

Bak 達は、空間的拡がりを持つような系が示す $1/f$ 的振舞に対し、非常に簡単なモデルの導入により一般的説明を試みている²⁾。ここでは、このような系は空間的にもあるスケール不変性を有することが示されている。そこで、我々は液晶系においても、そのようなスケール不変性が存在するのかを試みに調べてみることにした。ある瞬間の defect の空間分布に関する Correlation Integral $C(l)$ を求めた例が図 4 である。よく知られているように $C(l)$ が

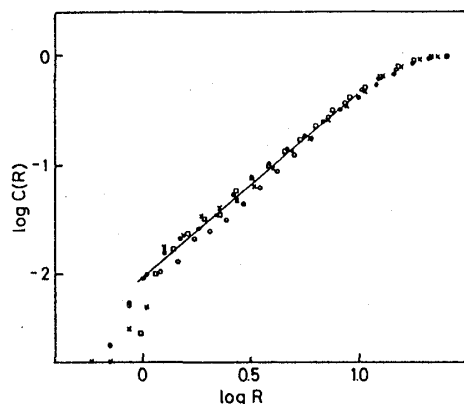


図 4

べき乗則 $C(l) \propto l^{-\nu}$ を示せば、それによりスケール不変性があることが保証される。このとき ν は相関次元と呼ばれる。 ε を一定にして得たスナップショット 10 枚に対する平均値よりこの ν を求めると、 $\nu \approx 1.7$ と求まった。この結果は defect の分布が全くランダムな一様分布 ($\nu = 2$) ではなくて、フラクタル分布をしている可能性を示唆する。しかし、ここで用いたスナップショット一枚の中に存在する defect 数は 10^2 個以下と少ないため、今後更に詳しい実験が必要であることを注意しておく。

参考文献

- 1) カオスという観点からの液晶系の研究については以下の論文も参照されたい。
甲斐昌一；「固体物理」Vol. 21, No. 7 (1986) 43.
- 2) P. Bak et al., Phys. Rev. Lett 59 (1987) 381.

12. ジョセフソン接合における周期カオスと 間欠カオスのリターンマップ

阪大・基礎工 吉木政行, 西田良男

1 はじめに

ジョセフソン接合の量子的位相差 ϕ は、外部から DC 電流 i_0 と AC 電流 $i_1 \sin \Omega_1 \tau$ を接合に加えた時、次のような振子と同じ非線形方程式に従う。

$$\beta \frac{d^2 \phi}{d\tau^2} + \frac{d\phi}{d\tau} + \sin \phi = i_0 + i_1 \sin \Omega_1 \tau$$

ここで、電流、電圧、振動数、時間の単位として I_c (超電流の振幅), $I_c R$ (R : 接合間の抵抗), $\omega_0 = 2eI_c R/\hbar$, $2\pi/\omega_0$ をとっている。また, β は McCumber parameter で $\beta = 2eI_c R^2 C/\hbar$ (C : 接合の容量) である。

この量子的位相差 ϕ の運動は、周期運動から周期カオスや間欠カオスを示すことが知られている。我々は、アナログシミュレーターを使って ϕ のリターンマップを作り、それとカオス状態との対応関係を明らかにすることを試みる。

2. 周期カオスと間欠カオス

$\beta = 1.8$, $\Omega_1 = 0.44$, $i_1 = 0.40$ のときの $I-V$ 特性を Fig. 1 に示す。 $I-V$ 特性とは、DC 電流と接合電圧の長時間平均

$$\langle v \rangle = \left\langle \frac{d\phi}{d\tau} \right\rangle = \frac{\phi(\tau+T) - \phi(\tau)}{T} \quad (T \gg 1)$$

との関係を表したものである。

$I-V$ 特性の定電圧ステップは、 $\phi(\tau)$ の運動が外部振動数 Ω_1 に引き込まれて周期的になっているために形成される。

$I-V$ 特性の①～⑥の各点における時間波形 $\phi(\tau)$ とそのスペクトル特性を Fig. 2, Fig. 3 に示す。①は周期1, ②は周期4, ③, ④は周期カオスである。このようにステップ上では、周期倍化をくりかえして連続スペクトルを持つ周期カオスになる。ステップをはなれると Fig. 2 の⑤, ⑥のように ϕ が $3\pi/2$

