

修士論文

液晶の秩序化過程に於けるパターン形成

名大・工 長屋智之

概要

Allen-Cahnによって理論的に研究された非保存系界面の運動は、Cu3AuやNi3Mnなどの秩序-無秩序転移をする合金を急冷する実験によりX線などを使って観測することができるが、折原・石橋によるTNセル (Twisted Nematic Cell) を使った液晶の急冷実験では、界面の運動を偏光顕微鏡によりリアルスペース、リアルタイムで簡単に観測することができる。TNセルというのは、2枚のガラス板にネマチック液晶をサンドイッチ状にはさむ形に作製してある。液晶に接する上下のガラス板にはラビング処理が施してあり、ガラス面で液晶分子がラビング処理の方向に一樣に揃えられている。上下のガラス板のラビング方向のなす角度を θ とすると、 $\theta=90^\circ$ のTNセル(直交TNセル)を液晶の等方相の温度からネマチック相に急冷した後は、液晶分子はセルの上下方向に対して右 90° ねじれた状態と左 90° ねじれた状態が存在し、同じエネルギー状態をもつ2つの領域の境界に、 $S=1/2$ のディスクリネーションが出現する。ディスクリネーションの時間発展には動的スケールリング則が観測されており、その相関関数は太田-Jasnow-川崎によって導かれたu場理論の結果とよく一致することが報告されている。

本研究では、 θ を 90° からずらしたTNセル(非直交TNセル)について取り扱った。非直交TNセルを急冷した後は、セルの上下方向に液晶分子が $(\pi-\theta)$ ねじれた状態と θ ねじれた状態が出現する。この2つの状態はエネルギーが異なる。ディスクリネーションは非保存2次元系の1次元界面に相当し、強磁性イジングモデルで考えると、 θ ねじれの状態がup-spin, $(\pi-\theta)$ ねじれの状態がdown-spin, ディスクリネーションが磁壁に相当し、一樣な上向きの弱い磁場が存在する場合に対応する。まず初めに、非直交TNセルのディスクリネーションの運動方程式を理論的に導出し、実験によりこれを確かめた。運動方程式は、

$$v = -\Gamma / R \mp D(90^\circ - \theta)$$

(v は界面の法線速度、 Γ , D は運動係数、 R は曲率半径)と表される。実験結果によると、非直交TNセルの場合には動的スケールリング則は存在しないが、上式から特徴的長さと特徴的時間を定義し、それらにより空間と時間をスケールすると、各々の非直交TNセルに共通のパターンが存在することがわかった。そして、この様なスケール則が存在するのは、急冷直後のディスクリネーションの初期分布において、特徴的な長さのスケールが存在するからであることが、豊木・本田による

初期分布を考慮した μ 場理論を適応することによりわかった。

目次

第1章 序論

第1節 はじめに

第2節 界面の動力学

第3節 TNセル

第4節 非直交TNセル

第2章 ディスクリネーションの運動方程式

第1節 ディスクリネーションの周りの液晶分子の配向

第2節 ディスクリネーションの運動方程式

第3節 実験系

第4節 TNセルの作製法

第5節 実験結果

第6節 実験結果の考察

第3章 パターンの時間発展

第1節 直交TNセルのパターン

第2節 非直交TNセルのパターンの時間発展

第3節 スケーリング則

第4章 パターンの時間発展の初期分布依存性

第1節 μ -場理論

第2節 拡張された μ -場理論

第3節 非直交TNセルの初期分布

第5章 総括

附記

謝辞

References

A p p e n d i x

第1章 序論

第1節 はじめに

相転移を起こす系においては一般的に高温相は低温相より高い対称性を持つことが多く、高温相から低温相へ急冷すると系は熱力学的に不安定または準安定な状態になり、時間が経つにつれて安定な状態へと移り変わっていく。この様な秩序化過程についてはスピノーダル分解や核生成などの現象を中心に古くから研究が行われてきた。この分野に関する熱力学的研究は、Van der Waals や Gibbsによって行われているのだが、動力学が研究され初めたのは比較的に新しい¹⁻²⁾。この分野の研究に対しては、いくつかの総合的な報告が出されている³⁻⁶⁾。

磁性体を例にした2次元モデルで考えてみる。各格子点に大きさが一定のスピンがあり、スピンの配向は上向きか下向きかの2方向にしか配向できないと制限されており、隣合うスピンにはスピンの方向が揃う様にスピン間に相互作用が働くとする。この様なモデルはイジングモデルと呼ばれており、特にスピン間相互作用がスピンの向きが揃う様に働くモデルは強磁性イジングモデルと言われる。(他にもスピンの向きがXY平面内のみで回転できるXYモデル、球面上の任意の方向に向くことができるハイゼンベルグモデルなどがあるが、本研究の対象とする系は強磁性イジングモデルに対応づけられる系である。) 高温相では格子点上のスピンの方向は熱的な励起の為に乱雑であり up-spin と down-spin は全体として同じだけあり、系全体で平均したスピンは0であるが、相転移温度以下に急冷するとどちらかの方向にスピンが揃い始める。そして、系のなかにはup-spin の領域とdown-spin の領域ができスピン間の相互作用により各々の領域は時間と共に変化してゆく。この変化の様子というのは、例えばup-spin の領域を白、down-spin の領域を黒として全体のパターンの変化を観察すれば良い。この時、2つの状態の境界である界面はトポロジカルな欠陥⁷⁾と考えることができ、パターンの時間発展はこのトポロジカルな欠陥の運動に縮約して議論することができる。

この様な系として、大別して2種類の系が存在する。秩序変数(イジングモデルではスピン)を全空間で積分した量が時間発展に対して保存する系を保存系、保存しない系を非保存系と呼ぶ。保存系の例としては、二成分液体の相分離や合金のスピノーダル分解などがあり、非保存系の例としては、合金の秩序-無秩序相転移や誘電体あるいは磁性体の相転移などが挙げられる。本研究で取り扱う系は非保存系であり、保存系についてはこれ以後何も言及しない。

第2節 界面の動力学

Allen とCahn⁸⁾は、スカラー場のTDGL (Time-Dependent-Ginzburg-Landau) 型の方程式に基づいた理論によって、初めて界面の運動方程式を導いた。その後、Kawasaki et.⁹⁾とBaush et.¹⁰⁾は各々独立にノイズ項がある同様な運動方程式を導いた。ノイズ項がない界面の運動方程式は、(1-1)式で与えられる。

$$v(r(a, t)) = \Gamma \kappa(r(a, t)) \quad (1-1)$$

$v(r(a, t))$ は、時刻 t の場所 a での界面に垂直な方向への速度、 $\kappa(r(a, t))$ はその場所での局所的な平均曲率、 Γ は運動係数である。但し、 a は界面上の座標であり、 a の次元は空間次元より1次元低い。彼らは、次元解析より特徴的な長さのスケールは時間の1/2乗に比例して増加すると指摘した⁸⁾。秩序-無秩序相転移のダイナミカルなモデルであるカイネティックイジングモデルのモンテカルロ・シミュレーション¹²⁻¹⁵⁾によると、動的構造因子 $S(k, t)$ は d 次元の k 空間で $S(k, t) = t^{d/2} F(k\xi(t))$ というダイナミカル・スケーリングの形をしており、特徴的長さ： $\xi(t)$ は $t^{1/2}$ に従って変化することが示され、Allen とCahn⁸⁾の理論と良く一致した。この場合の空間相関関数は、太田-Jasnow-川崎¹¹⁾による u 場理論によって界面の面密度と共に導かれた。

実験例としては、 Cu_3Au や Ni_3Mn といった秩序-無秩序相転移をする合金のX線回折による実験¹⁸⁻¹⁹⁾により、平均ドメインサイズが時間の1/2乗に従って大きくなることが観測されている。また、臨界2成分液体¹⁶⁻¹⁷⁾のスビノーダル分解でも、このスケール則をサポートしている。

一方、今世紀の初めに液晶の分野において、TNセル(Twisted Nematic Cell)が考案されて以来²⁰⁻²²⁾、それについての研究が盛んに行われてきた²³⁻²⁷⁾。特に、TNセルはブラウン管に代わる表示装置としての応用的な研究がさかんであり、現在に至っては腕時計からコンピューターのディスプレイまで表示装置として広く普及している。TNセルの構造については次の節で詳しく述べることにする。

液晶の分野の研究で、Geurstら²⁸⁻²⁹⁾は、TNセルを液晶の等方相からネマチック相へ急冷した時に出現するディスクリネーションの運動方程式を液晶の配向場から理論的に導き、実験でこれを確かめた。(ディスクリネーションについては、次の節で説明する。)このディスクリネーションの運動方程式は、2次元の場合の(1-1)式と同じ形になった。折原-石橋³⁰⁾は、TNセル中のディスクリネーションは、先に述べた強磁性イジングモデルに対応させて考えると、非保存2次元系の1次元界面に相当すると言う立場から、TNセルを使って液晶の急冷実験を行った。その結果、ディスクリネーションの全体のパターンの時間発展には動的スケーリング則が存在し、その相関関数は太田-Jasnow-川崎の理論¹¹⁾と良く一致する事がわかった。ここで動的スケーリング則とは、秩序化過程に於て各時刻での系の構造：即ち異なる時刻のパターンは、空間のスケールを適当にかえてみると統計的に同一のパターンになることである。太田-Jasnow-川崎理論では、初期の界面の分布は単位体積中の界面の面積が無限大であると仮定しているが、TNセルに於けるディスクリネーションは単位面積中の長さは有限であり、しかも運動係数 Γ は温度に依存するために急冷後に一定温度に到達するまでに Γ の値は若干変化する事などから、理論と実験結果とでは一部にわずかな差があるがほとんど一致していた。このTNセルを使った液晶の急冷実験では、リアルスペースでしかもリアルタイムで偏光顕微鏡により容易に界面の運動が観察できるのが第一の特長である。

ディスクリネーションに関連する基礎的な研究は、その動力学を中心に行われてきた^{28-29, 31)}。しかし、これまでに液晶中のディスクリネーションを非保存系の界面として取り扱った例は外になく、非平衡系の熱力学に関する研究に対して新たな実験手段としての価値があると言える。液晶の特徴として、このようなトポロジカルな欠陥が容易に観測できることが挙げられる。

本研究では、このTNセルを用いて実験をおこなう。次に、このTNセルについて詳しく述べることにする。

第3節 TNセル³¹⁻³⁴⁾

ネマチック液晶の分子は細長い形状であることから、理論的には棒状分子として取り扱われる。分子の長軸方向の単位ベクトルはディレクターと呼ばれている。ネマチック転移温度より上の温度では、図1-1(a)に示す様に、液晶分子の重心は空間的に無秩序に分布していて、さらに液晶分子の配向方向も無秩序に分布している。しかし、ネマチック転移温度より下の温度では、図1-1(b)に示す様に、重心は無秩序に分布しているが、配向方向は全体として一定の方向をむいており、その方向を中心として配向方向がゆらいで分布している。このゆらぎの為に、ネマチック相では白く濁って見える。ネマチック相から温度を上げて等方相にすると、相転移温度で液晶は透明になるために、このネマチック転移温度のことを'Clearing point'とも呼ばれている。また、液晶分子には屈折率異方性があり、ディレクターの水平方向と垂直方向では屈折率が異なる。この屈折率異方性の為に、液晶分子はその配向状態を偏光顕微鏡によって容易に知る事ができる。

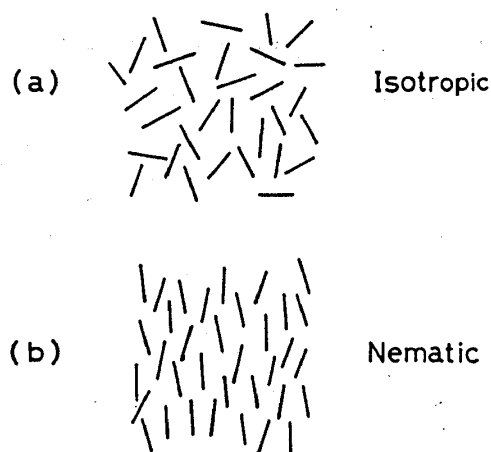


図1-1 ネマチック液晶の配向状態

(a)等方相 液晶分子の重心の分布も配向方向の分布もランダム

(b)ネマチック相 重心の分布はランダムしかし配向方向はほぼ一定

図1-2の様に、ネマチック液晶を表面に特殊処理を施した2枚のガラス板でサンドイッチ状に挟んだのが、TNセルである。ガラス板には配向材が塗布してあり、これに対しラビング処理(布などで一方向にこする)を施すことにより、ガラス面に接する液晶分子の配向方向を一方向にそろえる事ができる。このガラス面での配向方向が、図1-2の様に、上のガラス板としたのガラス板で互いに90°異なる様にする。すると液晶分子はセルの上下方向に対して90°ねじれた状態になるが、ねじれ方に右90°ねじれと左90°ねじれの2通りの状態ができる。図1-2では右側が右90°ねじれ、左側が左90°ねじれの状態になっている。これらの状態は、エネルギー的には同じで縮退している。この様にセルの中に2つの状態が存在すると、これらの領域の界面に2つ、

の状態を結び付けるためにディスクリネーションができる。現在液晶ディスプレイとして実用化されているTNセルにおいては、このようなディスクリネーションができてはいけな
いので、コレステリック液晶（ネマチックがツイストした様な螺旋を自発的に巻く液晶）を混ぜてどちらかのねじれを安定にすることによりディスクリネーションの出現を回避している。TNセルを強磁性イジングモデルに対応させると、右ねじれはup-spin, 左ねじれはdown-spin, ディスクリネーションは界面になる。

TNセルに対して、下のガラス板の配向方向に偏光した光を入射すると、光の波長に対して十分長いスケールで屈折率異方性をもつ液晶分子がねじれているので、光は主として液晶分子の配向方向に従って偏光方向を変えながら進んでいく。従って、上下のガラス板では 90° 偏光方向がずれているので、クロスニコルでは右 90° ねじれも左 90° ねじれも明るくみえる。そして、ディスクリネーションのみがほとんど偏光方向を変えないので、黒い線として観察される。図1-2にこの様子を模式的に描いてある。

ここで、液晶に於けるディスクリネーションについて説明する³¹⁻³⁴⁾。ディスクリネーションには強さを表す量： S が存在するが、これはディスクリネーションの周りで一回り： 2π したらディレクターはどれだけの角度変化するか、 2π に対する比を S と定義する。図1-2では、ディレクターは一回りで π だけしか変化してないので $S=1/2$ である。（ネマチック液晶では、 n も $-n$ も等価である。） S は、正または負の整数または半整数；例えば $\pm 1/2, \pm 1, \dots$ しかとらない。TNセルの厚さが数十 μm の時、出現するディスクリネーションはほとんど $S=1/2$ である。ディスクリネーションにおいては、液晶分子の配向は定義できない。つまりディスクリネーションは、トポロジカルな欠陥である。この様なトポロジカルな欠陥の他の例としては、

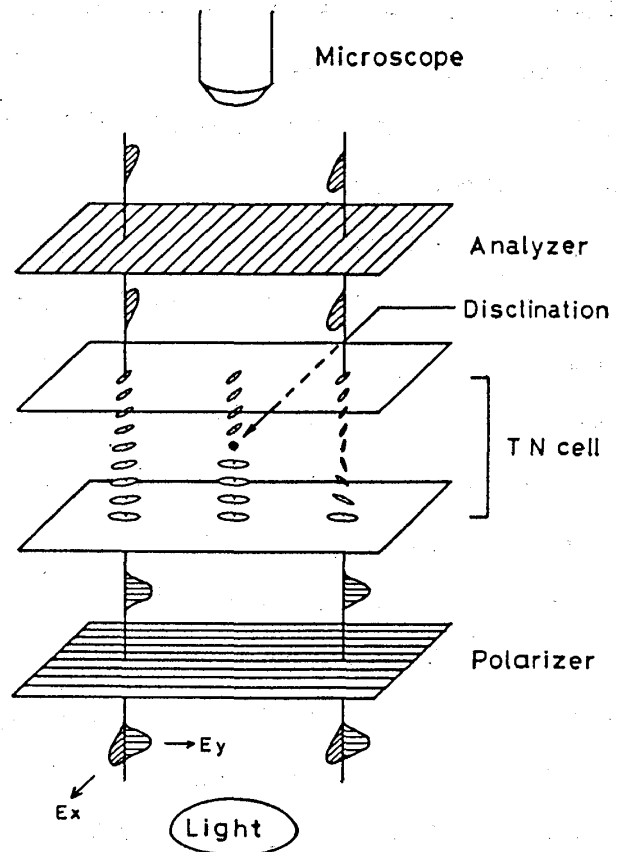


図1-2 TNセルの構造 光が入射した場合の偏光方向の変化の様子を示してある。TNセルの左側は液晶分子がセルの上下方向に対し左 90° ねじれており、右側は右 90° ねじれている。ディスクリネーションはほとんど光を通さないので顕微鏡では黒い線として観察される。

