仮定)、 V_s , V_g はそれぞれ空気分子および水蒸気分子の速さの平均。エネルギー等配則を仮定すると、 $V_s/V_g = \sqrt{M_s/M_g} = \sqrt{18.01/28.97} = 0.789$ 故に

$$\delta_e^* = \frac{2 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{l}{Sc} \times 0.789 \quad \dots\dots\dots (24)$$

l は、しめり空気分子の平均自由行程。 α_T は、しめり空気分子の温度適応係数で 1 のオーダーと仮定。 $\gamma = c_p/c_v$ は空気の比熱比 (≈ 1.40)。

このようにして、乱流拡散層から界面までのすべてについて等価モデルの厚さが定められるので、これらを用い、式 (4) の関係 $LI = Q$ を用いると、式 (5), (17) などの形の式は、もっと一般的に次のようにかける

$$p_s - p_\infty = \frac{c_p P}{\epsilon L} \left(\frac{a}{D} \right) \frac{\delta_s + \delta_e^* + \delta_T^*}{\delta_r + \delta_e^* + \delta_T^*} (T_\infty - T_s) \quad \dots\dots\dots (25)$$

この場合の T_s , p_s は、本当に水面 (湿球面) の温度および、その温度に対する飽和水蒸気圧を表わしており、これまでかいた T_s , p_s は、実は、 T_0 , p_0 にすぎないことが判る。

4. 結果の検討

得られた結果は、一般的な式 (25) であるが、数値を代入して δ_e^* の大きさを見積もってみる。層流境界層が存在すれば、或いは層流層と共に乱流層が存在するならば、通常の乾湿度計の使用に対しては、式 (12) を参照すると $\delta_e \approx 1.39 \times \{1/(5 \times 10)\} \times 2 \approx 5 \times 10^{-2} \text{cm}$ 程度と見積られ、また、 $l/Sc \sim l \sim 10^{-6} \text{cm}$ であるから、 $(2 - \alpha_e)/\alpha_e \sim 1$ のときは、 $\delta_e^* \ll \delta_e + \delta_e^*$ である。また、通常は $\delta_e^* = 0$ である。また、 $\frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{l}{Pr} \div l$ で

あるから、式 (11) とくらべると、同様に、 δ_r は無視してよいことがわかる。このようなとき、(17) にて、分母子にある 1 を省略した公式を使い得ることになるであろう。このとき、

$$A = \frac{c_p}{\varepsilon L} \left(\frac{a}{D} \right)^{\dagger}$$

となる。

$\delta_e \neq 0$, $\delta_r \neq 0$ のときは、Arnold のように A は a/D の一次式の因子をもつものを用いねばならなくなる。ことが予想される。

極限の場合として、 $U_{\infty} = 0$ のときは、水球の場合のように、或る δ_{e0} , δ_{r0} が存在して、Maxwell の公式 (5) と同形の式となるであろう。尤も実際には存在する筈の自然対流は考ない理想の場合である。

次に、湿球が層流中であって、 U_{∞} が充分大になると、 δ_e , δ_e' , δ_r , δ_r' がすべて 0 となると考えて、この仮想的極限の場合を考えよう。このとき式 (25) は次のようになる。

$$p_s - p_{\infty} = \frac{c_p P}{\varepsilon L} \left[\left(\frac{2 - \alpha_e}{\alpha_e} \cdot \frac{\alpha_r}{2 - \alpha_r} \right) \times 0.707 \right] (T_{\infty} - T_s), \dots\dots\dots (26)$$

$$A = \frac{c_p}{\varepsilon L} \left[\left(\frac{2 - \alpha_e}{\alpha_e} \cdot \frac{\alpha_r}{2 - \alpha_r} \right) \times 0.707 \right], \dots\dots\dots (27)$$

この極限の場合が対流理論の場合に相当するならば、式 (27) の [] の中が 1 のときに一致するが一般に α_e , α_r によって異なる値をとる。Alty と Mackay²⁴⁾ の実験によると水蒸気分子の水面に対する温度適応係数は 1 である。空気分子の水面に対する温度適応係数については実験データが見当たらない。これは実験の困難さのためと思われる。しかしながら、Wiedmann ほか²⁵⁾, Wachman²⁶⁾ による、気体の固体面に対する α_r の種々のデータは大抵 1 に近いことを参照し、また、水分子の極性が大であるので、空気分子の水面への衝突時の分極も考慮に入れると、空気分子と水面との間の温度適応係数は 1 に近いのではないかという推測がなされる。このようなことを考慮して、しめり空気の α_r も 1 に近いのではないかと推測される。次に、最近の、水の蒸発 (凝結) 係数の実験値として、Mills と Seban²⁷⁾ が彼等の Table 2 にあげた既往文献のデータのリストを見ると、大へんばらつきが大きくてどの値を採用してよいか迷うけれど、数値に範囲の示されているものはその両極の平均を 1 つの値として用い、温度条件に関係なく、大わけした 2 つの実験法の第 1 グループと第 2 グループについてそれぞれの平均をとると、第 1 グループの Alty ら²⁴⁾ 以後の α_e は 0.05, 第 2 グループのものは 0.6 となる。これらを用いると、[] = 1 とれるのは、第 1 グループの α_e を採ると $\alpha_r = 0.07$ 位のときであり、第 2 グループの α_e を採ると $\alpha_r = 0.8$ 位となり、後者の方がありそうな α_r の値のように想像される。