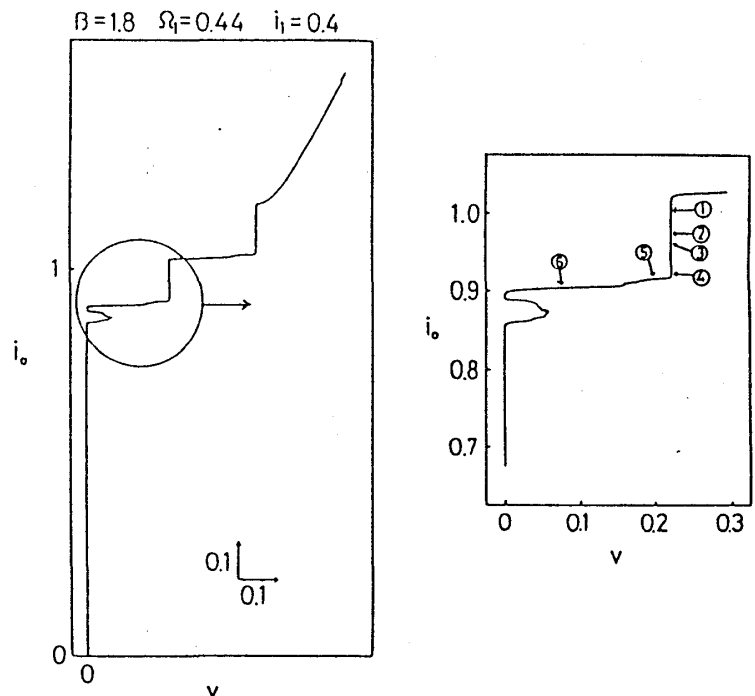


Fig. 1 $I-V$ 特性

を越すこと (ϕ の回転を意味する) が間欠的に起こり、間欠カオスになったことがわかる。こ

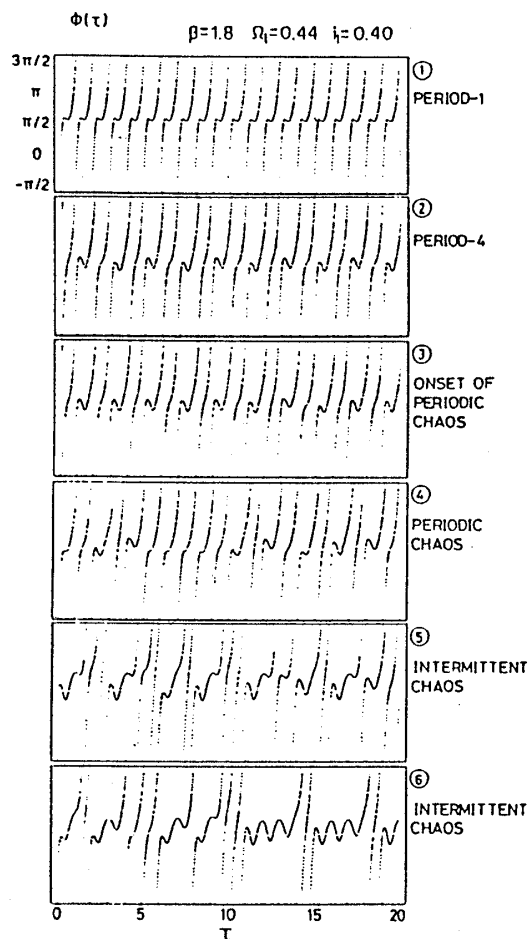
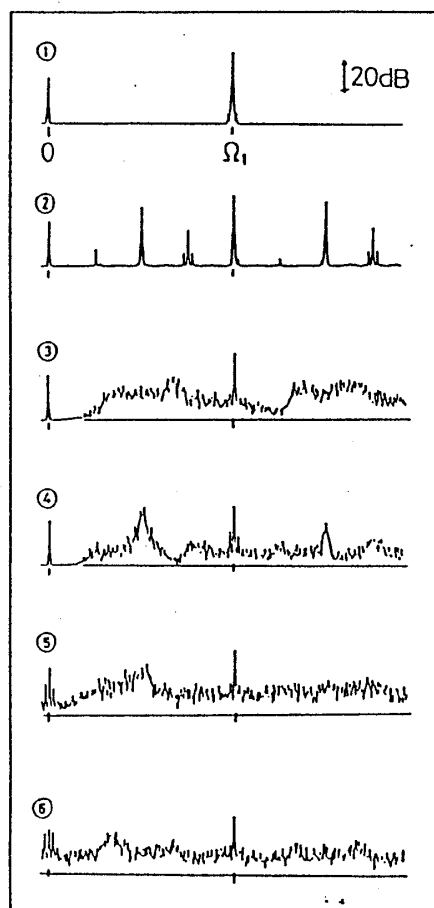
Fig. 2 時間波形 $\phi(\tau)$ 

