

3. Heat Kernel と格子ゲージ理論

九大・理 米 山 博 志

研究会では、前半、Heat Kernel 型の action の格子ゲージ理論 (LGT) の簡単な Review を行い、Heat Kernel 型 action は U(1) 理論における Villain 型 action の non-Abelian への拡張になっていること、Wilson 型 action と同様に crossover 構造を示すこと、Wilson 型より strong coupling region から weak coupling region への移行がややなめらかである特徴を持つこと、crossover 構造が action の形にあまり依存しない性質を持つこと等の話しをした。Heat Kernel に関する参考論文は次の通りです。

P. Menotti & E. Onofri Nucl. Phys. **B190** [FS3] (1981) 288.

C. B. Lang et al. preprint TH-3021-CERN

C. B. Lang et al. preprint 81-22 (Institute of Theoretical Physics, Sweden)

A Gonzalez-Arroyo & C. P. Korthals Altes preprint CPT-81/P. 1303

talk の後半では Migdal 近似に基づいた離散群格子ゲージ理論の相構造の分析 (井町昌弘氏、河辺幸子氏との共同研究) の話しを行った。

SU(2) の比較的大きな離散部分群 $\tilde{O}$ ($O \equiv \tilde{O}/Z(2)$ が正 8 面体群), $\tilde{I}$ ($I \equiv \tilde{I}/Z(2)$ が正 20 面体群) の 4 次元 LGT は SU(2) と同じ crossover 構造を示す。この crossover の特徴を調べるため、Migdal 近似に基づいて SU(2) の 4 つの離散部分群 (Q (四元数群, h (位数) = 8), $\tilde{T}$ ($T \equiv \tilde{T}/Z(2)$ が正 4 面体群, $h = 24$), $\tilde{O}$ ($h = 48$), $\tilde{I}$ ($h = 120$)) の LGT を分析した。又 Monte Carlo 計算による詳しい分析が為されている $Z(N)$ LGT も同様のやり方で調べた。以下では、その主な結果を述べる。

Migdal の Recursion eq. は、 D 次元離散群 G の LGT に対して

$$F(\lambda L, \alpha) = \left[\sum_{i=1}^s (n_i/h) \chi_i(\alpha) \tilde{F}_i^{\lambda^2}(L) \right]^{\lambda^{D-2}}, \quad \alpha = 1, \dots, s \quad (1)$$

と与えられる。ここで、 n_i, h はそれぞれ群 G の既約表現 i の次元と位数を、 s は既約表現の種類の数 (= 群の類の数) を、 $\chi_i(\alpha)$ は類 α に対する i の既約な指標を表わす。関数 $\tilde{F}_i(L)$ は plaquette 関数 $F(L, \alpha)$ の指標展開の係数で、 $F(L, \alpha)$ は $L = a$ (lattice constant) では、 $F(L, \alpha) \sim \exp[-\beta(1 - \chi_{i_0}(\alpha)/n_{i_0})]$ (β は inverse coupling constant, 表現 i_0 は通常基本表現をとる) のいわゆる Wilson 型を考える。recursion eq. (1) によって $F(L, \alpha)$ の形は一般に変わるが、ここではそれを一般的に

$$F(L, \alpha) = \exp \left[\beta_0(L) + \sum_{i=2}^s A_{\alpha_i} \beta_i(L) \right]$$

$$A_{\alpha_i} \equiv \chi_i(\alpha)/n_i - 1 \quad i = 2, \dots, i_0, \dots, s$$

と s 個の parameter を導入して, non-trivial な $(s-1)$ 個の parameter 空間の中で考える。注目しているのは i_0 表現のみを含む Wilson 型の理論であるからこの空間の中での β_{i_0} 軸の近傍で, 特に次の条件を満足する点 β_t

$$\begin{cases} d\beta_{i_0}(\lambda L)/d\lambda|_{\lambda=1} = 0 \\ \beta_i(L) = 0 \quad (i = 2, \dots, s; i \neq i_0) \end{cases} \quad \text{at } \beta_t \quad (2)$$