結晶中の転位、磁性体中の磁壁、流体中の渦糸、超流動ヘリウム中の量子渦糸などがあるが、その系統だった分類はまだほんの10年程前になされたばかりである³⁵⁻³⁷⁾。物理学全般にわたってこの様なトポロジカルな欠陥の動力学が興味を持たれている。

第4節 非直交TNセル

TNセルの上下のガラス板のラビング方向を 90° からずらし、 θ にしたTNセルを非直交TNセルと呼び、特に 90° のTNセルを直交TNセルと呼ぶことにする。特に言及しない限り、 θ は $\theta \leq 90^\circ$ にする。(逆であっても本質的に変わりはない。本論文でこれ以後、“セルの角度”と表現する時は、この θ のことを意味することにする。) 非直交TNセルでは、 θ ねじれの状態と $(\pi - \theta)$ ねじれ状態が現れる。直交TNセルの場合とは異なり、2種類の状態の間には、エネルギー差が存在する。しかし、出現するディスクリネーションは直交TNセルと同じ、 $S=1/2$ のディスクリネーションである。この系を強磁性イジングモデルで考えると、 θ ねじれの状態がup-spin、 $\pi - \theta$ ねじれ状態がdown-spinであり、しかも一様な弱い上向きの磁場が存在する場合に対応する。up-spinとdown-spinは外場の存在の為に縮退が解けている状態になっている。

本研究では、非直交TNセルを急冷した後の秩序化過程に於て出現するディスクリネーションの運動について取り扱う。第2章では、非直交TNセルのディスクリネーションの運動方程式を理論的に導く。第3章では、ディスクリネーションの全体のパターンの時間変化について、スケーリング則を中心に議論を行う。第4章では、ディスクリネーションの初期分布について、u-場理論を適応して実験結果の解析を行う。そして第5章では、全体の結果について総括する。

第2章 ディスクリネーションの運動方程式

第1節 ディスクリネーションの周り

の液晶分子の配向

この章では、非直交TNセルのディスクリネーションの運動方程式を導くことを主体に議論を進めていく。ここでは、Geurstら²⁹⁾が直交TNセルの運動方程式を導いた方法を応用して非直交TNセルの運動方程式を導く。

非直交TNセルの運動方程式は、ディスクリネーションの曲率半径が、TNセルの厚さに比べて十分に大きいとき、曲がっているディスクリネーション

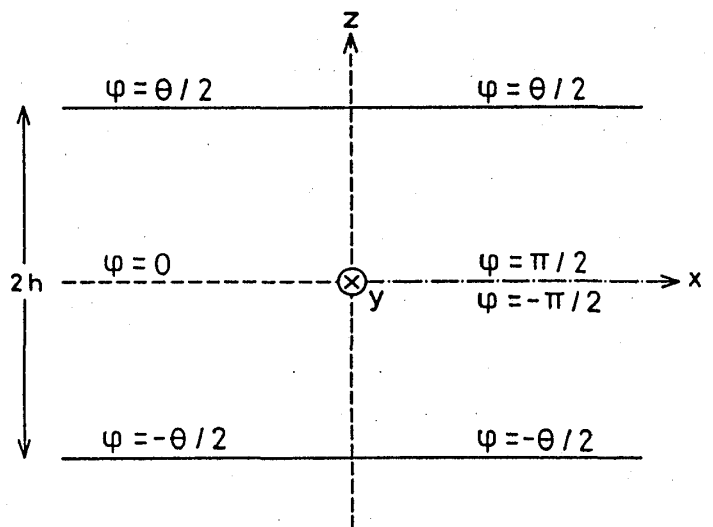


図2-1 液晶分子の方位角 ϕ の境界条件。原点で、y軸に平行にディスクリネーションが存在している。

ンを局所的に直線近似してディスクリネーションの周りの液晶分子の配向状態を計算することができる。

図2-1に示す様に、 $x y z$ ガウス座標系で、 y 軸は紙面に垂直でありしかもディスクリネーションに一致しているとする。セルの上下のガラス板は $z = \pm h$ の位置にあり、セル厚が $2h$ であるとする。液晶分子は $x-y$ 平面内で x 軸と ϕ の角度をなして配向しているとし、 ϕ は y には依存しない、つまり、

$$\phi = \phi(x, z) \quad (2-1)$$

と仮定する。一般にネマチック液晶の自由エネルギー密度は、フランクの自由エネルギー密度：

$$f = \frac{1}{2} k_{11} (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2} k_{22} \{ \mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}) \}^2 + \frac{1}{2} k_{33} \{ \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n}) \}^2 \quad (2-2)$$

で表され、 k_{11}, k_{22}, k_{33} はそれぞれフランクの弾性定数で、スプレイ、ツイスト、ベンドについての弾性定数である。ここで、(2-1) 式を (2-2) 式に代入して計算すると、

$$f = \frac{1}{2} (k_{11} \sin^2 \phi + k_{33} \cos^2 \phi) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{22} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2, \quad (2-3)$$

となる。一般に k_{11} と k_{33} は比較的に近い値をとることから、

$$k_{11} = k_{33} = K \quad (2-4)$$

と近似し、 K と $\alpha = (k_{22}/K)^{1/2}$ という2定数で近似して計算を進める。(この近似は、よく行われる1定数近似： $k_{11} = k_{22} = k_{33}$ よりは良い近似である。) 従って (2-3) 式は、次式になる。

$$f = \frac{K}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \alpha^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (2-5)$$

$\phi(x, z)$ は全自由エネルギーが最小になる状態であるから、 $\delta [\int f dv] = 0$ より、次のラプラス方程式 (2-6) を解くことにより $\phi(x, z)$ が求められる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi(x, z) = 0 \quad (2-6)$$

境界条件は、図2-1に示してある様に、

$$\phi = \theta/2, \quad z = h \quad (2-7)$$

$$\phi = -\theta/2, \quad z = -h$$

である。ここで、原点はディスクリネーションであり、特異点である。そして、 z 方向への液晶分子のねじれ方の対称性より、

$$\phi = 0, \quad \text{at } z=0, \quad x < 0 \quad (2-8)$$

$$\phi = \pm \pi/2, \quad \text{at } z=0, \quad x > 0$$

となっていることが、容易に分かる。

ラプラス方程式(2-6)の境界条件(2-7)のもとでの解は以下のようになる。計算の詳細はAppendixに記した。

$$\phi = \frac{1}{2} \arctan [\cot z' \tanh x'] + \frac{\pi}{4} + \frac{(2\theta - \pi)Z}{4h}, \quad Z > 0 \quad (2-9a)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \arctan [\cot z' \tanh x'] - \frac{\pi}{4} + \frac{(2\theta - \pi)Z}{4h}, \quad Z > 0 \quad (2-9b)$$

(2-9a)と(2-9b)を(2-5)に代入することにより、自由エネルギー密度が求まり、次の(2-10)式で表される。

$$f = \frac{\alpha^2 K \pi^2}{32h^2} \frac{\cos^2 z' + \sinh^2 x'}{\sin^2 z' + \sinh^2 x'} - \left(\frac{2\theta}{\pi} - 1 \right) \frac{\sinh^2 x'}{\sin^2 z' + \sinh^2 x'} + \left(\frac{2\theta}{\pi} - 1 \right)^2$$

$$x' = \frac{\alpha \pi x}{2h}, \quad z' = \frac{\pi z}{2h} \quad (2-10)$$

$\sin, \cos, \sinh$ をディスクリネーションの近傍; $x \sim 0, z \sim 0$ で展開して、

$$f \simeq \frac{\alpha^2 K}{8} \frac{1 - \alpha x/h(2\theta - \pi)}{z^2 + \alpha^2 x^2} \quad (2-11)$$

となり、原点からの距離の-2乗に比例して f が発散していることがわかる。しかし現実の系では自由エネルギーは発散してはいけない。従って、この理論の枠組みでは、ディスクリネーションの半径を $b(h \gg b)$ として f を有限の値にとどめる。

(2-9)式, (2-10)式より、 $\theta = 90^\circ, 70^\circ, 50^\circ$ についてのディスクリネーションの周りの等方位角線(等 ϕ 線)を図2-2に、等自由エネルギー密度線を図2-3に示した。図2-3は、 f を $\alpha^2 K/h^2$ で規格化した後に常用対数を取り、その値が同じである点を等高線の様に0.5ごとに結んである。図2-2, 図2-3では、縦軸は z/h , 横軸は $x/\alpha h$ であり、原点において紙面に垂直にディスクリネーションがあり、 y 軸に一致している。これらの図からわかるように、液晶分子がねじれていない場所が上下のガラス面($z = \pm h$)に存在する。この場所は、 θ が小さいほど左側にずれていることがわかる。静的には図2-2に描かれている様に液晶分子が配向していると考えられるが、図2-2(b), (c)の様に $\theta \neq 90^\circ$ の場合には、この様な配向は安定ではなく、ある時刻にこの様な配向状態にあるとすると次の時刻にはディスクリネーションは右側に移動している。しかし、この場合のディスクリネーションの移動速度は十分に遅いので、液晶分子の配向状態はディスクリネーションが動いている場合も準静的に図2-2の様になっていると近似する。従って、(2-9)式, (2-10)式を動いているディスクリネーションについての近似式として今後の計算に使うことにする。

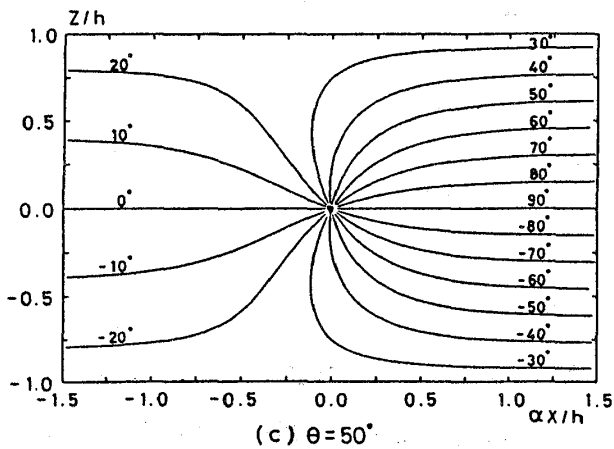
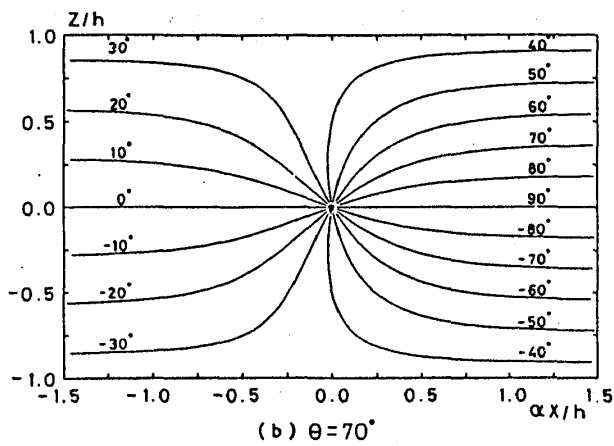
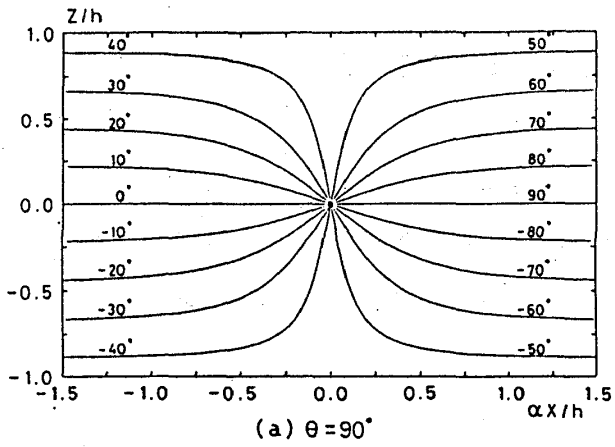


図2-2 xz -平面における等方位角線
 y 軸に沿ってディスクリネーションが存在する。(a): $\theta = 90^\circ$, (b): $\theta = 70^\circ$,
 (c): $\theta = 50^\circ$

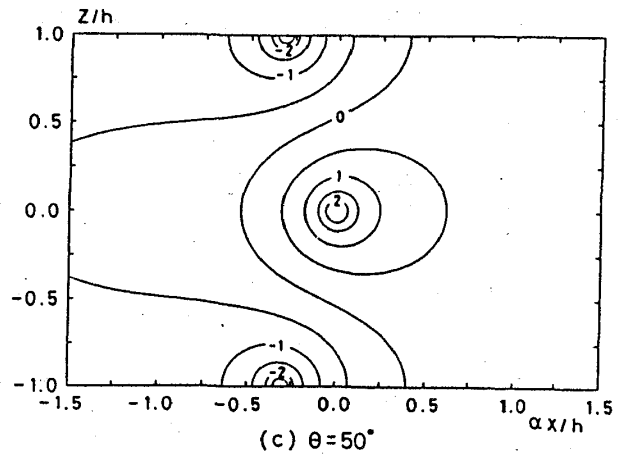
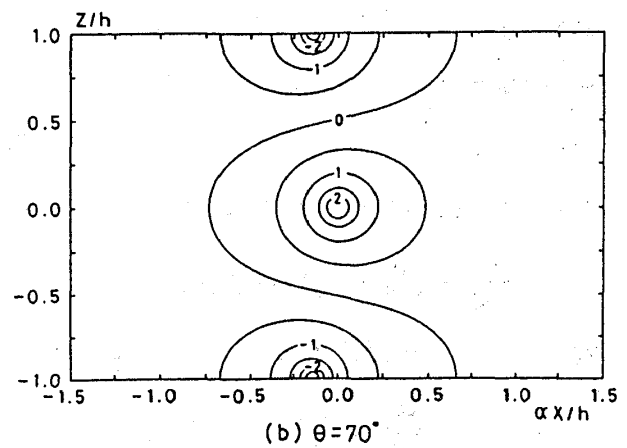
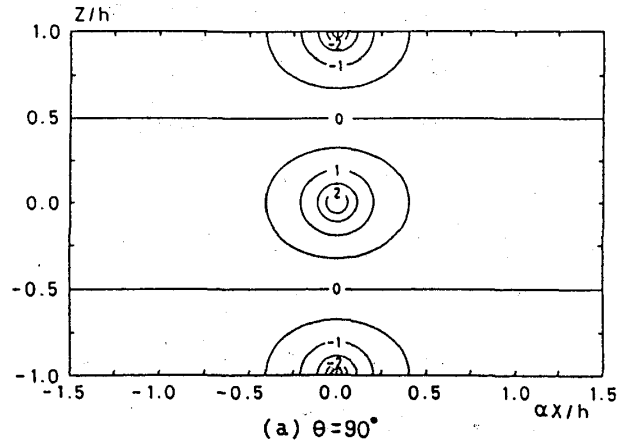


図2-3 xz -平面における等自由エネルギー密度線 $\log_{10}[f/(\alpha^2 K/h)]$ が
 等しい点を0.5ごとに結んでいる。 y 軸に沿
 ってディスクリネーションが存在する。(a)
 , (b), (c)は図2-2と同じ

第2節 ディスクリネーションの運動方程式

図2-2からもわかる様に、ディスクリネーションの両側には、液晶分子がセルの上下方向（ z 方向）に対して、 θ ねじれている領域と、 $\pi - \theta$ ねじれている領域が存在している。従って、両者の状態のエネルギー差により、ディスクリネーションに力が働き、ディスクリネーションはエネルギーの低い状態の領域が広がる方向に移動するはずである。この時の速度を以下に計算する。但し、セルの厚みに比べてディスクリネーションの曲率半径は十分大きいと考えて、単位長さのディスクリネーションを直線近似し、ディスクリネーション間の相互作用を無視して取り扱う。