Fig. 3 スペクトル特性

のとき, Fig. 3 の⑤, ⑥ スペクトル特性上において零振動数成分が増加している。

3. リターンマップ

Fig. 2 の時間波形を周期 $2\pi/\Omega_1$ ごとにサンプリングして, 量子的位相差 ϕ のリターンマップを書かせる。定電圧ステップ上における ϕ のリターンマップは, Fig. 4 のようになる。 $i_0 = 1.0200$ のときは周期-1 の運動であり, i_0 を小さくしていくと周期が2倍 ($i_0 = 1.0000, 0.9800$), 4倍 ($i_0 = 0.9740$), 8倍 ($i_0 = 0.9720$) と周期倍化現象を起こしていることがわかる。 $i_0 = 0.9700$ では周期カオスのマップで, 4つのグループの点からなる。

カオス状態に入るとサンプリング周期の間に ϕ が 2π 以上進むことがあるので, そのことを考慮に入れてリターンマップを書かせると, 周期カオスと間欠カオスのリターンマップは Fig. 5 (a), (b) のようになる。(a), (b) は Fig. 2 の④, ⑤に対応している。Fig. 5 (a) をみると, 周期カオスのリターンマップには⑨点から⑭点まで切れ目が入っている。このとき周期カオスの連続した一つのマップ上にある点は, 次の周期には必ず 2π 進んだ別のマップ上に写像される。

また、間欠カオスのリターンマップには周期カオスのマップの切れ目を埋めるように新たなマップが出現している。間欠カオスのマップも 2π の周期を持つマップが並んでいるとみることができるが、新たなマップが加わることによって、必ずしも 2π 進んだ別のマップ上に写像されることなく、 2π の周期をもつ一つのマップ内にとどまることがある。これがラミナー状態、つまり振動状態を作って、間欠性をうみだしている。