と critical point β_c を詳しく調べた。

4次元 Z(2), Z(3), Z(4) LGT は self dual な性質を示すが, Migdal 近似と dual 変換とが互いに可換な為, Migdal 近似によってこれらの理論の critical point が exact に与えられる。 $N \geq 5$ に対しては Z(N) LGT は self dual ではなく, Monte Carlo によって 2 つの critical point β_{c_1} と β_{c_2} ($\beta_{c_1} < \beta_{c_2}$) を持つことが知られている; $\beta_{c_1} \simeq 1.0$ ($N \geq 5$), $\beta_{c_2} \simeq 1.2$ (Z(5)) 1.7 (Z(6)), 2.8 (Z(8))。一方 Migdal 近似では β_c は β_{c_1} と β_{c_2} の間に 1 コの critical point しか得られない。 $\beta_c \simeq 1.15$ (Z(5)), 1.25 (Z(6)), 1.6 (Z(8))。このことは Migdal 近似と Z(N) LGT の持つ広義の duality との特別な関係が Migdal 近似の妥当性を制限している為と思われる。一方, (2) 式の β_t の値は $\beta_t \simeq 0.94$ (Z(5)), 0.93 (Z(6)), 0.93 (Z(7)), 0.93 (Z(8)) となり β_{c_1} に非常に近い値が得られる。又 β_{c_2} は, dual 変換によって, β_t の dual な変数 $\tilde{\beta}_t$ の軸上で条件(2)を満足する点の近傍に位置している。このことから, β_t は critical point の役割を果たしていることがわかる。図 1 に Wilson 型の Z(6) LGT (β_2 軸に対応) を通る, 式(1)によって得られたくりこみ群の trajectory を示す (Z(6) LGT の non-trivial な parameter 数は 3 個で, 図 1 はそのうち 2 コの parameter のつくる平面 ($\beta_2 - \beta_3$) に trajectory を投影したもの)。図より $\beta_t \simeq 0.9$, $\beta_c \simeq 1.25$ であることがわかるが, trajectory の動きは β_t と β_c を境にして 3 つの領域に分かれる。 $\beta (= \beta_2) \lesssim \beta_t$ では, trajectory は直接原点に向かって流れ込み, $\beta_t \lesssim \beta \lesssim \beta_c$ では, β_2 軸から出発した trajectory は一度図中の直線へ向かった後, これに沿って原点へ流れ込むが $\beta \gtrsim \beta_c$ では $\beta \rightarrow$ 大と動く。この直線は Gauss 型の action に対応するもので, Abelian 群では Gauss 型は fixed point theory であるから, $\beta_t \lesssim \beta \lesssim \beta_c$ の trajectory の動きはこの領域が近似的に Coulomb phase にあることを示している (図中の直線近傍での trajectory の動きは非常に遅くなる)。従って β_t は critical point の役目をしているということ

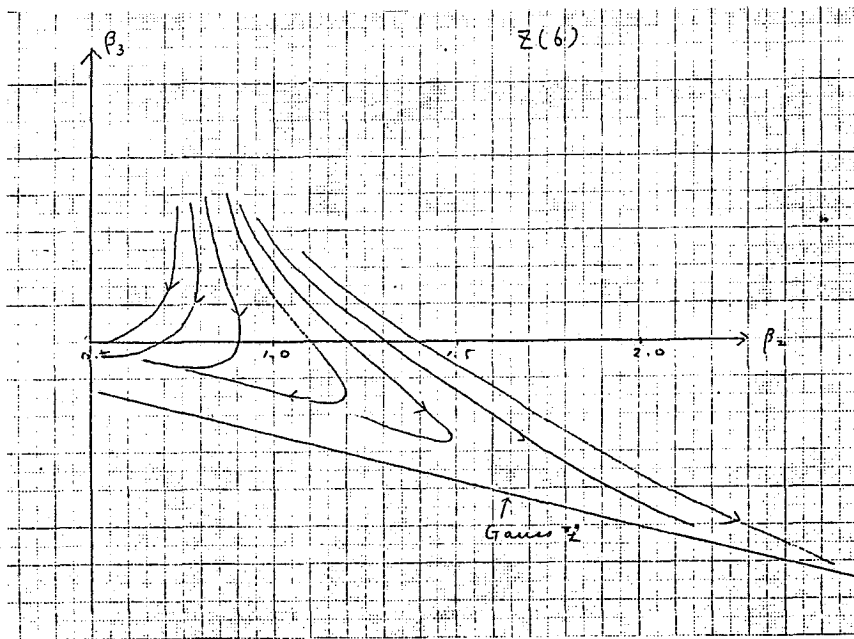


図 1

ができる。図 2 に Migdal 近似によって得られた β_t , β_c の値と Monte Carlo の β_c (M. Creutz et al. Phys. Rev. D20 (1979), 1915) の値を示す。