前節で導いた配向状態において、ディスクリネーションの束縛を解くとディスクリネーションは移動し定常状態になる。そのときの液晶分子の配向状態は（2-9）式で与えられるものとは異なるが、ディスクリネーションの速度は十分に遅く、液晶分子の流れは無視でき、定常状態の液晶分子の配向状態も（2-9）式で近似できるとする。

単位長さのディスクリネーションが、単位時間： Δt に u の速度で Δx だけ移動したことにより、低くなる自由エネルギーの大きさ ΔF は、次式で表される。

$$\Delta F = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-h}^h dz \{ f(\phi_x(x-\Delta x, z), \phi_z(x-\Delta x, z)) - f(\phi_x(x, z), \phi_z(x, z)) \}$$

但し、 ϕ_x, ϕ_z の添え字はその文字による偏微分を表す。

$$\begin{aligned} \Delta F &= -\Delta x \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-h}^h dz \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \\ &= -\Delta x \int_{-h}^h dz \{ f(\phi_x(\infty, z), \phi_z(\infty, z)) - f(\phi_x(-\infty, z), \phi_z(-\infty, z)) \} \end{aligned}$$

ここで、

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \phi_x(x, z) = \frac{\pi}{2} - \frac{(\theta - \pi)z}{2h}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \phi_x(x, z) = \frac{\theta z}{2h}, \quad \Delta x = u \Delta t \quad \text{より}$$

$$\Delta F = -u \Delta t \frac{K \alpha^2 \pi (\pi - 2\theta)}{4h} \quad (2-12)$$

（2-12）式で表される自由エネルギーが、ディスクリネーションが移動する事により低くなる。このエネルギーは、ディスクリネーションが移動する際にその場所の液晶分子を回転させるエネルギーとして散逸する。但し、ここでは液晶分子は流れないと仮定する。この局所的なディレクターの回転に対抗する偶力は、

$$\Gamma_{\text{visc}} = -\gamma_1 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2-13)$$

である。ここで、 γ_1 はツイストの粘性係数である。また、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -u \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

より、単位時間、単位長さ当りのディスクリネーションのエネルギー散逸は、 $\Gamma_{visc} \cdot (\partial \phi / \partial t)$ から、 $\gamma_1 u \alpha^2 J$ で与えられる。但し、 J は無次元の量で、

$$J \equiv \frac{1}{\alpha} \iint_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dz \quad (2-14)$$

散逸積分と定義する。 s は $x-z$ 平面でエネルギーの散逸が起こる領域を表している。 θ の 90° からのずれを表す量： $\varepsilon = \pi/2 - \theta$ を導入し、 J を ε の関数として、 $J = J_0 + \varepsilon J_1 + \varepsilon^2 J_2 + \varepsilon^3 J_3 + \dots$ と展開する。 ε に対し反対にねじった $-\varepsilon$ のセルでは、ディスクリネーションの動く速度は $-u$ であるから、(2-15) 式より、 $J(-\varepsilon) = J(\varepsilon)$ であり、 J は ε の偶関数になっている。従って、 $J_1 = 0, J_3 = 0, J_5 = 0, \dots$ より、以下では $J \simeq J_0$ と近似し、Geurstら²⁹⁾ と同じ表式を使うことにする。

$(\Delta F / \Delta t)$ がエネルギーの散逸 $\gamma_1 u^2 \alpha J$ に等しくなることから、

$$\frac{u K \alpha^2}{2h} \varepsilon = \gamma_1 u^2 \alpha J$$

より、

$$u = \frac{\alpha K \pi}{2h \gamma_1 J} \varepsilon \quad (2-15)$$

となる。

これまでは、直線のディスクリネーションに於て、 θ ねじれと $\pi - \theta$ ねじれのエネルギー差によりディスクリネーションが移動する効果のみを考慮してきたが、この他に曲がったディスクリネーションが弾性エネルギーを減らすためにディスクリネーションが収縮する効果も考えなければならない。

ディスクリネーションが存在すると、その周りのディレクター場を歪ませることにより、系の自由エネルギーを増加させている。このエネルギーは、ディスクリネーションを中心にセルの厚み程度の領域に集中している。ディスクリネーションは自身が収縮して系のエネルギーを減少させる。

$\theta = 90^\circ$ の直交 TN セルでもディスクリネーションが動くのはこのためである。

一般の熱力学での表面張力と表面の自由エネルギー密度との関係と同様に、ディスクリネーションが存在することによる過剰なエネルギーは、ディスクリネーションの線張力に関係する量である。この過剰なエネルギーを $\alpha K I(L)$ とする。 S_L を $-L < x < L, -h < z < h$ (但し、 $L \gg 2h$) というディスクリネーションの周りの領域とする。 $\alpha K I(L)$ は定義より、

$$\begin{aligned} \alpha K I(L) = & \frac{1}{2} K \iint_{S_L} dx dz \left[\left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \alpha^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] \\ & - \left\{ \frac{\alpha^2 K}{2} \left(\frac{\theta}{2h} \right)^2 2hL + \frac{\alpha^2 K}{2} \left(\frac{\pi - \theta}{2h} \right)^2 2hL \right\} \end{aligned} \quad (2-16)$$

(2-16) 式の右辺第 2, 3 項は、それぞれ、 θ ねじれ、 $\pi - \theta$ ねじれの弾性エネルギーでディ

スクリーションが存在せずに二つの状態が隣接した場合の自由エネルギーである。 $\alpha K I$ を単位長さ当りのディスクリネーションが存在することにより系のエネルギーを増加させる量として次のように定義する。

$$\alpha K I = \lim_{L \rightarrow +\infty} \alpha K I(L) \quad (2-17)$$

$$I = -\frac{\pi}{8} \log \left(4 \sin^2 \frac{\pi b}{2h} \right)$$

b はディスクリネーションコアの半径であり、実質的に θ によらない。従って I も直交TNセルの場合²⁹⁾と同じになる。Geurstら²⁹⁾らの実験によると、このコアの半径はセルの厚みのおよそ5%ほどである。

つぎに、ディスクリネーションの縦の線張力を λ とすると、

$$\lambda = \alpha K I + E_{\text{core}} \quad (2-18)$$

となる。ここで、 E_{core} は、ディスクリネーションのコアそのもののエネルギーで、 $\alpha K I$ に比べて無視できると仮定する。ある位置でディスクリネーションが曲がっていると、ディスクリネーションの方向に働く張力の合力として、ディスクリネーションの曲率半径の中心方向に対して力が働く。その力を $\pi_{\theta 1}$ とし、ディスクリネーションの曲率半径を R とすると、

$$\pi_{\theta 1} = \lambda / R \quad (2-19)$$

となる。さらに ε が0でない場合は、 θ ねじれと $\pi - \theta$ ねじれにエネルギー差が生じるので、この効果から $\varepsilon K \alpha^2 \pi / 2h$ の力が加わる。従って、ディスクリネーションに働く全てのドライビングフォースが、摩擦力： $-\gamma_1 u \alpha J$ とつり合うことから、

$$\gamma_1 u \alpha J + \frac{\lambda}{R} \pm \frac{\alpha^2 K \pi}{2h} \varepsilon = 0$$

$$-u = \frac{K I}{\gamma_1 J} \times \frac{1}{R} \pm \frac{\alpha K \pi}{2h \gamma_1 J} \varepsilon \quad (2-20)$$

(2-20)式の右辺第2項の符号は、+はねじれが小さい状態の領域が広がる方向にディスクリネーションが動く場合であり、-はその反対方向に動く場合に対応する。ここで、次のように Γ と D を定義して、次のように書き換えられる。

$$\Gamma \equiv \frac{K I}{\gamma_1 J}, \quad D \equiv \frac{\alpha K \pi}{2h \gamma_1 J}$$

$$-\frac{dR}{dt} = \frac{\Gamma}{R} \pm D \varepsilon \quad (2-21)$$

この式の形は、Geurstら²⁹⁾が、磁場中での $\theta = 90^\circ$ の直交TNセルに於いて導いたディスクリネーションの運動方程式と同じ形である。つまり、 θ の 90° からのずれの効果が磁場の効果と同

じになることを意味している。(2-21)式より、非直交TNセルに於けるディスクリネーションの運動方程式は、

$$\frac{\partial \mathbf{r}(a,t)}{\partial t} = -n\Gamma \kappa(\mathbf{r}(a,t)) \mp nD\varepsilon \quad (2-21')$$

$\mathbf{r}(a,t)$ は時刻 t での界面上の座標 a における2次元ベクトルであり、 n はその座標での界面の法線ベクトルで曲率半径の中心から $\mathbf{r}$ に向かう方向を正にとる。 $\kappa(\mathbf{r}(a,t))$ は、 $\mathbf{r}(a,t)$ での平均曲率を表す。

この様に、ディスクリネーションの運動方程式は、TDGL方程式から導いた非保存2次元系1次元界面の外場のある場合の運動方程式と同一の形の式になった。

理論と実験とを比較する為に、円形のディスクリネーションループについて半径 R の時間発展を(2-21)式から解くと、

$$-t = \frac{R^2}{D\varepsilon} - \frac{\Gamma}{(D\varepsilon)^2} \log\left(1 + \frac{D\varepsilon}{\Gamma}\right) \quad (2-22)$$

となる。但し、 $t=0$ をディスクリネーションループが消滅($R=0$)する時刻とした。従って、ディスクリネーションループが存在する時は、 $t<0$ である。この式をもとに実験結果との比較を行う。

第3節 実験系

実験系の概略を図2-4に示した。用いた実験装置を以下にまとめた。

偏光顕微鏡	オリンパス BH-2
TVカメラ	NEC TI-22A CCDカメラ
VTR	SONY SL-HF900
コンピューター	NEC PC9801VM21
フレームメモリー	Mitani IFM/PC-512
モニター	SONY KX-14HD1
ビデオプリンター	HITACH VY-100

偏光顕微鏡を使ってTVカメラに撮られた画像データをコンピューターに入力し、スーパーインポーズ機能によってタイムカウンターなどの情報を画像情報に重ね合わせてVTRに記録する。このカウンターは、カメラから同期信号をコンピューターに取り込むことにより、1フレーム:1/30秒ごとにカウントさせている。この画像情報は6bitの数値にデジタル化されてフレームメモリーに取り込まれ、コンピューターにより処理される。フレームメモリーの画素数は、512×512ピクセル

である。また、画像データは、ビデオプリンターによってプリントアウトすることができる。今回の実験で用いた液晶は代表的なネマチック液晶：MBBAであり、その構造式を図2-5に示してある。

第5節 実験結果

セルをヒーターでネマチック転移点以上に暖める。そして直ちに35℃に温度コントロールしてあるスライドガラス製の水槽にいれる。水槽の概略を図2-6に示した。この水槽はクロスニコルの偏光顕微鏡ステージ上にある。

各角度のセルについての実験結果の一例をPhoto-1～Photo-5に示した。90°～50°の順で、急冷後の時間は下に示してある。倍率は10倍である。写真の縦の長さが約2mmである。写真中の黒い線がS=1/2のディスクリネーションである。理論と比較する為には円形のディスクリネーションループに着目するのであるが、10倍のデータでは不可能であったから、倍率を50倍にして円形のディスクリネーションループをさがした。ディスクリネーションが消滅する前は、ほぼ円形になっているので、その平均半径を測定した。ディスクリネーションが消滅する時刻を $t=0$ [sec]にして、(2-22)式を使い最小2乗法でフィッティングした。その結果

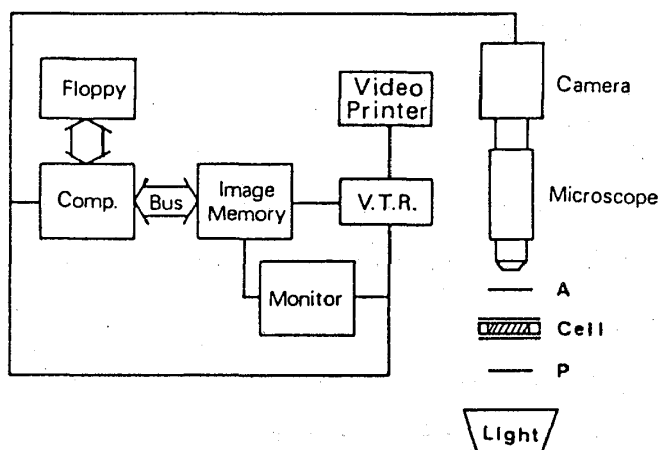
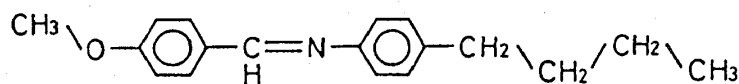


図2-4 実験系の概略図



MBBA

(4'-methoxybenzylidene- 4-n-butylaniline)

図2-5 MBBAの構造式

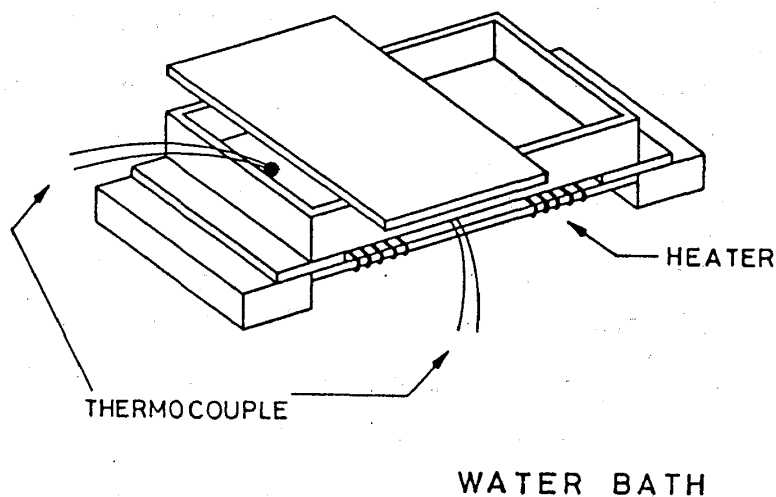
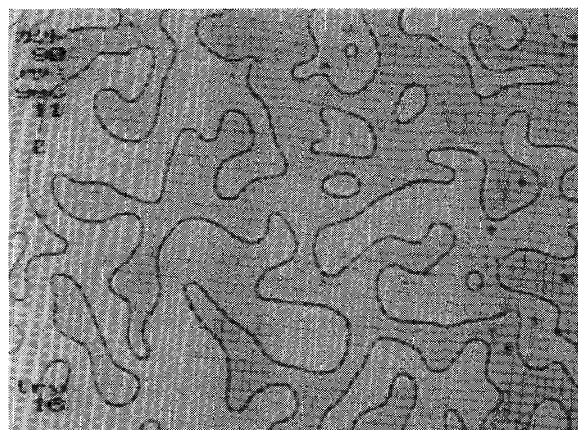


