

波浪ソリトン群とその統計理論

土屋 義人・安田 孝志・篠田 成郎

RANDOM MULTI-SOLITONS IN SHALLOW WATER AND THEIR STATISTICAL THEORY

By Yoshito TSUCHIYA, Takashi YASUDA and Seiro SHINODA

Synopsis

In general, waves in shallow water may be characterized by nonlinearity and randomness through the governing equations of the waves. Especially waves in very shallow water may be expressed dynamically by soliton modes, retaining a dynamical sequence as a train of solitons, random multi-solitons. A statistical theory of the multi-solitons is proposed based on the conservative property of the eigenvalues of solitons, by introducing a random variable in propagation of the multi-solitons.

The conservative property of the solitons is examined by observed data of waves at Ogata Coast to find distribution functions of eigenvalues for various conditions of waves. And application of the statistical theory to the wave data shows good agreement with the data of soliton statistics, so that we conclude that random waves in very shallow water can be treated practically as a train of solitons having a coherent structure of random multi-solitons.

1. 緒 言

浅海における波浪を特色づけているものは、その非線形性と不規則性である。そして、その力学的構造および統計的特性を明らかにすることは、海岸工学上極めて重要である。非線形性を有する不規則波浪の取り扱いにおいて、従来の各研究者が評価しようと努力している点は、i) 波の非線形性とこれに伴う水位分布の非対称性、ii) wide-band spectra の効果および iii) 浅水化および砕波による波の変形であろう。すなわち、非線形性の存在は線形波の重ね合せとして不規則波を表現することを困難とする。また、単弦波で表される各成分波の統計的独立性も失なわれ、水位変動の正規性を中心極限定理によって保証することが不可能となる。そして、その結果として、エネルギースペクトル分布も非線形干渉のために wide-band となり、narrow-band の仮定のもとで導かれる波別解析法の理論的基礎も失なわれることになる。

このように理論的取り扱いの困難な非線形不規則波浪に対して、成分波間の非線形干渉をエネルギースペクトルの nonlinear energy transfer として評価する試みが、Tick^{1,2)}、Phillips³⁻⁵⁾ および Hasselman⁶⁻⁸⁾ によって行われた。これらの研究における力学的解釈は明快であり、非線形不規則波浪の取り扱い法として十分評価されるべきものであると思われる。しかしながら、これらの理論を現地波浪に適用する場合、水位変動および波高などの確率分布に対する非線形性の影響はほとんど考慮されていないために、水位および波高分布などの具体的な波浪特性を説明することが困難となる。またそれ以上に、高次の項を評価しなければならぬために、統計量としてのスペクトルの取り扱いが非常に煩雑となり、簡便さにおいて欠点が生じる。

Longuet-Higgins⁹⁾ は、水位変動などの確率変数を級数展開表示して得られる n 次のモーメントを用いて、確率変数の特性関数をモーメントあるいはキュムラント展開した表示を行い、その分布を導いた。この方法によれば、方程式の解が何らかの級数として表示できれば、少なくとも形式的には確率分布を決定することが可能となり、力学理論に基づいた統計的取り扱いとして非常に優れた研究となるであろう。しかしながら、

級数表示という性格のため、高次の項を評価する際、すなわち非線形性の増大に伴い、その表示が非常に煩雑となる点が欠点として考えられ、これは前述の非線形スペクトル理論の比ではないと思われる。このため、この研究では弱い非線形の波浪の場合に話を限って2次のオーダまでの表示を行うにとどめている。また、Longuet-Higgins^{10,11)} は、スペクトル密度の3つの低次のモーメントによりスペクトル幅パラメータを定義し、これを用いて不規則波浪の振幅と周期の結合確率密度関数を導いた。その結果、wide-band の波浪に見られる左右非対称な周期分布を表現することに成功した。しかしながら、低次のモーメントしか評価せずに分布形を求めるということは、高周波側のスペクトルの影響を無視していることにほかならず、結果的に高周波成分を除去しているのと同じことになっていると考えられる。このため、narrow-band の仮定のもとで導いた理論分布であるにもかかわらず、wide-band の現実の波浪に良く適合するという結果が得られているものと思われる。

Huang ら¹²⁻¹⁵⁾ は、彼らの一連の研究において、スペクトル形のピークとその変調成分のピークとの勾配に相当する量として significant slope を定義し、これを用いて不規則波浪のエネルギースペクトルの一般形および水位分布などを表示した。その結果、深海域および深海と浅海との間の intermediate region において優れた適用性が得られたものの、浅海域における適用性は満足できるものではなかった。

このように、これらの研究はたいへん弱い非線形効果の評価することにおいては優れているものの、浅海における波浪のように非線形性が分散性と平衡するほどに強くなった場合には、いずれの理論もその適用性は明らかではない。

砕波帯における波浪の取り扱いに関しては、これまで数多くの研究者たちが扱っており、特に規則波の砕波現象については、理論および実験的にその力学的機構がかなり明らかにされた。これに対して、現地波浪のような不規則波浪の砕波に関する研究はほとんどなされていない。

不規則波浪の砕波モデルに関する初期の研究としては、Collins¹⁶⁾ および Batjes¹⁷⁾ のものがある。前者は、線形理論に基づき、砕波後の波はすべて砕波波高を保持するとした理論展開を行っている。後者は、Miche¹⁸⁾ による規則波の砕波限界の式を用いて砕波波高を決定し、砕波後も bore として砕波波高を保持するとして波高分布を考えた。これらの研究では、いずれも砕波帯における波高分布として Rayleigh 分布を仮定し、砕波後には砕波限界波高のところに分布の頻度が集中するとしており、現実の波高分布に適さないという欠点を有する。この点を改良したモデルを提案したのが Kuo および Kuo¹⁹⁾ であり、彼らは砕波波高以下の波はそれ以下の波に頻度として再分配されると考えた。しかしながら、前述の2つの研究と同様に線形理論に基づく展開を行っているため、砕波のような非常に非線形性の卓越する現象のモデルとして適当であるかどうか疑問が残る。