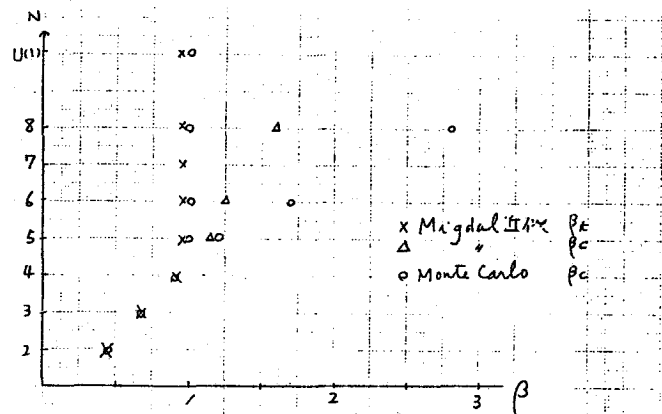


図 2

SU(2) の 4 つの離散部分群 $Q, \tilde{T}, \tilde{O}, \tilde{I}$ の LGT に対する Migdal 近似の結果と Monte Carlo による β_c の値と crossover の値 (C. Rebbi, Phys. Rev. D21 (1980), 3350; D. Petcher and D. Weingarten, Phys. Rev. D22 (1980), 2465; M. Creutz, Phys. Rev. D21 (1980), 2308) を図 3 に示す。 β_c の値は Monte Carlo の値に非常に近い値が得られ β_c (Monte Carlo) $\simeq 1.3$ (Q), 2.15 ($\tilde{T}$), 3.25 ($\tilde{O}$), 6.01 ($\tilde{I}$); β_c (Migdal) $\simeq 1.25$ (Q), 2.25 ($\tilde{T}$), 3.2 ($\tilde{O}$), 6 ($\tilde{I}$)

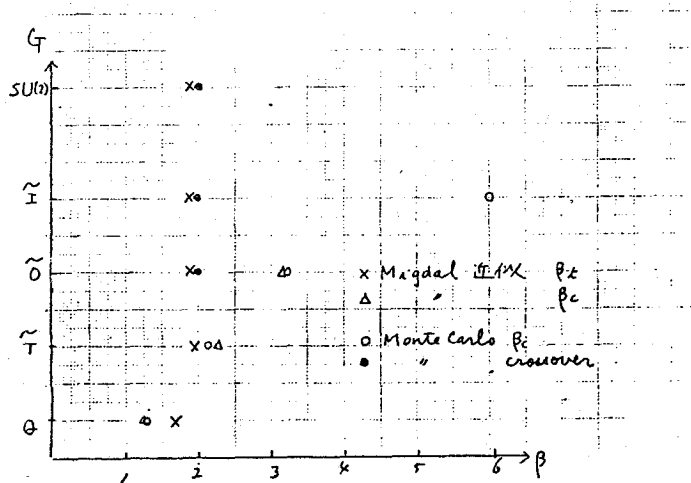


図 3

($\tilde{I}$ の値はあまり確かではない), 一方 β_c は図よりわかるように crossover の非常に近い所に位置している。 $\beta_c \approx 1.71$ (Q), 1.96 ($\tilde{T}$), 1.91 ($\tilde{O}$), 1.92 ($\tilde{I}$), 1.9 (SU(2))。このことから Migdal 近似は crossover を detect している可能性があるといえる。図 4 は $\tilde{O}$ に対するくり