図2-6 顕微鏡ステージの水槽

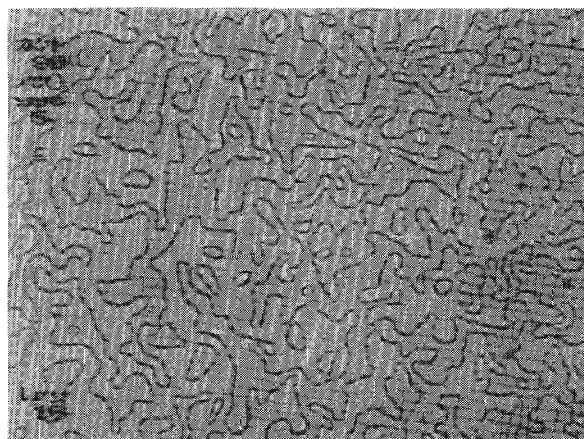
顕微鏡写真

Photo. 1

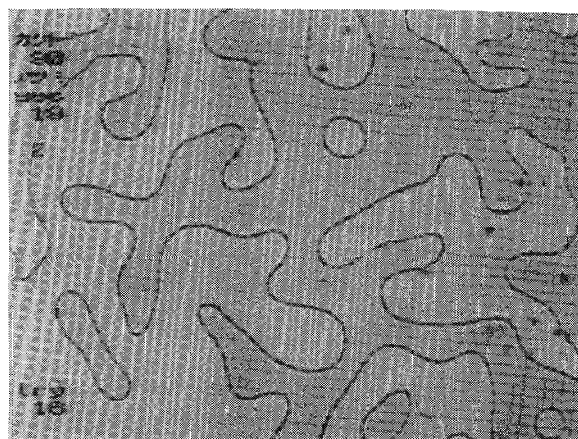
$\theta = 90^\circ$



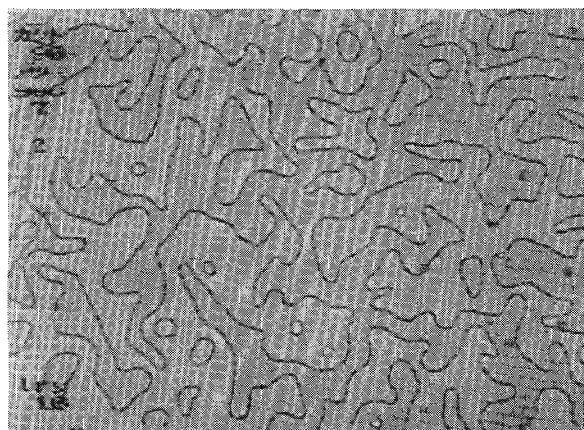
8 秒後



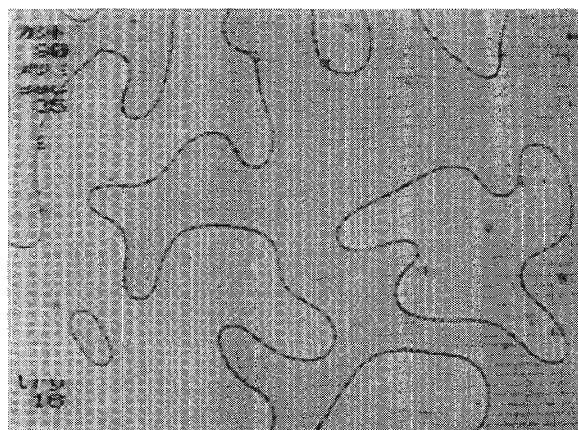
2 秒後



1 6 秒後



4 秒後

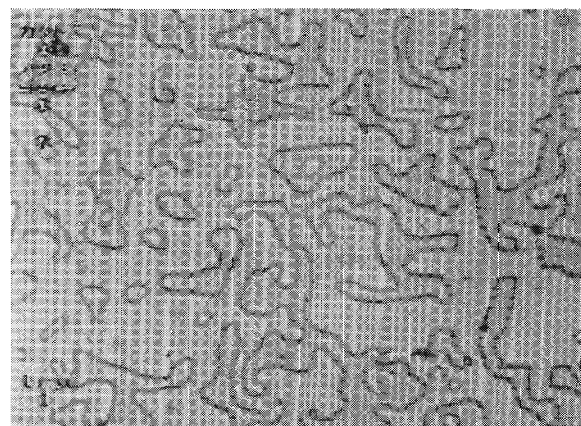


3 2 秒後

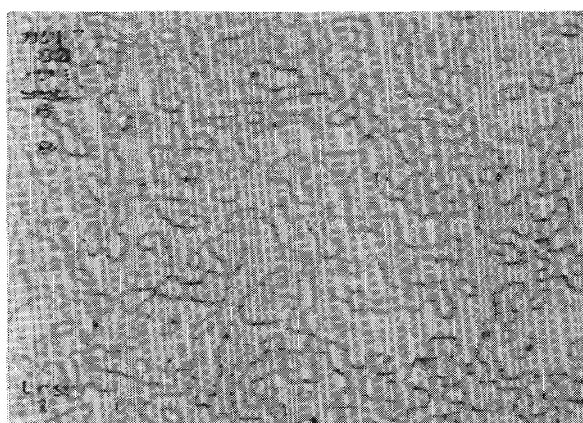
顕微鏡写真

Photo. 2

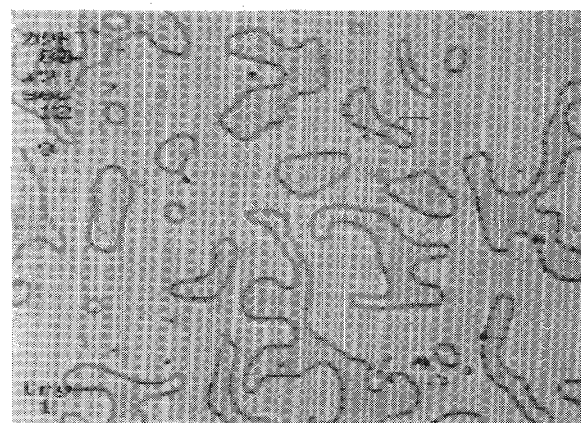
$\theta = 80^\circ$



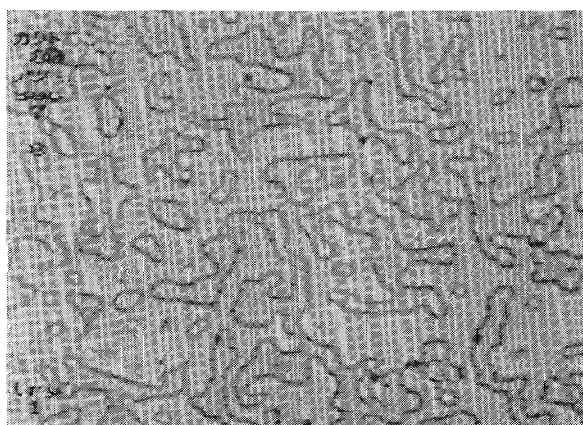
4 秒後



2 秒後



8 秒後



3 秒後

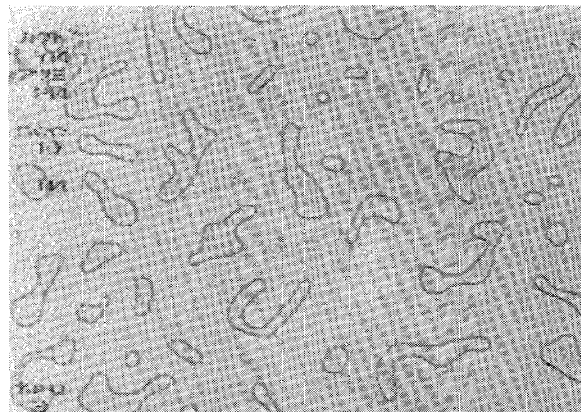


1 2 秒後

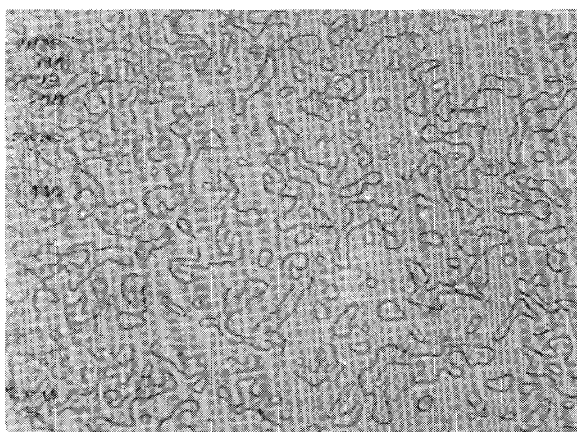
顕微鏡写真

Photo. 3

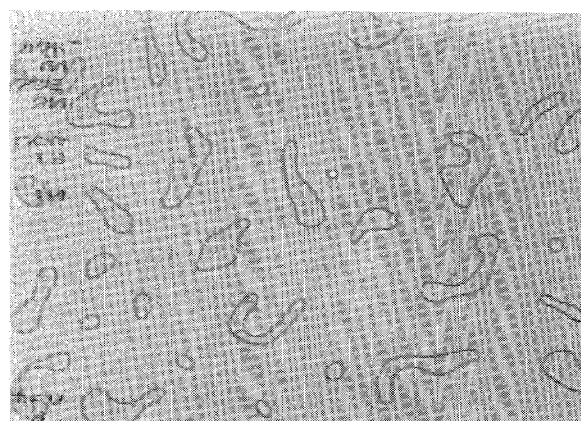
$\theta = 70^\circ$



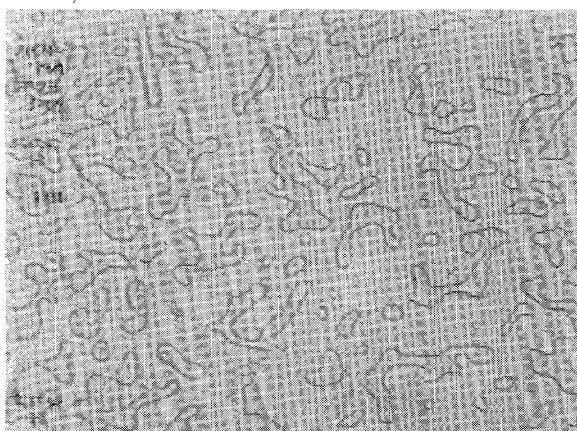
6 秒後



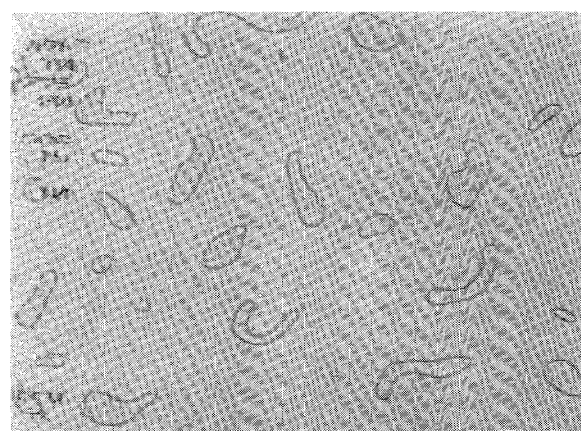
2 秒後



8 秒後



3 秒後



10 秒後

顕微鏡写真

Photo. 4

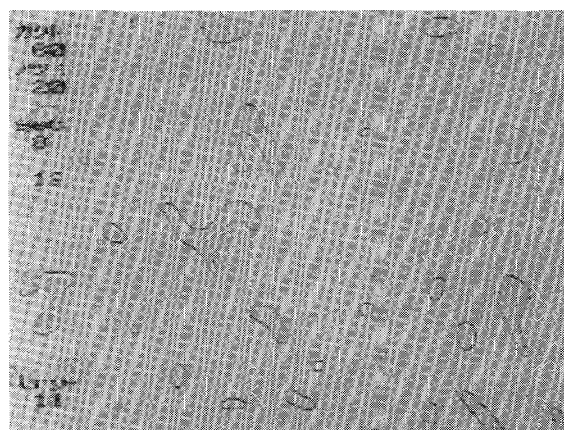
$\theta = 60^\circ$



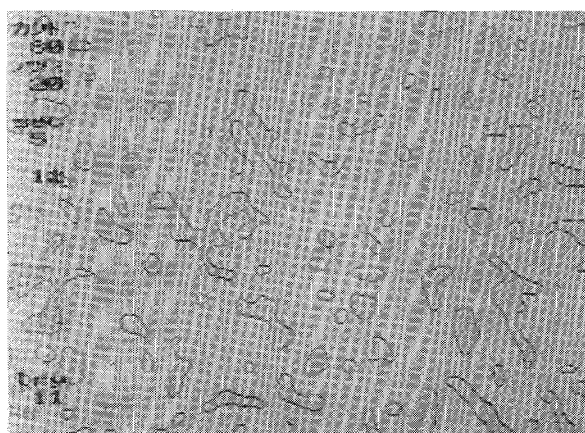
4 秒後



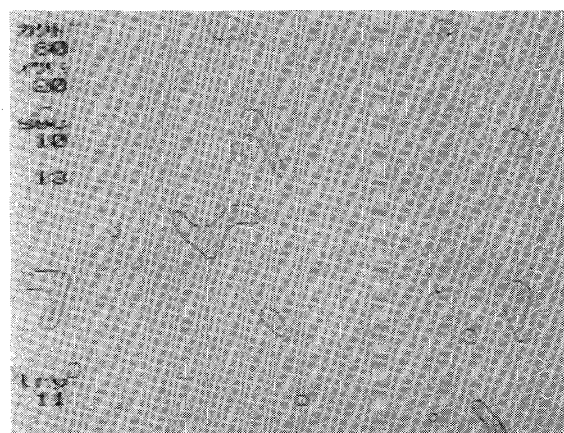
2 秒後



6 秒後



3 秒後

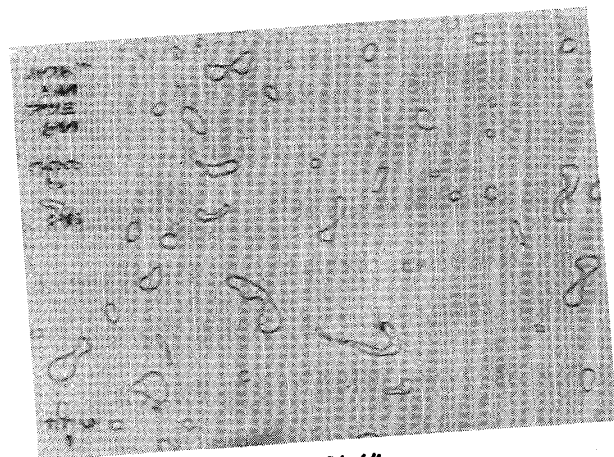


8 秒後

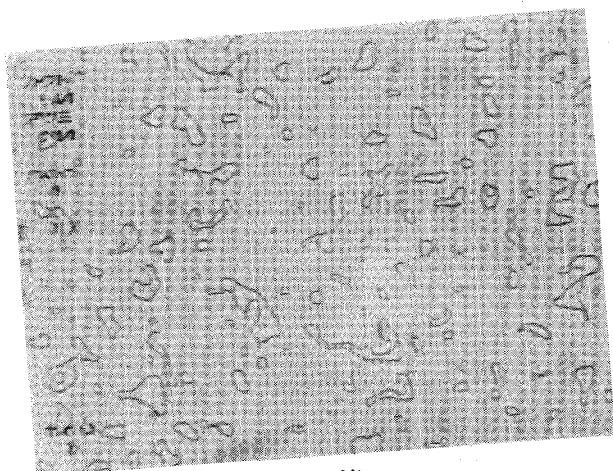
顕微鏡写真

Photo. 5

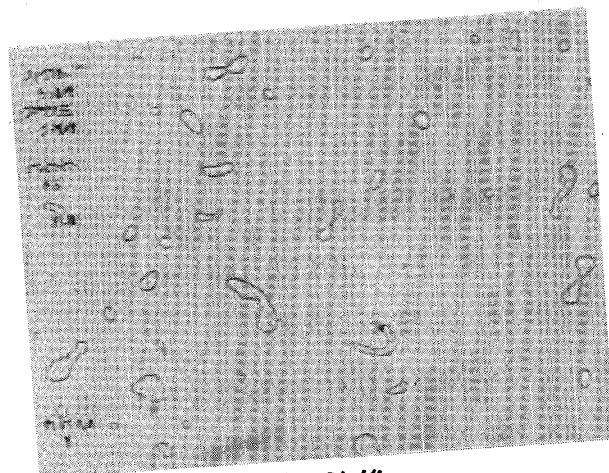
$\theta = 50^\circ$



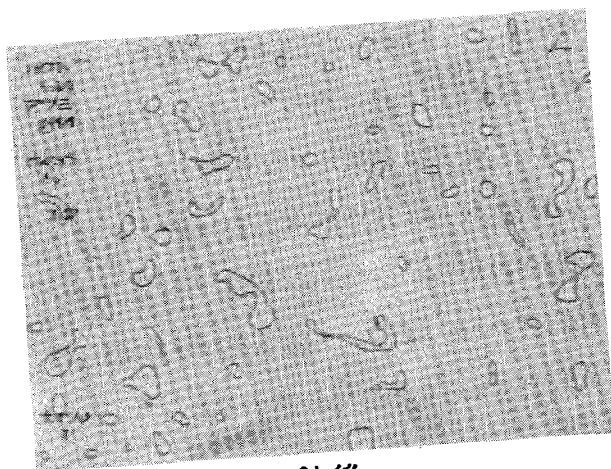
3.5 秒後



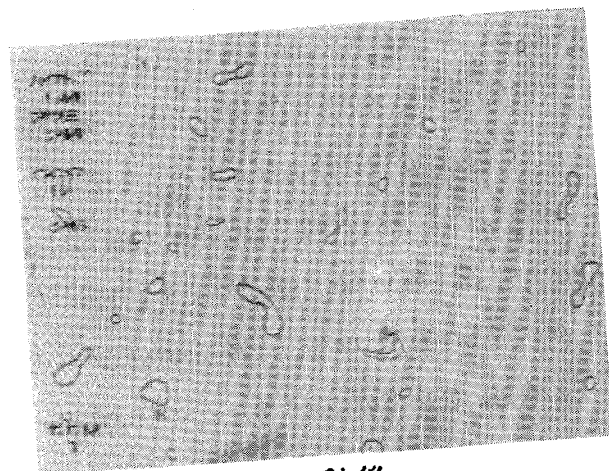
2 秒後



4 秒後



3 秒後



4.5 秒後

を図2-7に示した。縦軸はディスクリネーションループの半径であり、横軸は時間である。上から順に $\theta = 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ のデータを示してある。このグラフに示してある程度の曲率半径では、(2-21)式第1項のディスクリネーションの張力による効果が主で有り、セルの角度による違いは顕著には現れない。 $t = -2$ [sec]より以前の時刻においては、大きなディスクリネーションループは円形からの歪が大きく(2-22)式による近似は悪くなる。フィッティングで用いたデータは、 $t = -4$ [sec]付近でも比較的に円形に近いディスクリネーションループを数多くの実験データの中から選んで使用した。