さらに、間欠カオスのリターンマップは Y. Pomeau と P. Manneville のいう間欠カオスの

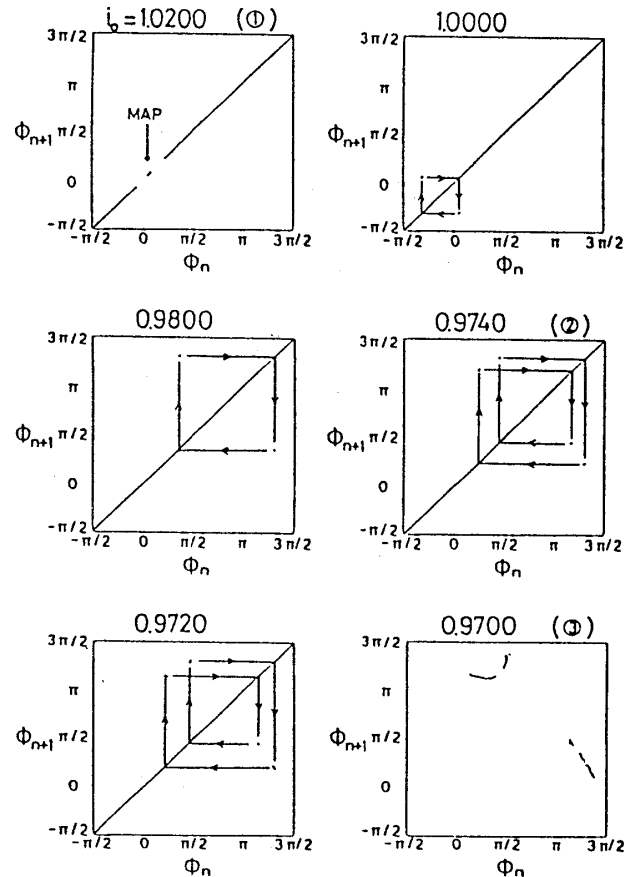


Fig. 4 ステップ上のリターンマップの変化

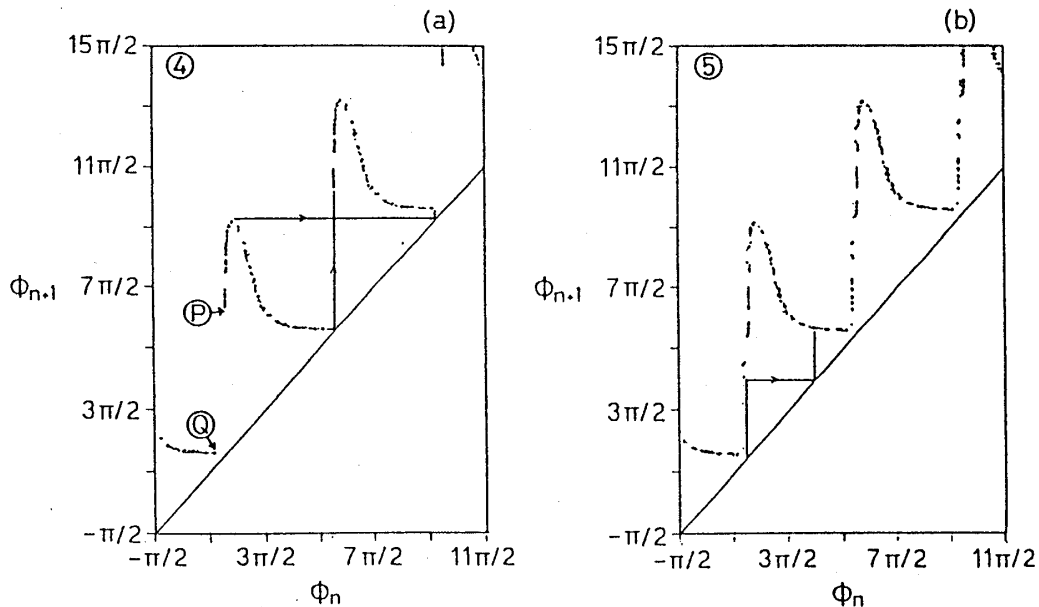


Fig. 5 (a) 周期カオスのリターンマップ
(b) 間欠カオスのリターンマップ

マップの特徴を持っている。その特徴とは $\phi_{n+1} = \phi_n$ の直線に交わず狭い channel 部分を

持つことである¹⁾

4. 今後の課題

間欠カオスのリターンマップに現れる新たなマップの性質を調べ、より深く間欠カオスの特徴をとらえることがまず第一の課題である。

また、接合間の容量 C 、外部周波数 Ω_1 の変化の影響、あるいは定電圧ステップからはずれる条件なども興味深い。

ref. 1) Y. Pomeau and P. Manneville : Commun. Math. Phys. 74 (1980) 189.

13. 共鳴的加振の下での水面波のカオス的挙動 (実験及びモデル方程式との比較)

九大・応力研 船 越 満 明
井 上 進

円筒形容器を、自由表面位が $\eta = J_1(kr) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix}$ と書ける2つのモードの固有振動数に

近い振動数で水平加振したときの水面波の挙動について、実験結果及び理論との比較について

述べた¹⁾ [(r, θ)は極座標。 ka は

J_1' の最小の正の零点。 $a (\doteq 9 \text{ cm})$

は円筒半径。水深 $d \doteq 14 \text{ cm}$]。まず

加振変位を $x_0 \cos \omega t$ とし、 $T_r =$

$(T - T_0)/T_0$ [T_0 は固有周期、 $T = 2\pi/\omega$]

とすると、各(T_r, x_0)

に対する水面波の挙動は図1のよう

になる。ここで、一次元的振動とい

うのは波高の最大となる点がつねに

加振軸上にあるような波の状態であ

り、一方向回転というのは最大の自

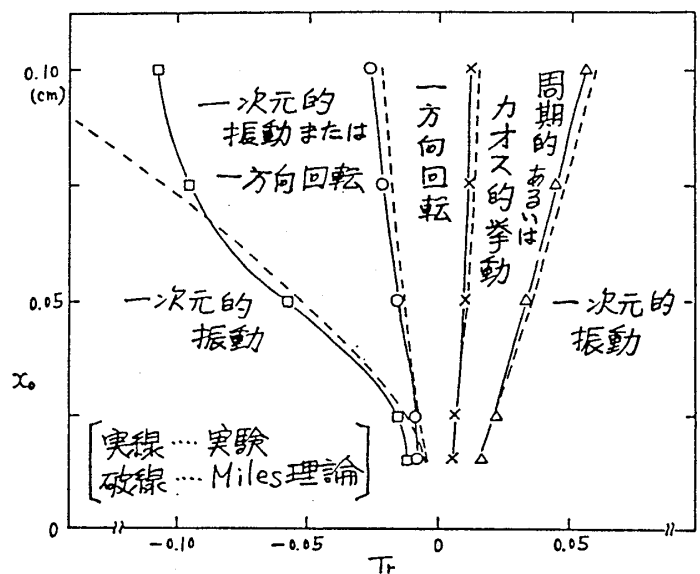


図 1