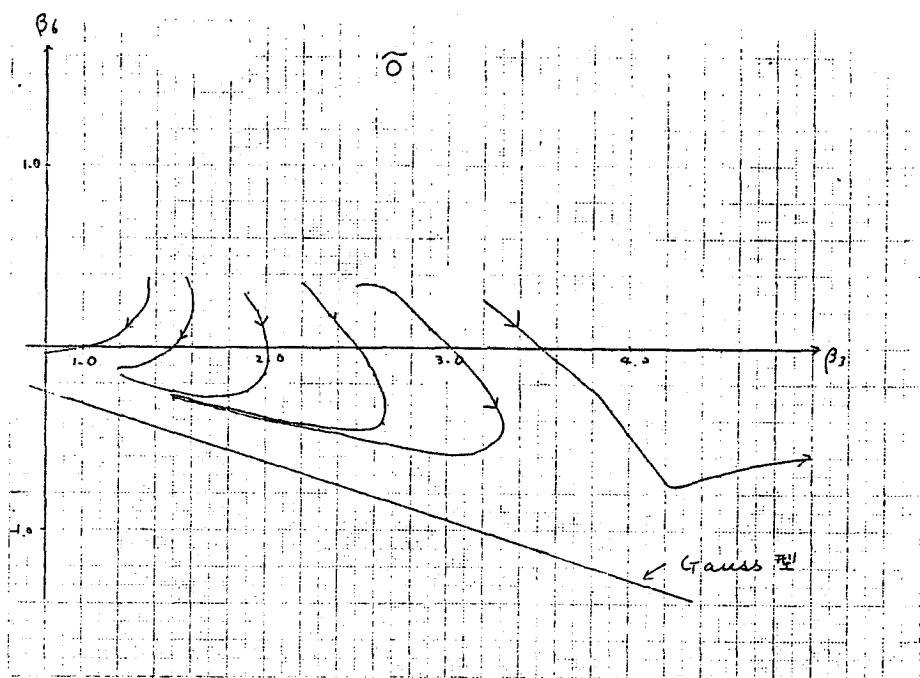


図 4

こみ群の trajectory のうち, Wilson 型 action (図中の β_3 軸に対応) を通るものを β_3 軸を含む 1 つの平面 ($\beta_3 - \beta_6$) に射影したものである。 β_t は 1.9 近傍, β_c は 3.0 と 3.5 の間にあることがわかる。更に, 図 1 の abelian の場合と同様に β_t と β_c を境にして 3 つの領域に分けられ, β_t は Gauss 型的な振舞を経由する trajectory と直接原点へ流れ込む trajectory を区別する性格を持っている。 Abelian の場合, β_t が Coulomb phase と Confinement phase を分ける critical point になっていた様に, この場合も critical point 的な性格を持っていることが期待され, この意味で, crossover は, ある種の phase transition の性格を備えたものであることが期待される。

ここに述べた結果の一部及び詳しい計算の仕方等は Prog. Theor. Phys. **66** (1981), 1025 を参照して下さい。又, 研究会では述べなかった SO(3) の部分群の LGT の結果も含めてここでの話しの内容を近くまとめるつもりです。

4. Energy-Momentum Dispersion of Glueballs and the Restoration of Lorentz Invariance in Lattice Gauge Theories

東大核研 木村信行, 宇川 彰

ハドロン内部のクォーク間の相互作用は SU(3) 非可換ゲージ理論 (量子色力学 = QCD) で記述されると考えられている。少なくとも, 深非弾性レプトン-ハドロン散乱の様な近距離現象については, 理論の漸近自由性のために摂動論が意味を持ち, その prediction は実験と矛盾しない。QCD では, クォーク間の力はグルオンと呼ばれるベクトル粒子 (QED における光子に当たる) の交換によって引き起こされる。クォーク・反クォーク間のポテンシャルは近距離ではクーロン型となり, しかも, クォークの有効色電荷 g は距離が短くなると小さくなる (漸近自由性)。反対に, 長距離になると g は大きくなり, そのため, クォークの閉じ込めが説明できると信じられている。しかし, これは強結合領域の問題なので, 摂動論に基づく満足な説明は今のところ与えられていない。

摂動論に依らず QCD を有限化しようという試みの 1 つに格子ゲージ理論がある。これは, 格子点上にはフェルミオンの自由度が, 格子点間を結ぶ線上にはゲージ場の自由度が定義された理論で, 閉じ込めは初めから保証されていて, しかも格子間隔 a が零になる極限では, 通常の QCD に一致すると期待されている理論である。この理論では, 無次元の結合定数の 2 乗 g^2 を温度 $k_B T$ とみなすと, 真空から真空への遷移確率振幅が, 統計力学における分配関数と同じ形 ($1 + 3$ 次元の作用関数を 4 次元のハミルトニアンと思う) を取る。そのため, すでに統