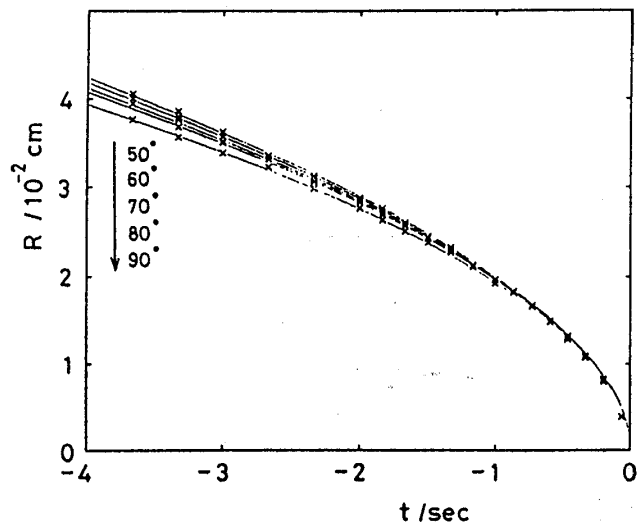


図2-7 ディスクリネーションループの半径の時間発展

実験値は理論曲線によく一致しているとおもわれる。このフィッティングより、実験値として35℃では、 $\Gamma = 1.8 \times 10^{-6}$ [cm²/sec], $D = 2.9 \times 10^{-4}$ [cm/sec]となった。

第6節 実験結果の考察

この実験結果を他の実験で得られた値と比べてみる。折原・石橋³⁰⁾は、 $\theta = 90^\circ$ の直交TNセルについて2つの方法で Γ を測定している。1つは今回と同じ方法で、円形のディスクリネーションループで R と t を測定し、 $\Gamma = 1.8 \times 10^{-6}$ [cm²/sec](35℃)、またもう一つは、全体のバターの時間発展より、 $\Gamma = 2.1 \times 10^{-6}$ [cm²/sec](35℃)と報告されている。さらに、Geurstら²⁹⁾によって、 $\Gamma = 1.5 \times 10^{-6}$ [cm²/sec](22℃)と報告されている。MBBAの物質定数は温度によって変化していることを考慮すると、今回我々が得た値は先の実験報告と良く合っているといえる。

次に Γ と D の定義より、 J と I を推定してみる。MBBAについては物質定数が報告されている。35℃では、 $k_{11} = 0.43 \times 10^{-6}$ [dyne], $k_{22} = 0.31 \times 10^{-6}$ [dyne], $k_{33} = 0.35 \times 10^{-6}$ [dyne],³⁸⁾
 $\gamma_1 = 1.25$ [dyne sec/cm²]³⁹⁾より、 $K = (k_{11} + k_{33})/2 = 0.47 \times 10^{-6}$, $\alpha \simeq 0.8$ となるから、 $J \simeq 1.7$, $I \simeq 7.8$ となる。一方 Geurstら²⁹⁾の $\theta = 90^\circ$ の直交TNセルについて磁場をかけた実験によると、22℃で $J = 1.9$, $I = 1.5$ と報告されている。物質定数から Γ と D を計算すると、 $\Gamma = 0.78 \times 10^{-6}$ [cm²/sec], $D = 6.5 \times 10^{-4}$ [cm/sec]となる。

この様に、理論値と実験値は約2～3倍異なっている。但し、理論式を導くにあたっては、数々の近似を行った。例えば、静的な配向状態の解を定常状態の解とみなしたり、液晶分子の流れの効

果を無視したり、ディスクリネーションを直線近似したり、 $k_{11} = k_{33}$ とおいたりした。このような数多くの近似をしたにもかかわらず、実験値は理論式で良くフィットすることができた。このことは、使った近似が妥当であったことを意味するものと考えられる。

この実験では、 $\theta = 40^\circ$ のセルと 30° のセルをも作製して実験を行ってみたが、大きな円形のディスクリネーションループはできずデータを取るができなかった。

第3章 パターンの時間発展

第1節 直交TNセルのパターン

前章では、一本のディスクリネーションについて、運動方程式(2-21)式を導出し、そしてそれを実験的にたしかめた。この章ではPhoto-1~Photo-5に示したTNセル急冷後のディスクリネーション全体のパターンの時間発展について論じる。

$\theta = 90^\circ$ の直交TNセルでは、 θ ねじれと $\pi - \theta$ ねじれはどちらもセルの上下方向に液晶分子の配向が 90° ねじれていて、異なるのは右にねじれるか左にねじれるかのみであり、従って2つの状態はエネルギー的に縮退している。

Allen-Cahn⁸⁾の理論によると、このような非保存系では、界面の面積(TNセルでは単位面積当りのディスクリネーションの総長)の時間発展が時間の $-1/2$ 乗に比例し、特徴的な長さは時間の $1/2$ 乗に比例する。 Cu_3Au や Ni_3Mn といった秩序-無秩序相転移をする合金では、急冷後の平均ドメインサイズが $t^{1/2}$ 則に従って大きくなることが観測されている¹⁸⁻¹⁹⁾。一方直交TNセルでは、単位面積当りのディスクリネーションの総長の時間発展は、時間の -0.44 乗に比例し、相関長は時間の 0.44 乗に比例して長くなっている。さらにパターンの時間発展については動的スケーリング則が観測されている³⁰⁾。

第2節 非直交TNセルのパターンの時間発展

ディスクリネーションパターンの時間変化をまとめて図3-1に示した。白い領域は θ ねじれの状態、黒い領域は $\pi - \theta$ ねじれの状態、境界がディスクリネーションに対応する様に実験データを

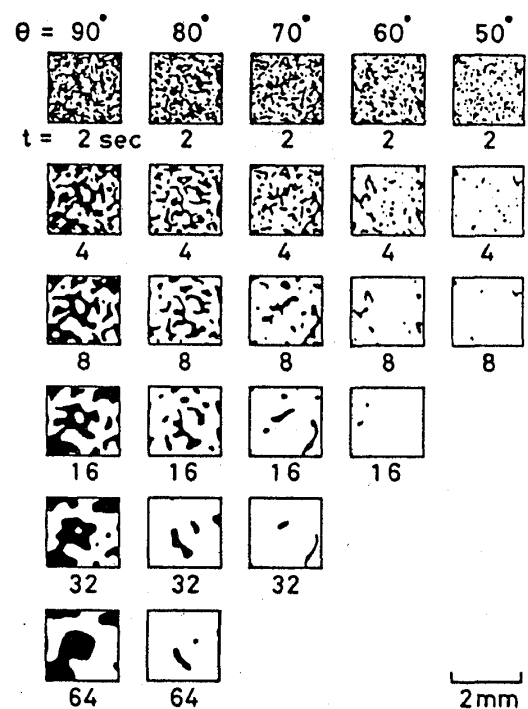


図3-1 TNセル急冷後における2つの領域の時間変化。白い領域は θ ねじれの状態、黒い領域は $(\pi - \theta)$ ねじれの状態、境界がディスクリネーションに対応する。

処理してある。サイズは2mm×2mmである。一番左は直交TNセルであり、次に $\theta = 80^\circ$ の非直交TNセル、そして、 $\theta = 70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$ の順に並んでいる。時刻については、急冷後に等方相からネマチック相に転移した時刻を $t = 0$ とした。顕微鏡でディスクリネーションを見分けることができるのが約1秒後である。図3-1には、2秒後、4秒後、8秒後、16秒後、32秒後、64秒後のパターンを示した。直交TNセル($\theta = 90^\circ$)では2つの領域が時間に対してほぼ一定の割合で存在しているのに対して、非直交TNセル($\theta = 80^\circ, 70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$)では $\pi - \theta$ ねじれの領域は時間と共に小さくなり、消滅してしまう。その傾向は、 θ の 90° からのずれ、即ち ε が大きいほど著しくなる。

このようなパターンを定量的に議論する為に、次のような量を導入した。

$A(t)$: 全体の面積に対する $\pi - \theta$ ねじれの領域の面積比

$L(t)$: 単位面積当りのディスクリネーションの総長

$C(x, t)$: 空間相関関数

空間相関関数は、

$$S(x, t) = \begin{cases} +1 & \text{白い領域} \\ -1 & \text{黒い領域} \end{cases}$$

と定義される量により、

$$C(x, t) \equiv \langle S(x, t) \cdot S(0, t) \rangle$$

と定義されている。但し、 $\langle \rangle$ は空間平均を意味している。画像処理では、画像情報を、縦208画素、横256画素に縮約して処理を行った。縦が横に対して少ないのは、TVの画像が正方形でないからである。画像処理の処理速度の都合上、 $L(t)$ の計測は真のディスクリネーションの総長ではなくフレームの片方の軸に斜影した場合の長さを計測した。パターンに統計的に異方性がない場合は、 $L(t) = 2/\pi \cdot L_{\text{real}}(t)$, ($L_{\text{real}}(t)$ は真の総長)となる。画像処理では、顕微鏡で撮影した生のディスクリネーションパターンを図3-1の様に2値化してから処理を行う。具体的な処理方は以下の通りである。

$L(t)$: 水平方向にスキャンして、色が変化する所の数をカウントし全画素の数 $N = 208 \times 256$ で割る。

$$A(t) = \frac{1}{N} \sum_i \sum_j \frac{1 - S_{i,j}}{2}$$

距離: $x = n \cdot \Delta x$, Δx は1画素に対応する長さ、 n は画素の番号を示す。

$$C(k\Delta x, t) = \frac{1}{208(255-k)} \sum_{i=0}^{207} \sum_{j=0}^{255-k} S_{i,i+k} \cdot S_{i,j}$$

面積率の時間に対する変化を図3-2に示す。縦軸は面積率であり、横軸は急冷後の時間である。単位面積当りのディスクリネーションの総長の時間に対する変化を図3-3に示す。縦軸はディスクリネーションの総長であり、横軸は急冷後の時間である。図3-2, 図3-3には、上の線から順に $\theta = 90^\circ, 80^\circ, 70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$ のデータをプロットしてある。 $\theta = 90^\circ$ の直交TNセルでは、 $A(t)$ は、ほぼ一定の $1/2$ に近い値で変化しないが、他の非直交TNセルでは、 ε が大きいほど速く $\pi - \theta$ ねじれの領域が消滅しているのが定量的に分かる。

非直交TNセルの空間相関関数のグラフを図3-4に示す。縦軸が相関関数で、横軸が長さである。(a)から(e)の順に $\theta = 90^\circ, 80^\circ, 70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$ となっている。空間相関関数が振動していることは、パターンに周期的な構造が存在していることを示すのであるが、この系は非保存系であるので同じ実験で相関関数を平均した場合には相関関数は振動しない。このことは、スピノーダル分解の場合に周期構造が現れる現象とは異うことである。直交TNセルのグラフに於て、相関関数の値が時間と共に1に近付いていくのは、黒い領域の面積が少なくなっていくからであり、最終的には θ ねじれの状態になり、 $C(x, t) = 1$ になる。 $\theta = 90^\circ$ の直交TNセルでは、空間をスケールすると各時刻のデータが単一の曲線にのったが³⁰⁾、非直交TNセルのグラフでは明らかに、空間軸：即ち横軸をどの様にスケールしようとも単一の曲線にはのらない。つまり、非直交TNセルの急冷後の秩序化過程においては動的スケーリング則は成り立たない。