5. 討論とまとめ

等価モデルで、乱流層、層流層、気液界面での過程に対する等価分子拡散層の厚さ δ_e' , δ_e , δ_e' , δ_r' , δ_r , δ_r' を定義して、通風乾湿計に対する一般公式 (25) を与えた。そのときの乾湿計定数 A は

$$A = \frac{c_p}{\varepsilon L} \left(\frac{a}{D} \right) \frac{\delta_e' + \delta_e + \delta_e'}{\delta_r' + \delta_r + \delta_r'}$$

である。特別の場合として、層流境界層の場合は、Assmann 乾湿計の常用の通風の場合

$$A = \frac{c_p}{\varepsilon L} \left(\frac{a}{D} \right)^{\dagger}$$

とかける。また、静気中では

$$A = \frac{c_p}{\varepsilon L} - \frac{a}{D}$$

となる。また、層流での仮想的極限の場合として流速が充分大きくなると、 A は式 (27) で与えられる。この A の $[\]$ の中が 1 になるならば、Ivory-August-Apiohn の場合の A と一致する。 α_s , α_r は、現状では確定的でないので確言は出来ないが、前節のデータのうち第 2 グループ (相対的に新しい方法) の α_s の平均 0.6 を用いると、 $[\] = 1$ となるのは、 $\alpha_r = 0.8$ 位で、多少の考察から可成りありそうな値と想像された。

以上の A の具体的な表現は何れも湿球の形、大きさによらない表現となっていることは注意してよい。 0°C での D の値を $0.22[\text{cm}^2/\text{s}]$ の代りに 0.20 とすると²⁸⁾ 上記の具体的な 3 つの A の表現の値の差はちがまる。Knudsen 層は近似的な方法で等価モデルに組み入れたが、一応、第 1 近似となっていると思われる。 α_r , α_s の温度依存性、風速依存性が問題になるかもしれない。

他にも討議すべき問題が多く残されているが、この研究では、気液界面の過程を考慮し等価モデルを導入することにより、種々の公式原理の理論の位置づけと意味の解釈も行った。とりわけ、対流理論において、流入してきた外気が湿球面に接触して冷され、混合比を増して流出してゆくことの物理的意味を解釈しなおし明らかにした。この立場で層流中での U_∞ による強制対流のもとでの A の仮想的極限に対流理論の A と対比した。湿球が氷結のときは、蒸発熱を昇華熱におきかえて、同様に扱えるであろう。

参 考 文 献

- 1) Robitzsch, M.: Zur Theorie des Psychrometers, Zeitschrift für Instrumentenkunde, Vol. 52, 1932, pp. 80-85.
- 2) Montgomery, R. B.: Ivory's psychrometric formula and the concepts of equivalent temperature and wet-bulb temperature, J. Meteor. Vol. 5, 1948, pp. 113-115.
- 3) Bouman, D. J.: A theory of ventilated psychrometer based on the thermodynamics of irreversible processes, Tellus Vol. 4, 1954, pp. 399-404.
- 4) Findeisen, von W.: Zur Theorie des Psychrometers, Met. Zeits. Vol. 51, 1934, pp. 89-100.
- 5) 山本義一, 山本敦一: 乾湿計公式に及ぼす風速の影響, 気象集誌, 特別号, 1948, pp. 54-58.
- 6) Yamamoto, G and A. Yamamoto: Effect of wind velocity on psychrometer constant, Geophys. Mag. Vol. 15, No. 2-4, 1948, pp. 63-71.
- 7) Kondo, J.: Psychrometric constant for different sizes of the wet-thermometer, Sci. Rep. Tohoku Univ. Ser. 5, Geophysics, Vol. 18, 1967, pp. 125-137.
- 8) 近藤純正: 大気境界層の科学——大気と地球表面との対話——, 東京堂出版, 1982, 219pp.
- 9) Skinner, S.: "Humidity", an article in "A Dictionary of Applied Physics", edited by Richard Glazebrook. Vol. 3, 1923, Mac Millan and Co. Ltd., London, pp. 415-431.
- 10) Arnold, J. H.: The theory of the psychrometer, I. The mechanism of evaporation, Physics, Vol. 4, 1933, 255-262.
- 11) Arnold, J. H.: The theory of the psychrometer, II, The effect of velocity, Physics, Vol. 4, 1933, 334-340.
- 12) 芝 亀吉, 原口正次: 乾湿球湿度計公式の考察, 応用物理, 第50巻, 1981, pp. 601-606.
- 13) Maxwell, C.: "Diffusion", an article in Encyclopedia Britanica, Vol. 7, 9th ed., 1877, p. 218.
- 14) Paulhausen, E.: Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und kleiner Wärmeleitung, Zeits. angew. Math. Mech. Vol. 1, 1921, pp. 115-121.
- 15) 荻原晰二: 層流境界層の場合の有限水槽よりの蒸発 (蒸発の研究 I), 気象集誌, 第22巻, 1944, pp. 127-133.
- 16) Frössling, N.: Über die Verdunstung fallender Tropfen, Gerl. Beitr. Geophys. Vol. 52, 1938, pp. 170-216.

