

(続紙 1)

京都大学	博 士 (理 学)	氏名	辻村 昇太
論文題目	Combinatorial Belyi Cuspidalization and Arithmetic Subquotients of the Grothendieck-Teichmüller Group (組み合わせ論的ベリー・カスプ化とグロタンディーク・タイヒミュラー群の数論的部分商)		
(論文内容の要旨)			
グロタンディーク・タイヒミュラー群「GT」は、1980 年代にDrinfeldによって定義されて以降、Deligne、伊原等、数多くの数論幾何の研究者によって、また様々な観点から、活発に研究されている（数論幾何学においては）重要な数学的対象である。特に、1980年代のBelyiの結果によってGTは有理数体$\mathbb{Q}$の絶対ガロア群$G_{\mathbb{Q}}$を包含していること、つまり$G_{\mathbb{Q}} \subseteq GT$が知られていて、その包含関係によりGTは$G_{\mathbb{Q}}$の「組合せ論的近似」として見做されてきた。また、2000年代以降、GTは、望月、星、南出によって「組合せ論的遠アーベル幾何」の観点から研究されていて様々な新しい結果が得られている。2000年代初め、AndréはGTのp進版とも言える、GTの部分群$GT_p \subseteq GT$を定義した。この部分群GT_pはp進数体$\mathbb{Q}_p$の絶対ガロア群$G_{\mathbb{Q}_p}$を包含していること、つまり $G_{\mathbb{Q}_p} \subseteq GT_p$ が知られていて、その包含関係によりGT_pは$G_{\mathbb{Q}_p}$の「組合せ論的近似」として考えることができる。現時点では、「$G_{\mathbb{Q}}$とGTの差」、あるいは（そのp進版とも言える）「$G_{\mathbb{Q}_p}$とGT_pの差」（＝特に該当する包含関係において等号が成立するかどうかも含め）について殆ど何も分かっていない状況が続いているが、辻村氏は学位論文の主結果として、包含関係 $G_{\mathbb{Q}_p} \subseteq GT_p$ には、自然な分裂$GT_p \twoheadrightarrow G_{\mathbb{Q}_p}$が存在することを様々な強力な道具を組み合わせるによって証明した。また辻村氏は学位論文では更に有数体$\mathbb{Q}$の最大アーベル拡大体$\mathbb{Q}^{ab}$の上で、「三脚体」（＝射影直線から3点を抜いて得られる双曲的曲線）の場合、一種の「絶対グロタンディーク予想」が成立することを示している。具体的には、$\mathbb{Q}^{ab}$の絶対ガロア群$G_{\mathbb{Q}^{ab}}$のGT内の通約化部分群 $C_{GT}(G_{\mathbb{Q}^{ab}}) \subseteq GT$ には、自然な分裂が$GT \twoheadrightarrow C_{GT}(G_{\mathbb{Q}^{ab}})$存在することを証明した。			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

学位論文では、包含関係 $G_{Q_p} \subseteq GT_p$ の自然な分裂 $GT_p \twoheadrightarrow G_{Q_p}$ を、

- ・望月の「Belyiカスプ化 (Belyi cuspidalization)」、
- ・望月・星の「三脚体同期化 (tripodal synchronization)」、
- ・玉川、Lepageの「非特異性解消」の理論

といったような、強力な道具を用いることによって構成した。これは、国内外の第一線の研究者から見ても、今後の研究にも様々な刺激を与えるであろう全く斬新な手法であり、また $G_{Q_p} \subseteq GT_p$ という包含関係について「等号成立」を強く示唆するような、「目から鱗」級の結果である。

一方、 GT_p に関する結果程、関係者に衝撃を与える結果ではないにしても、有数体 Q の最大アーベル拡大体 Q^{ab} 上の三脚体に対する一種の「絶対グロタンディーク予想」の結果にしても、 Q^{ab} のように、全ての素点上、正標数におけるフロベニウス自己同型や(激・順)分岐等が、(いわゆる「ウェイト」を記述する道具としては)「無効」になってしまう(=言い換えれば、 p 進ホッジ理論的な手法が本質的に破綻してしまう)ような体の上ではこれまでこの種のグロタンディーク予想型の結果は一つも得られておらず、その意味においては第一線の研究者から見ても全く想定外の重要な結果である。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和2年01月17日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日： 2020年 03月 31日以降