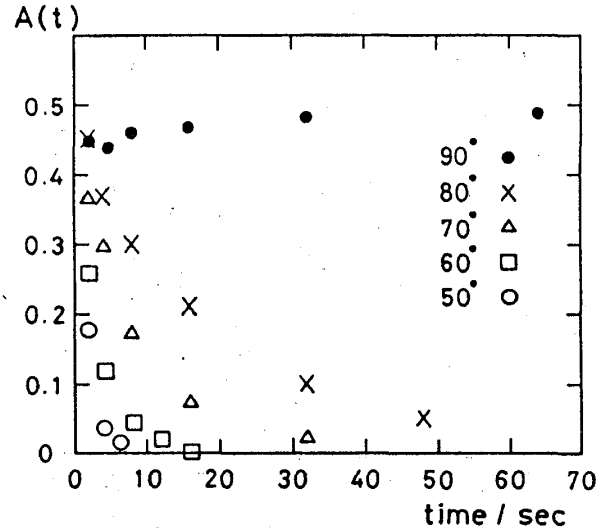


図3-2 $\pi - \theta$ ねじれの領域の面積比： $A(t)$ の時間変化

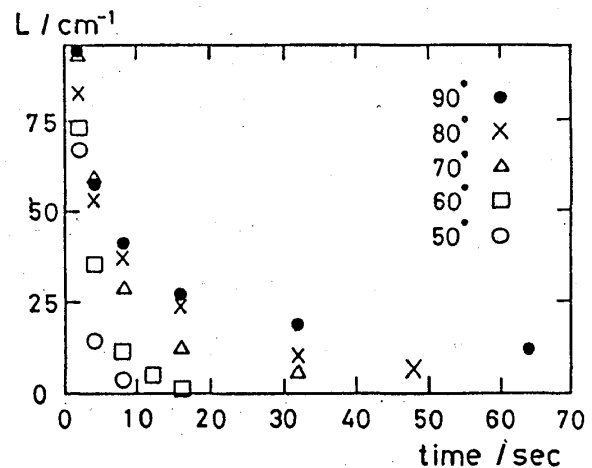


図3-3 単位面積当りのディスクリネーションの総長： $L(t)$ の時間変化

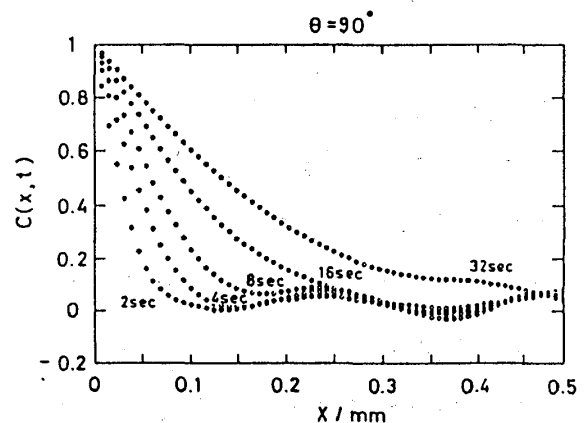


図3-4(a) 空間相関関数の時間変化

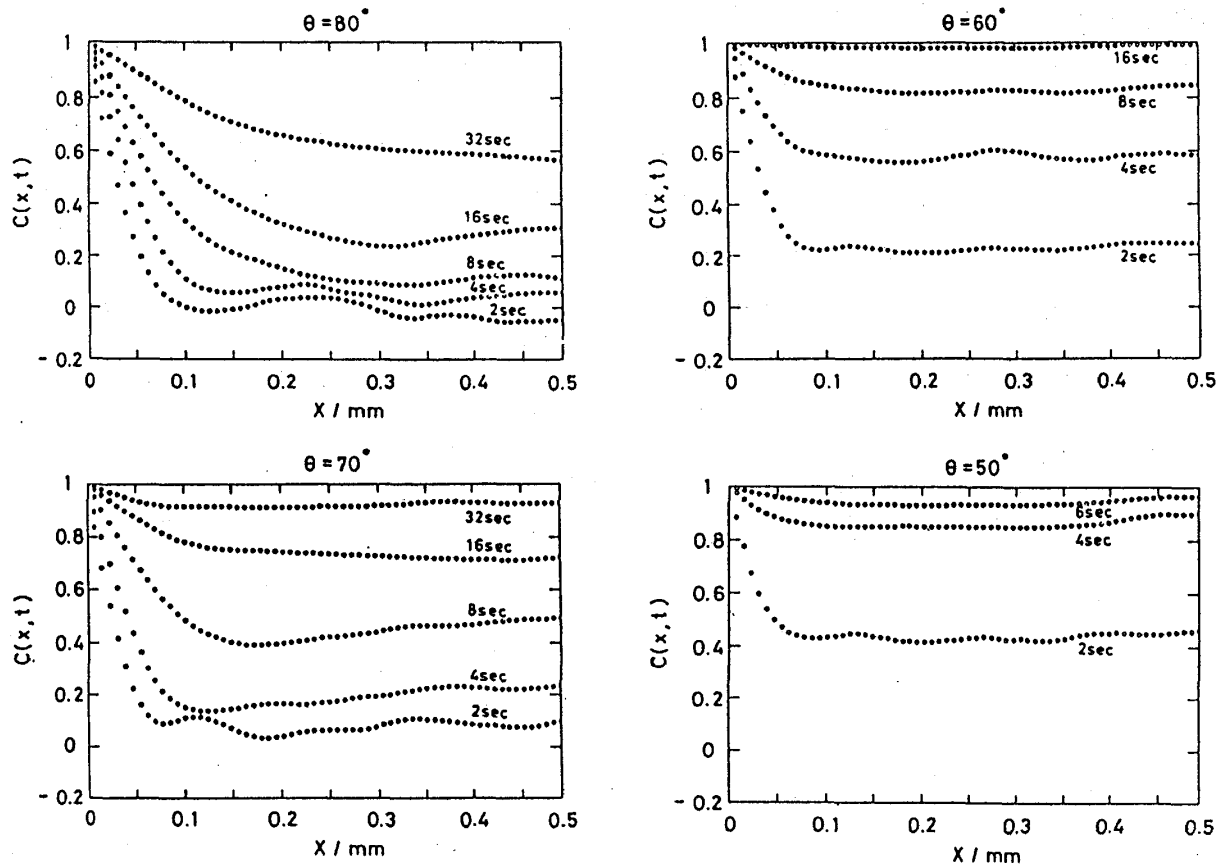


図3-4(b)~(e) 空間相関関数の時間変化

第3節 スケーリング則

非直交TNセルには動的スケーリング則は存在しないが、次のような方法で空間と時間をスケールすることにより、色々な非直交TNセルの間に共通した性質のパターンがあることが判った。それは、特徴的な長さ $\ell \equiv \Gamma / D\varepsilon$ [cm] と特徴的な時間 $\tau \equiv \Gamma / (D\varepsilon)^2$ [sec] を導入することにより、(2-21) 式を Γ と $D\varepsilon$ をあらわに含まない無次元の形に書き直すことができ、

$$\frac{dR}{d\tau} = -\frac{1}{R} \mp 1 \quad (3-1)$$

となる。ここで $R \equiv R / \ell$, $\tau \equiv t / \tau$ である。この様な量により、全てのスケールされた量を Γ と $D\varepsilon$ に依存しない形にすることができる。各量の次元を考慮して

$$\tilde{L}(\tilde{\tau}) = L(t) \ell \quad (3-2)$$

$$\tilde{A}(\tilde{\tau}) = A(t) \quad (3-3)$$

$$\tilde{C}(\tilde{x}, \tilde{\tau}) = C(x, t) \quad (3-4)$$

ここで $\tilde{x} = x / \ell$ であり、 $\tilde{L}(\tilde{\tau})$, $\tilde{A}(\tilde{\tau})$, $\tilde{C}(\tilde{x}, \tilde{\tau})$ は Γ と $D\varepsilon$ に依存しない。(3-2) , (3-3) , (3-4) 式を確かめるために、図3-5に $L\ell$ 対 t/τ , 図3-6に A 対 t/τ を実験データを使ってプロットした。どちらのデータもほぼ同じ一つの曲線にのっていることが判る。同様にして相関関数も空間と時間を ℓ と τ でスケールしてプロットしてみた。図3-7は、角度の異

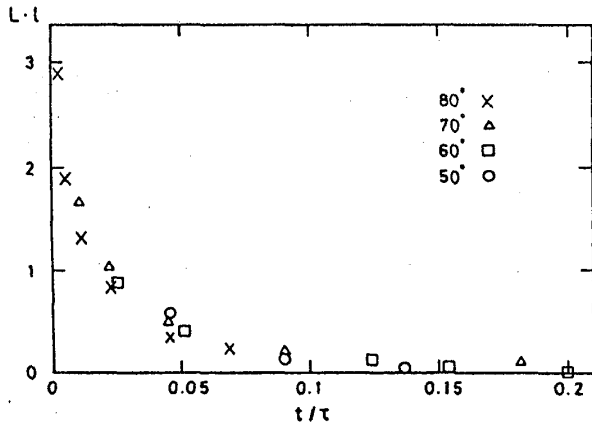


図3-5 特徴的長さ×単位面積当りのディ
スクリーネーションの総長のスケールされた時間
依存性

なる80°から50°の非直交TNセルに
ついて、同一のスケールされた時刻： $t/\tau = 0.025, 0.05, 0.1$ における相関関数をス
ケールされた空間でプロットした。図3-
7の $t/\tau = 0.1$ では、データのばらつきが
 $t/\tau = 0.025, 0.05$ のデータより大きいのは、
黒い領域が少ない時間のパターンであるか
ら、複雑なパターンに比べて統計性が悪く
なることが原因の一つであると考えられる。
図3-7より、同じスケールされた時間に
おいては各非直交TNセルは統計的に同じ
構造をしていることが判る。この様に、非
直交TNセルでは動的スケーリング則が存

在しないが、図3-7に現れているようなスケーリング則が存在していることが判った。

これまでの議論により、(3-2)，(3-3)式をもとに、 $L(t)$ と $A(t)$
の関数の形を見積ってみる。 $\varepsilon = 0$ では $L(t) \propto t^{-1/2}$ より、

$$\tilde{L}(\tilde{t}) = c \tilde{t}^{-1/2} f_L(\tilde{t})$$

c は定数で Γ と $D\varepsilon$ には依存しない。 $f_L(x)$ は解析関数であり、 $f_L(0) = 1$ となる。従って、(3-
2)式は、

$$L(t) = c \Gamma^{-1/2} t^{-1/2} f_L(t/\tau) \quad (3-5)$$

といった関数形になると予想される。

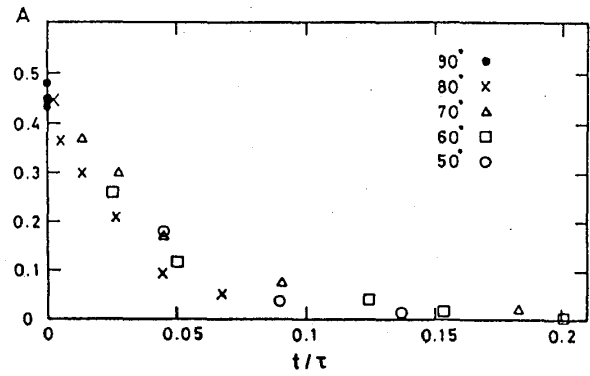


図3-6 $\pi - \theta$ ねじれの領域の面積比のス
ケールされた時間依存性

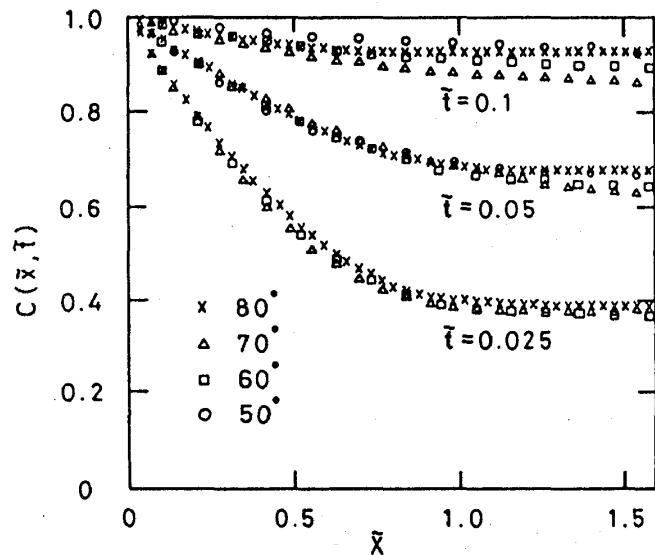


図3-7 スケールされた時刻におけるスケールさ
れた空間での相関関数

これまでの議論はディスクリネーションの運動方程式のみを基にしていたが、さらにディスクリネーションの初期分布をも考慮にいれなければならない。界面の時間発展に対する初期分布の影響は豊木・本田¹⁰⁾によって研究されている。一般的には初期分布において特徴的な長さ以外の長さのスケールが存在すれば、今回我々が観察した様なスケーリング則は存在しない。つまりスケーリング則が存在するのは、唯一の特徴的な長さのみが存在するか、又は何も存在しないかである¹¹⁾。

次の章ではこの初期分布についての考察を行う。

第4章 パターンの時間発展の初期分布依存性

第1節 u -場理論

秩序変数がスカラーである非保存系を無秩序相から秩序相へ急冷したあとの動力学は、秩序変数の値が異なる領域の間の界面の運動に縮約して考えることができる。外場の存在しない系に対しては、AllenとCahn⁸⁾がTDGL方程式から、界面の法線速度がその位置での平均曲率に比例することを導いた。彼らはまた、界面の面積の時間変化を考えると、複雑に入り組んだ界面に対して平均場近似から次元解析により、界面の面積の時間変化は時間の $-1/2$ 乗に比例して変化することを示した。この結果は、秩序-無秩序相転移する合金系¹⁸⁻¹⁹⁾や、直交TNセルの実験結果³⁰⁾と良く一致するが、この平均場理論からは、全体の構造を表す構造関数（あるいは相関関数）などは導かれていない。

太田-Jasnow-川崎らによって、初めて空間的な不均一性を取り入れられた理論が提出された¹¹⁾。この理論では、界面の面積の時間変化だけでなく、動的スケーリング則を示す構造関数や相関関数をも導いている。この理論は、モンテカルロ・シミュレーション¹²⁻¹⁵⁾や直交TNセルの急冷実験の結果³⁰⁾と良く一致する。その後、急冷後の温度が動力学に及ぼす影響や界面に働く揺動力の影響なども調べられた。

この節では、太田-Jasnow-川崎の理論¹¹⁾ (u -場理論) についての基本的な考え方の概略を述べる。

2次元系の1次元界面について考えると、界面の形状は、曲率 $\kappa(r(a, t))$ を用いて表すことができる。但し、 a は界面上の座標である。 κ と a の従う運動方程式は、

$$\left. \frac{d\kappa}{dt} \right|_n = \left(\kappa^2 + \frac{\partial^2}{\partial a^2} \right) v(r(a, t)) \quad (4-1)$$

$$\frac{da}{dt} = - \int_0^a \kappa(r(a', t)) v(r(a', t)) da' \quad (4-2)$$

但し、

$$v(r(a, t)) \equiv \frac{\partial r(a, t)}{\partial t} = \kappa(r(a, t)) \quad (4-3)$$

と書かれる。これらの幾何学的関係式が解ければ良いのだが、この式は非線形性の為に任意の初期条件で解くことは困難で、統計的な性質さえ分からない。そこで、界面そのものの運動で考えるのではなく、次のようなスカラー場：

$u(\mathbf{r}, t)$ を導入して議論をする。

$u(\mathbf{r}, t)=0$ を満たす面、即ち節面を界面に一致させ、節面の運動により界面の運動を議論する。図4-1に u -場と界面の関係を図示した。

TNセルに対応して考えると、 θ ねじれの領域が $u(\mathbf{r}, t)>0$ の領域であり、 $\pi-\theta$ ねじれの領域が $u(\mathbf{r}, t)<0$ の領域であり、ディスクリネーションが $u(\mathbf{r}, t)=0$ を満たす線となる。 $u(\mathbf{r}, t)$ は、 $u(\mathbf{r}, t)=0$ 以外ではどんな変化をしてもよく、 $u(\mathbf{r}, t)$ が正であるか負であるかどうかのみが実際の系では重要なのである。 u -場を直

観的に理解するには、海の中の島をイメージすれば良い。時刻 t 、場所 $\mathbf{r}$ での海面からの高さを $u(\mathbf{r}, t)$ とする。 $u(\mathbf{r}, t)=0$ は海岸線であり、ディスクリネーションに対応する。島の中で海面より上に出ているところが $\pi-\theta$ ねじれの領域に対応し、海面下の島の表面や海底が θ ねじれの領域に対応する。

界面と共に動く座標系のもとで、十分乱雑な界面に対して界面の運動は、拡散方程式に従うスカラー場の節面の運動として次のように記述される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Gamma' \left(1 - \frac{1}{d}\right) \nabla^2 u \quad (4-4)$$

(以下では、 $\Gamma = \Gamma'(1 - 1/d)$)とおく。そして界面が複雑に入り組んでいる状態を $u(\mathbf{r}, t)$ の分布がガウシアンであると解釈する。太田-Jasnow-川崎理論¹¹⁾では、この分布の空間的な平均値が0であり、初期界面の面積を無限大であると仮定している。従って、 $u(\mathbf{r}, t)>0$ の場所も、 $u(\mathbf{r}, t)<0$ の場所も同じだけ有り、このことからこの系は、直交TNセルの系に対応する。この場合には、界面の面積： $A(t)$ 、相関関数 $C(\mathbf{r}, t)$ は、2次元では次のようになる。

$$A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (8\Gamma t)^{-1/2} \quad (4-5)$$

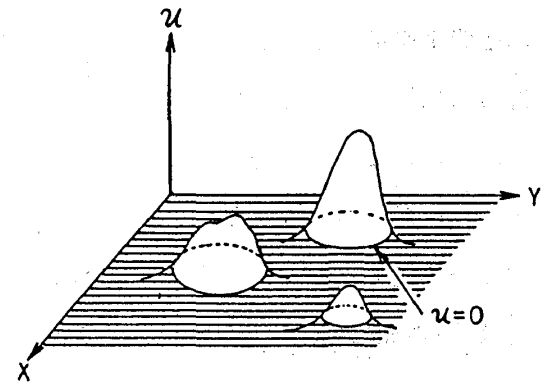
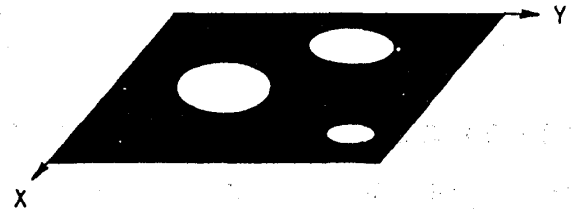


図4-1 u -場の概念図 図の上のパターンは下の様な u -場に対応する。 $u(\mathbf{r}, t)=0$ がディスクリネーションに対応する。

$$C(x, t) = \frac{2}{\pi} \arcsin \left\{ \exp \left(- \frac{r^2}{8 \Gamma t} \right) \right\} \quad (4-6)$$