- 17) Gunn, R and G. D. Kinzer: The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air, J. Meteor., Vol. 6, 1949, pp. 243-248.
- 18) Monchick, L. and H. Reiss: Studies of evaporation of small drops. J. Chem. Phys. Vol. 22, 1954, pp. 831-836.
- 19) 辻 幹男: 微小水滴の蒸発速度について, 気象集誌, 特別号, 1948, pp. 40-45.
- 20) 山本義一, 三浦兎一: 微小水滴の蒸発速度について, 気象集誌, 第27巻, 1949, pp. 257-260.
- 21) 辻 幹男: 層流境界層の場合における平らな水面よりの蒸発速度について, 気象集誌, 特別号, 1948, pp. 71-73.
- 22) 竹内清秀, 近藤純正: 地表に近い大気, 岸保勘三郎, 浅井富雄編, 大気科学講座, 第1巻, 東京大学出版会, 1981, pp. 96-99.
- 23) Kennard, E. H.: Kinetic Theory of Gases, McGraw-Hill, 1938, pp. 312-314.
- 24) Alty, T. and C. A. Mackay: The accommodation coefficient and evaporation coefficient of water, Proc. Roy. Soc., A, Vol. 149, 1935, pp. 104-116.
- 25) Wiedermann, M. L. and P. R. Trumpler: Thermal accommodation coefficients, Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs. Vol. 68, 1946, pp. 56-64.
- 26) Wachman H. Y.: The thermal accommodation coefficient: A critical survey, Amer. Rocket Soc. Journal, Vol. 32, No. 9, 1962, pp. 2-12.
- 27) Mills, A. F. and R. A. Seban: The condensation coefficient of water, Inter. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 10, 1967, pp. 1815-1827.
- 28) Thorpe, A. D. and B. J. Mason: The evaporation of ice spheres and ice crystals, Br. J. appl. Phys., Vol. 17, 1966, pp. 541-548.

記 号

添字 s : 水面又は湿球面

添字 ∞ : 無限遠又は, 湿球へ流入するもの空気

p_{∞} : 周囲へ流入する空気の水蒸気圧

p_s : 湿球温度 T_s に対する飽和水蒸気圧

A : 乾湿計定数

T_{∞} : 周囲へ流入する空気の温度 (ケルビン温度目盛)

T_s : 湿球 (面) 温度 (同前)

I : 水面又は湿球面からの蒸発速度 (表面積 S について)

Q : 水面又は湿球面への顕熱輸送割合

r : 水球の半径

c : 水蒸気の濃度 (質量体積比)

R : 普通気体定数

M_w : 水の分子量

M_a : 乾燥空気の分子量

D : 空気中での水蒸気の分子拡散係数

k : 空気の熱伝導率

L : 水の蒸発熱, 又は平板モデルの水面の幅

c_p : 乾燥空気の定圧比熱

P : 大気圧 (全圧)

$$\varepsilon = M_g/M_s = 0.622$$

α : 空気の温度拡散率

ρ : 空気の密度

F : Stokes の抵抗の大きさ

μ : 空気の粘性率

U : 空気の流速

S : 表面積 (球の場合は $4\pi r^2$), 又は等価モデルなどの水面の一部の面積

δ_s : 層流境界層の平均の厚さ, 等価モデルに用いる

δ_T : 層流温度境界層の平均の厚さ, 等価モデルに用いる

δ_e : 層流拡散境界層の平均の厚さ, 等価モデルに用いる

$\delta_{s0}, \delta_{T0}, \delta_{e0}$: U_∞ が無限小または 0 のときの等価モデルでの $\delta_s, \delta_T, \delta_e$

ν : 空気の動粘性係数 $= \mu/\rho$