(4-6) 式より、この系に動的スケーリング則が存在することが分かる。そして、この結果は、直交TNセルの実験データに良く一致する。

第2節 拡張されたu-場理論⁴⁰⁾

uの空間平均が0である場合は、二つの状態の領域はほぼ同じ割合で時間発展し、最終的にどちらか片方の状態になってしまうことはない。ところが、豊木-本田による初期分布について拡張されたu-場理論によると、初期分布において二つの状態のうちどちらかがわずかに多くなっていると、最終的には初期において優位だった状態のみになってしまうことが分かった。この状況を強磁性イジングモデルで考えると、急冷する際に弱い様な磁場が存在する場合に対応すると考えられる。ここで豊木-本田の理論⁴⁰⁾について概略を述べる。

u-場の従う式は(4-4)式と同じである。界面の運動方程式も同じである。uの分布はガウシアンと仮定しているが、 $u(r, t)$ の空間平均： $\langle u(r, t) \rangle = U$ は、0でない値でも良い。つまり始めからどちらか一方の状態の方が多く占めていることを表す。海の中で小さな島が分布していて、海の面積が、陸の面積より大きい、といった描像を思い浮かべれば良い。ここで、局所的な (r, t) での秩序変数を $\psi(r, t)$ とすると、全体の平均の秩序変数： $M(t) = \langle \psi(r, t) \rangle$ 、界面の面積： $A(t)$ 、空間相関関数： $C(r, t) = \langle \psi(r, t) \cdot \psi(0, t) \rangle$ はd次元空間でそれぞれ次のように表される。

$$M(t) = \text{sgn}(U) \text{erf}(\eta_U(t)^{1/2}) \quad (4-7)$$

$$A(t) = \sqrt{2} N_d l(t)^{-1} \exp(-\eta_U(t)) \quad (4-8)$$

$$C(r, t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} A_n(\eta_U(t)) [y(r, t)]^n \quad (4-9)$$

但し、

$$A_n(\eta_U) = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m+n-1)!!}{(2m+1)!} (-\eta_U)^{m+1/2} \right\}^2; n=\text{odd} \\ \frac{1}{n!} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m+n-2)!!}{(2m)!} (-\eta_U)^{m+1/2} \right\}^2; n=\text{even} \end{cases}$$

$$y(r, t) = \exp(-r^2 / l(t)^2)$$

$$\eta_U(t) = \frac{2U^2}{B} (t + \alpha)^{d/2}$$

Bは定数、

$$I(t) = \{8\Gamma(t + \alpha)\}^{1/2}$$

$\text{erf}(x)$ は誤差関数であり、次式で定義されている。

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$$

$\text{sgn}(x)$ は階段関数 $x > 0$ で1, $x < 0$ で-1をとる。

$$N_d = \frac{(d-1)\Gamma((d-1)/2)}{2\pi^{1/2}\Gamma(d/2)}$$

(**注意 上式の右辺にある $\Gamma()$ は Γ 関数の意味である。本論文の中で Γ を Γ 関数の意味で使うのはここだけである。 **)

α は初期の界面の相関距離を表すパラメーターであり、 $(8\Gamma\alpha)^{1/2}$ で長さの次元を持つ量である。

この様に、巨視的変数の時間発展が、 U と α の初期値のみによって決まる。

$M(0) \ll 1$ の場合、つまり初期分布において2つの状態の領域がほぼ同じだけ存在しているときは、

$$\alpha \simeq \frac{N_d^2}{4\Gamma} A(0)^{-2}$$

$$U \simeq \left(\frac{\pi B}{2} \right)^{1/2} (2\pi N_d)^{-d/4} M(0) A(0)^{d/2}$$

となる。実験やシミュレーションで注目している時間領域は、パターンが形成された後の後期段階である。この時間領域では、 $\alpha \ll t$ であるから従来は α を無視して $\alpha = 0$ としていた。 α が0であると、 U は $M(0)$ と $A(0)$ の関数として定まらなくなり、任意のパラメーターとして定まらなくなる。

強磁性イジングモデルによるモンテカルロ・シミュレーションの結果はこの理論と良く一致する⁴⁰⁻⁴²⁾。モンテカルロ・シミュレーションの結果を図4-2に引用した。図4-2では、up-spin: $\sigma = +1$ を白, down-spin: $\sigma = -1$ を黒で表している。図4-2(a)は初期のスピン配列がup-spinの数 N_+ とdown-spinの数 N_- が等しい場合: $N_+/N_- = 1.0$ であり、時間変化も $M(t) \simeq 1/2$ である。これに対し、(b)は N_+/N_- を1.0からわずかにずらし1.1にしてある。初期分布において

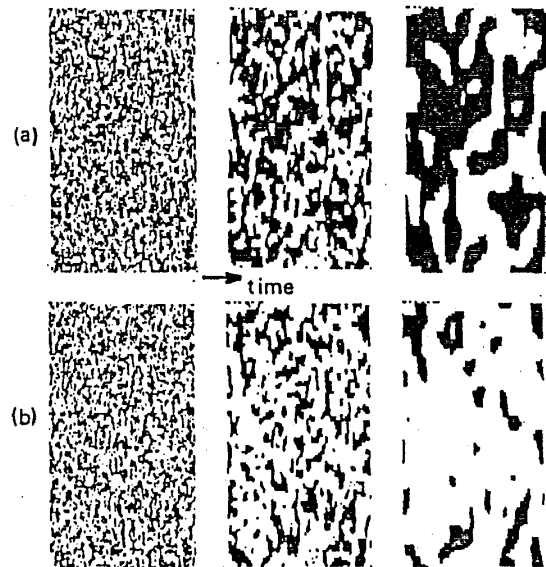


図4-2 文献⁴⁰⁾から引用したモンテカルロ・シミュレーションの結果 スピン配列の時間変化。白: $\sigma_i = +1$, 黒: $\sigma_i = -1$ 。初期条件は(a) $N_+/N_- = 1.0$, (b) $N_+/N_- = 1.1$ N_+, N_- はそれぞれ $\sigma_i = +1, \sigma_i = -1$ の数。

N_+ 対 N_- の比を僅かに変化させるだけで、その後のパターンの時間発展の様子は大きく変化してしまう。しかも興味深い点は、界面の運動方程式は(a)も(b)も同じであり、異なるのは初期の界面のつながり方のみである。(b)の場合を強磁性イジングモデルで考えると、スピン系を急冷する際に磁場をかけて初期分布を変化させ、そしてその後の時間発展においては磁場をゼロにする、と言うことに対応している。モンテカルロ・シミュレーションの結果は非常に興味深い。図4-2(a), (b)はそれぞれ、(a)直交TNセルのパターン、(b)は非直交TNセルのパターンに非常に類似している。

第3節 非直交TNセルの初期分布

偏光顕微鏡で観測される非直交TNセルのディスクリネーションの初期分布は、 θ ねじれと $\pi - \theta$ ねじれの領域の比が1対1にはなっていない。 ε が大きいほど $\pi - \theta$ ねじれの領域は少なくなっている。複雑に入り組んだディスクリネーションの運動には、主としてディスクリネーションの張力に起因する曲率に比例する力が働く。図2-6から曲率半径が 4×10^{-3} cmほどでも運動方程式で主要項は(2-21)式第1項である。曲率半径が大きな所では(2-21)式第2項が効いてくる。顕微鏡で観察していると、非直交TNセルでは、ディスクリネーションの初期分布がセルの角度によって違い、 θ ねじれと $\pi - \theta$ ねじれの領域の面積比は1:1からずれてくるようである。

この初期分布による影響を調べるために、豊木・本田の理論⁴⁰⁾でフィットさせてみた。第3章で用いた記号との関係は、

$$A(t) = L(t)$$

$$M(t) = 1 - 2A(t)$$

となる。従って、豊木・本田の理論から2次元について $M(t)$, $L(t)$ を求めると、次のようになる。

$$N_d = 1/2, d = 2 \text{ より}$$

$$L(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{8\Gamma(t + \alpha)\}^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{2U^2}{B} (t + \alpha) \right\} \quad (4-10)$$

$$M(t) \propto \operatorname{erf} \left[U \left(2 \frac{t + \alpha}{B} \right)^{1/2} \right] \quad (4-11)$$

ここで、定数 γ を、 $\gamma \equiv 2U^2/B$ とおく。(4-10)式を用いて、 $L(t)$ と t より、 γ を求めるフッティングを行った。図4-3にその結果を示した。縦軸は $L(t)$ 、横軸は時間である。 α は有限であり0に近い値をとるが、この実験の精度では有意な α の値を決めることはできなかった。

つぎに(4-11)式より、面積率のデータを換算して誤差関数により、フッティングをおこなった。その結果を図4-4に示した。縦軸は $M(t)$ 、横軸は時間である。但し、以上の二つのフッティングでは、時間の原点は相転移点を過ぎて1.6秒後を $t = 0$ にしてある。この時間は、色々な角度の非直交TNセルについてのフッティングが最も良い場合の時間である。急冷後のセルの

様子を顕微鏡で観察していると、等方相からネマチック相へ転移してからディスクリネーションが出現するまで約0.5秒ほどかかり、ディスクリネーションははっきり見えてくるのが約1秒後であるが、部分的にディスクリネーションが絡まっているような場所が存在する。また1秒後ではディスクリネーション間の相互作用も無視できないほど近接している。従って、相転移後1.6秒と言う時間は、顕微鏡で観察していて、TNセルのディスクリネーションが2次元系の1次元界面と考えられる様になる時刻とほぼ同じ時刻である。

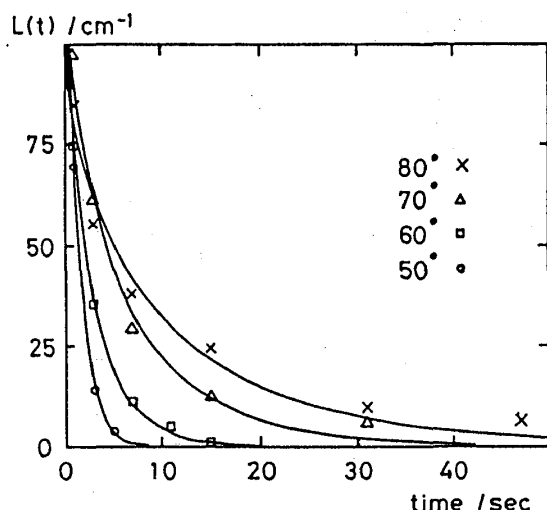


図4-3 実験結果の $L(t)$ の関数による
フィッティング

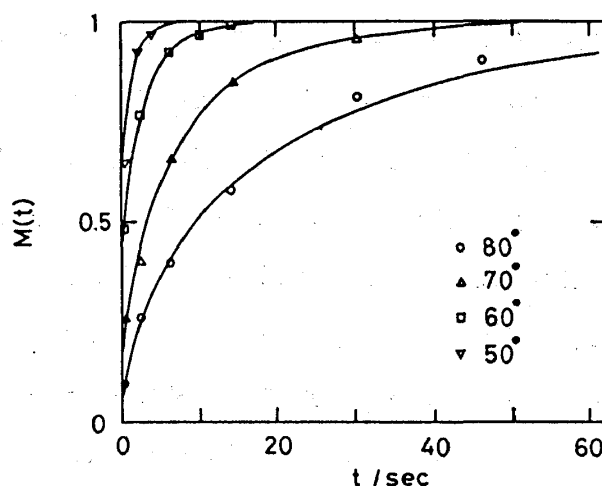


図4-4 実験結果の $M(t)$ の関数による
フィッティング

強磁性イジングスピンを弱い磁場 H 中で急冷する場合は、第一近似で $M(0) \propto H$ となる。これに関連して、 U を ε の関数と考え、明らかに U は ε の奇関数である。 γ の ε に対する変化を $L(t)$ と $M(t)$ から(4-10), (4-11)式を使って求めたグラフを図4-5に示した。縦軸は $\gamma^{1/2}$ であり、横軸は ε である。(但し、 10° ごとに目盛りを打った。)別々のフィッティングから求めたデータは、ほぼ同一の値になった。 $U \propto \varepsilon$, $\alpha \approx 0$ と近似すると、

$$A(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\varepsilon) \operatorname{erf} \left\{ \left(\frac{2\varepsilon^2 t}{B} \right)^{1/2} \right\} \quad (4-12)$$

$$L(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (8\Gamma t)^{-1/2} \exp \left(-\frac{2\varepsilon^2 t}{B} \right) \quad (4-13)$$

となる。ここで、 $\varepsilon^2 t \propto \tilde{t}$ であるから(4-12), (4-13)式は、第3章で $A(t)$, $L(t)$ で予測した関数形と同じになる。従って、スケールされた時間で $A(t)$ と $L(t) \cdot t^{-1/2}$ をプロットすると全てのデータが単一の曲線にのる。

$M(t)$ を時間をスケールしてプロットしたグラフを図4-6に示したが、これはシミュレーションによる結果⁴⁰⁾と良く似ている。

相関関数についても、第3章より $\tilde{r} \propto \varepsilon r$, $\tilde{\tau} \propto \varepsilon^2 t$ より、 $y(r, t)$ は $\tilde{r}^2 / \tilde{\tau}$ の関数となり、 $\eta_u(t) \propto \tilde{\tau}$ となるので、相関関数は $\tilde{r}$ と $\tilde{\tau}$ の関数になり、第3章で示した様なスケーリングの性質が存在することになる。

図4-5の縦軸 $\gamma^{1/2}$ は U に比例していることより、 ε が小さいとき U は ε に比例しているが、 ε が大きくなると $U = \text{const} \times \varepsilon$ の直線より上にずれていることが図4-5からわかる。この理由は、ディスクリネーションの運動方程式で $D\varepsilon$ の項の影響が次第に大きくなり、 $\pi - \theta$ ねじれの領域がより速く消失していくのであるが、 u -場理論の枠組みのなかでは運動方程式に外場の項はなく、そのためにフィッティングでは γ が大きくなってしまふ。従って、 U と ε の関係をもっと正確に求めるには、直交TNセルを急冷するときにディスクリネーションが現れるまで磁場をかけて、初期分布を磁場でコントロールして、その後の時間発展では磁場をかけない、といった実験ができればよい。しかし、この磁場の大きさは、数キロガウス程度であり、この磁場をディスクリネーションパターンが出現した時間を定量的に定め、そして瞬間に磁場を切ることは実験的に困難である。

以上の結果から、非直交TNセルにおいては、ディスクリネーションパターンの時間発展に対しては、ディスクリネーションの初期分布が大きな影響を及ぼしていることが分かった。非直交TNセルのディスクリネーションパターンが

直交TNセルのそれと大きく異なるのは、ディスクリネーションが運動しているときに2つの状態にエネルギー差が存在していることだけではなく、2つの状態のエネルギー差が初期分布を決めるのに影響することが大きな理由と考えられる。この原因は、初期分布における界面のつながり方が違う点にあると考えられる。 $U=0$ の場合と $U \neq 0$ の場合の界面の時間発展を図4-7に模式的に描いた。(a)が $U=0$ の場合であり、 u -場で考えると複雑な形の島がり海岸線が入り組んでいて、海の面積と陸の面積が同じになっているという描像である。(b) $U \neq 0$ の場合は、(a)の描像で海面が少しあがり、海岸線が少し上がったような描像である。両者は、初期においてほとんど海と陸

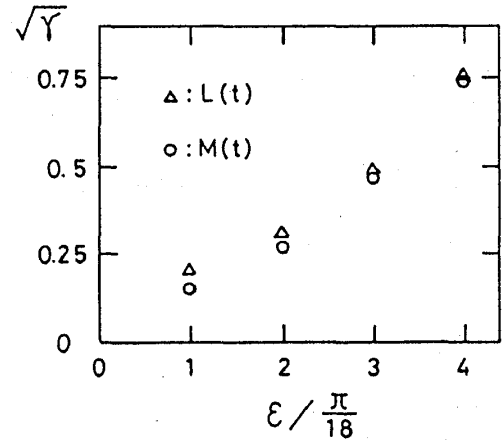


図4-5 $\gamma^{1/2} (\propto U)$ の ε 依存性

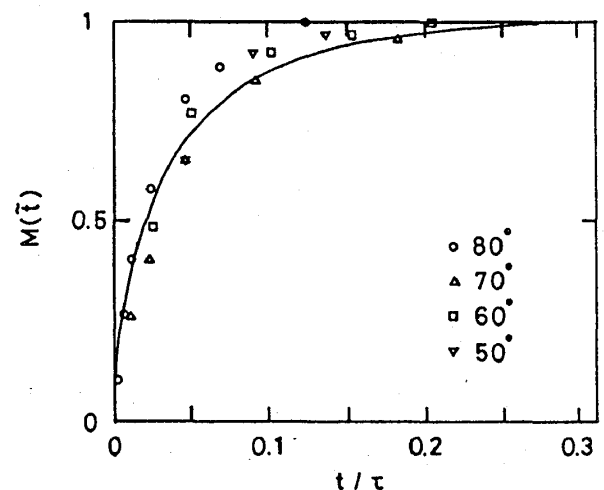


図4-6 $M(t)$ のスケールされた時間に対する依存性。

の面積比が同じであるが、その時間発展は大きく異なる。界面は曲率が大きいほど速く縮み、また正の曲率をもつ部分と負の曲率をもつ部分とがつながっている界面では、両者が均質化してから収縮する。従って(b)の様な界面は(a)の様な界面と比べて速く収縮する。

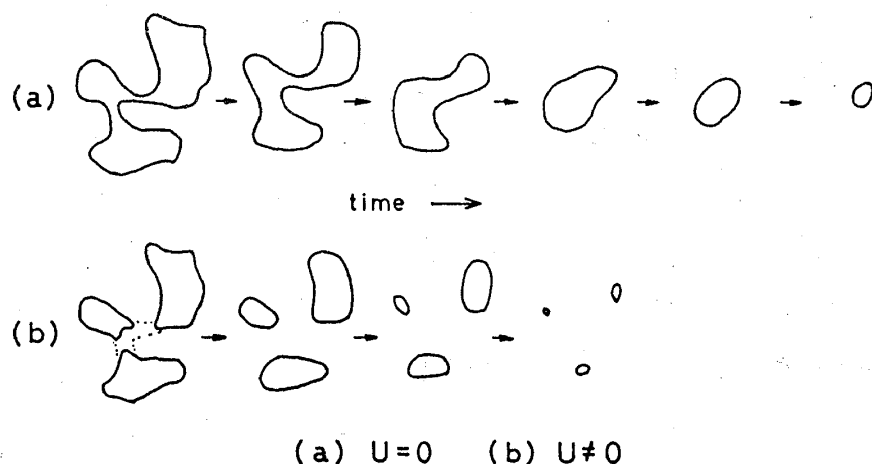


図4-7 界面の時間発展の模式図 (a) $U=0$, (b) $U \neq 0$

この解析では、 $\alpha \simeq 0$ として無視しているが、 $\alpha=0$ とは本質的にことなる。しかし、実験的には α は決めることができなかった。 $\alpha=0$ の場合とは、直交TNセルのディスクリネーションの初期分布に対応していると考えられる。直交TNセルの初期分布には、特徴的な長さのスケールが存在せず、フラクタル的な描像になっている⁴³⁻⁴⁴⁾。つまり初期分布が自己相似的になっている。これに対し、非直交TNセルの初期分布には、特徴的な長さのスケールが存在し、このことが第3章で記述した様なスケーリング則が存在する原因であると考えられる。しかし、実験から初期分布を定量的に決めるのは困難であり、今後の課題である。

第5章 総括

本研究では、非直交TNセルを等方相からネマチック相に急冷した後に出現する $S=1/2$ のディスクリネーションを、非保存2次元系の1次元界面と見なして、その動力学を実験的に研究した。

第2章では、非直交TNセルの運動方程式を理論的に導き、実験と比較した。理論から求めた運動係数は、実験と比較すると約2~3倍の差があったが、実験データは理論式でよくフィットできた。従って、運動方程式は(2-21)式で良いと考えられる。

液晶の自由エネルギー密度から求めたディスクリネーションの運動方程式は、TDGL方程式から求めた界面の運動方程式で外場が存在するときと同じ形になった。また、この式は、磁場中の直交TNセルのディスクリネーションの運動方程式とも同じ形をしている²⁹⁾。

第3章では、ディスクリネーションの全体のパターンの時間発展について議論した。非直交TNセルのディスクリネーションパターンには動的スケーリング則は成立しなかった。第2章で導いた

非直交TNセルのディスクリネーションの運動方程式から、ディスクリネーションのパターンを特長づける量即ち単位面積当りのディスクリネーションの総長 $L(t)$ 、 $\pi - \theta$ ねじれの領域の面積率 $A(t)$ 、空間相関関数 $C(x, t)$ の関数形を次元解析から推測した。これにより、非直交TNセルのディスクリネーションの時間発展については、同じスケールされた時刻で各々の角度の非直交TNセルのパターンは、スケールされた空間では統計的に同じ構造をしていることがわかった。

第4章では、ディスクリネーションの初期分布の時間発展に対する影響について、議論を行った。初期分布を考慮した u -場理論で実験結果を解析したら、 $L(t)$ と $M(t) (= 1 - 2A(t))$ は良く一致した。また $U \propto \varepsilon$ 、 $\alpha \simeq 0$ と仮定することにより、第3章で次元解析から推測した $L(t)$ 、 $A(t)$ 、 $C(x, t)$ の関数形は、 u -場理論から2次元の場合について当てはめた式と同じ関数形になった。従って、第3章で示したスケール則が存在したのは、急冷直後のディスクリネーションの初期分布において、第3章で定義した特徴的な長さ l に関係する特徴的な長さのスケールが存在することが主として影響していることがわかった。

今後の課題

第4章で取り扱った u -場理論には、外場の項が存在しなかった。実験データはある程度理論と一致したが、それはディスクリネーションの形が複雑で、張力による力が大きかったためである。厳密に議論するには、 u -場理論の枠組みの中に外場による影響をも取り入れた理論を構築する必要がある。また、 U を ε の関数として実験的に厳密に決めるには、急冷時にのみ磁場をかけるられる様な実験方法を開発する必要がある。

附記

本論文の第2章の主要な内容は、T.Nagaya, H.Orihara and Y. Ishibashi: 'Dynamics of Disclinations in the Non-Orthogonally Twisted Nematics' : J. Phys. Soc. Jpn. 56 (1987) 1898. に発表した。

本論文の第3章の主要な内容は、T.Nagaya, H.Orihara and Y. Ishibashi: 'Collective Motion of Disclinations in the Non-Orthogonally Twisted Nematics Quenched below the Clearing Point' : J. Phys. Soc. Jpn. 56 (1987) 3086. 及び、物性研究 49号 (1987) 50. に発表した。

謝辞

名古屋大学大学院に入学して以来、御指導頂いた石橋善弘教授に深く感謝致します。また、澤田昭勝助教授には、人工結晶研究施設の発表会などで多くの御助言を頂き、本研究を進めることに役立ったことを感謝しております。

本研究のテーマを頂いた折原宏博士には、日常的な研究生活の中で中心的に指導して頂き、深く感謝いたします。また、実験結果を処理する為の画像処理のプログラムを作製するにあたり、

原一広博士が親身になって指導して頂いたことを感謝致します。

T Nセルを作製するにあたり、セルに用いるネサガラスは日本電装株式会社の山田祐一郎氏から提供して頂きました。深く感謝致します。

References

- 1) J.W. Cahn and J.E. Hilliard: J. Chem. Phys. 28 (1958) 258.
- 2) J.W. Cahn and J.E. Hilliard: J. Chem. Phys. 31 (1959) 688.
- 3) J.D. Gunton, M. San Miguel and P.S. Sahni: "The Dynamics of First- order Phase Transitions", Phase Transition and Critical Phenomena Vol.8 ed. by C. Domb and J.L. Lebowitz (Academic Proess, 1983)
- 4) J.D. Gunton and M. Droz: "Introduction to the Theory of Metastable and Substable States", Lecture Note in Physics,183 (Springer Verlag)
- 5) 川崎恭治: "相転移のダイナミクス", 物性研究 43 (1985) 181.
- 6) 太田隆夫: "界面の不安定性とパターン形成", 物理学最前線 第10巻 共立出版
- 7) 森弘之・米沢富美子: "トポロジー, ホモトピー, アレルギー", 固体物理 22 (1987) 534.
- 8) S. M. Allen and J. W. Cahn: Acta. Metall. 27 (1979) 1085.
- 9) K. Kawasaki and T. Ohta: Prog. Theor. Phys. 67 (1982) 147.
- 10) R. Baush, V. Dohm, K. Janssen, and R.K. Zia: Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1837.
- 11) T.Ohta, D.Jasnow and K.Kawasaki: Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1223.
- 12) M.K. Phani, J.L. Lebowitz, M.H. Kalos and O. Penrose:Phys. Rev. Lett. 45 (1985) 366.
- 13) P.S. Sahni, G. Dee, J.D. Gunton, M.K. Phani, J.L. Lebowitz and M.H. Kalos: Phys. Rev. B24 (1981) 410.
- 14) K. Kaski, M.C. Yalabik, J.D. Gunton and P.S. Sahni: Phys. Rev. B28 (1983) 5263.
- 15) E.T. Gawlinsky, M. Grant, J.D. Gunton and K. Kaski: Phys. Rev. B31 (1985) 281.
- 16) Y.C. Chou and W.I. Goldberg: Phys. Rev. A23 (1981) 853.
- 17) C.M. Knobler and N.C. Wong: J. Phys. Chem. 85 (1981) 1972.
- 18) T. Hashimoto, K. Nishimura and Y. Takeuchi: J. Phys. Soc. Jpn. 45 (1978) 1127.
- 19) S. Nishimura, Y. Noda and Y. Yamada: Solid State Commum. 44 (1982) 1487.
- 20) Ch. Mauguin: Bull. Soc. Fr. Mineral. 34 (1911) 71.
- 21) Ch. Mauguin: Z. Phys. 12 (1911) 1010.
- 22) P. Chatelain: Bull. Soc. Fr. Mineral. 66 (1943) 105.
- 23) F.M. Leslie: Mol. Cryst. Liq. Cryst. 12 (1970) 57.
- 24) M. Schadt and W. Helfrich : Appl. Phys. Lett. 18 (1971) 127.

- 25) C.J. Gerritsma, W.H. de Jeu and P. van Zanten: Phys. Lett. 36A (1971) 389.
- 26) S. Shtrikman, E.P. Wohlfarth and Y. Wand: Phys. Lett. 37A (1971) 369.
- 27) C.Z. van Doorn: Phys. Lett. 42A (1973) 537.
- 28) C.J. Gerritsma, G.A. Geurst and A.M.J. Spruijt: J. Phys. Lett. 43A (1973) 356.
- 29) J. A. Geurst, A. M. J. Spruijt and C. J. Gerritsma: J. Phys.(France) 36 (1975) 653.
- 30) H. Orihara and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 55 (1986) 2151.
- 31) K. Kossecka and R. Dewit: Arch. Mech. Stos. 29 (1977) 749.
- 32) 岡野光治・小林駿介 共編: "液晶" 培風館 1985.
- 33) S. Chandrasekhar: "Liquid Crystals", Cambridge Univ. Press
- 34) P.G. de Gennes: "The Physics of Liquid Crystals", Oxford Univ. Press.
- 35) N.D. Mermin: Rev. Mod. Phys. 51 (1979) 591.
- 36) L. Michel: Rev. Mod. Phys. 52 (1980) 617.
- 37) H.R. Trebin: Advances in Phys. 31 (1982) 195.
- 38) I. Haller: J. Chem. Phys. 57 (1972) 1400.
- 39) H. Gasparoux and J. Prost: J. Phys. (France) 32 (1971) 953.
- 40) H. Toyoki and K. Honda: Phys. Rev. B33 (1986) 385. 豊木博泰: 学位論文
- 41) E. Ben-Jacob, N. Goldenfeld, J.S. Langer and G. Shoen: Phys Rev. A29 (1984) 330.
- 42) R.C. Brower, D.A. Kessler, J. Koplik and H. Levine: Phys. Rev. A29 (1984) 1335.
- 43) H. Orihara and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 56 (1987) 2340.
- 44) M. Nakamura: private communication.

Appendix

偏微分方程式(2-6)式を(2-7)の境界値条件で解く。

対称性を考慮すると、 $z > 0$ での解を求めれば十分であることが分かる。

x と z を、

$$s = \alpha x, \quad t = z \quad (\text{A-1})$$

と変数変換すると(2-6)式を解くことは、(A-2)式のラプラス方程式:

$$\Delta_{s,t} \phi = 0 \quad (\text{A-2})$$

を(2-7)に対応する境界値条件で解くdirichlet問題に帰着する。これを解くために、等角写像を用いる。

調和関数 $\phi(s, t)$ を虚部に持つ複素関数:

$$\Phi = \chi + i \phi$$

を導入し、 $Z = s + i t$ の関数とする。これを図A-1に示す $0 < \text{Im } Z < h$ の帯状の領域におい

て解く。

境界値条件は、

$$\text{Im } \phi = 0 \quad \text{at} \quad \text{Im } Z = 0, \quad -\infty < \text{Re } Z < 0,$$

$$\text{Im } \phi = \frac{\pi}{2} \quad \text{at} \quad \text{Im } Z = 0, \quad -0 < \text{Re } Z < \infty,$$

$$\text{Im } \phi = \frac{\theta}{2} \quad \text{at} \quad \text{Im } Z = h, \quad -\infty < \text{Re } Z < \infty.$$

これに対して、次の写像変換を行う。

$$\zeta = \exp(\pi Z/h) \quad (\text{A-3})$$

すると、図A-1の帯状の領域は、図A-2に

示す複素平面 ζ の上半面に移る。関数 $\phi(Z)$ はこの変換により $\Psi(\zeta)$ に移る。境界値条件は、 ζ を

$$\zeta = u + iv$$

とおくと、

$$\text{Im } \Psi = 0 \quad \text{at} \quad -\infty < u < 0, \quad v = 0,$$

$$\text{Im } \Psi = \frac{\pi}{2} \quad \text{at} \quad 0 < u < 1, \quad v = 0,$$

$$\text{Im } \Psi = \frac{\theta}{2} \quad \text{at} \quad 1 < u < \infty, \quad v = 0, \quad (\text{A-4})$$

となる。(A-3)は等角写像であるから、

次式を(A-4)の境界値条件で解けば良い。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right) \Psi(u, v) = 0$$

これは、容易に解けて、

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\theta}{2\pi} \log \zeta - \frac{1}{2} \log(\zeta - 1) + \frac{\pi}{2} i \\ &= -\frac{1}{2} \log(2 \sinh \frac{\pi Z}{2h} + \frac{Z}{2h} (\theta - \frac{\pi}{2})) + \frac{\pi}{2} i \end{aligned}$$

従って、 χ と ϕ は、 $0 < z < h$ に対して次のようになる。

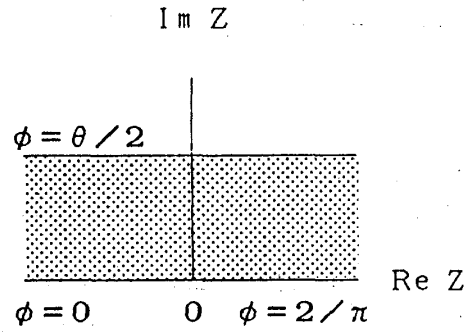
$$\phi = \frac{1}{2} \arctan [\cot z' \tanh x'] + \frac{\pi}{2} + \frac{(2\theta - \pi)Z}{4h},$$

$$\chi = -\frac{1}{2} \log 2 - \frac{1}{4} \log(\sinh^2 x' \cos^2 z' + \cosh^2 x' \sin^2 z') + \frac{(2\theta - \pi)\alpha x}{4h}.$$

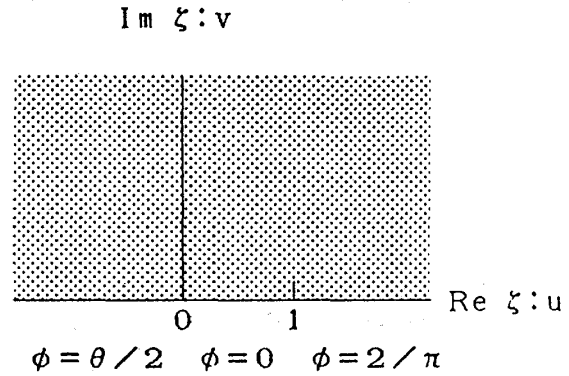
但し、

$$x' = \frac{\alpha \pi x}{2h}, \quad z' = \frac{\pi Z}{2h}.$$

$-h < z < 0$ の場合にも計算できる。



図A-1 Z空間での ϕ の境界値



図A-2 ζ 空間での ϕ の境界値