合田²⁰⁾ は、個々の波の砕波によりある量のエネルギーが失われ、残ったエネルギーに対応して新しい波高分布を持った波群が生み出されると考える選択的砕波のモデル化を試みた。この研究では、首藤²¹⁾ による非線形の浅水理論に基づき浅水変形を計算し、砕波限界として沖波波形勾配を用いた実験式を提案している。また、波の不規則性のため砕波波高は単一の値を取るのではなく、ある幅の中の値として定まるものであり、砕波後の波高分布はその幅の中にある波高がそれ以下の波高に等確率で再分配されると考えた。さらに、Thornton および Guza²²⁾ は、合田の考え方に Batjes¹⁷⁾ の bore モデルを適用した不規則波の砕波モデルを提案している。これらの研究は、砕波による波高分布の変化そのものを説明することには優れているものの、不規則波浪の素励起に対する力学的基礎が不明確であり、砕波後の流況場などを検討する上で問題があると思われる。

著者らは、すでに浅海での波浪が非線形波動解であるソリトンを素励起とした力学構造、すなわちソリトン構造を形成しているとの観点より、波浪のソリトンモード表示を試みてきた²³⁻²⁵⁾。その結果、少なくともうねり性の波浪に対する表示精度は良好なものであり、浅海における不規則波浪がソリトン構造を有すると判断することが可能であることが示された。この理論の特徴は、波浪を非線形波動解であるソリトンの集合として捉えるため、従来の研究で見られた非線形性の評価の煩雑さがなく、線形波を素励起とした場合と違

いスペクトル幅を考慮する必要もないということであろう。すなわち、一波ごとの独立性の強い粒子的な波であるソリトンを波浪の素励起として考えることにより、従来の手法では非常に困難とされた非線形不規則波浪の取り扱いがたいへん容易となる。

そこで本研究では、このようなソリトンモードに基づく波浪の表示法の利点を生かして、非線形不規則波浪の統計的取り扱いの方法を提案し、これによって波浪の巨視特性が明らかとなることを示す。また、現地波浪に関するソリトンモード表示の適用限界を明らかにするために、広範な海象条件下における波浪をソリトンとして表示し、その伝播に伴う浅水および砕波変形などの特性を検討する。なお、ここではソリトンモードに基づいて表示された不規則波浪を波浪ソリトン群といて、次の議論を進める。

2. ソリトンモードによる波浪の統計理論

ここでは、海岸波浪の持つ非線形性と不規則性の両者を同時に評価することができる波浪の表示法を確立するために、その力学的表示および統計的取り扱いの方法を力学および統計学に基づいて理論的に示す。

2.1 非線形不規則波浪の力学的表示

浅海域から極浅海域においては、分散性が抑えられる半面、非線形性が卓越してくるため、海岸波浪は一種の平衡状態いわゆるソリトン状態になっているものと考えられる。したがって、座標を Fig. 1 のように定め、個々の波に対して非線形性と分散性の平衡関係を仮定すれば、著者らがクノイド波理論の展開に用いたと同様の手法²⁶⁾の適用が可能となり、水面変動 z' に関する周知の流体力学の基礎方程式から、次の無次元波形 η に関する方程式が導かれる。

$$\eta_{\tau} + (3/2)\eta\eta_{\xi} + (1/6)\eta_{\xi\xi\xi} = \varepsilon F(\eta, Q) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\varepsilon\eta = z'/h$, $\xi = \varepsilon^{1/2}(x^* - t^*)$, $\tau = \varepsilon^{3/2}t^*$, $x^* = x/h$, $t^* = t\sqrt{g/h}$, $\varepsilon = (h/L)^2$, h ; 平均水深, L ; 不規則波中の代表波の波長, t ; 時間, g ; 重力の加速度, および F ; 高次項である。

式(1)の解を誘導するにあたり、高次項の寄与が微小であり、海岸波浪の水面変動は、式(1)において $\varepsilon F \approx 0$ とした KdV 方程式に支配されるものとする。さらに、各波峯間の相互干渉が無視できる程度に波峯間隔が大きいとすれば、平均海面周りの水面変動の連続性の条件を満足する $\varepsilon F = 0$ とした式(1)の解は、ソリトン $A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i$ の連なりとして、次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon\eta (= z'/h) &= \sum_{i=1}^N \eta_i - \eta_0 \\ \eta_i &= A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i, \\ \eta_0 &= (2/T^*) \sum_{i=1}^N \sqrt{A_i/2} \tanh \theta_i|_0 \tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\theta_i = \sqrt{3A_i/4} (\xi - c_i\tau + \delta_i)$, $c_i = A_i/2 - 3\eta_0/2$, δ_i ; 各ソリトンの波峯の座標, T^* ; 海岸波浪の無次元観測時間, c_i ; $\sqrt{gh}$ の速度で移動する動座標での各ソリトンの伝播速度, A_i ; ソリトンの固有値, η_0 ; 波谷面と平均水面との水面差, および N ; 観測波中のソリトンの個数である。

これより、ソリトンとしての個々の成分波の伝播速度は、孤立波のそれに比べて $-3\eta_0/2$ だけ遅くなっていることがわかる。このことは、成分波であるソリトンは、固有値 A_i のみに支配される孤立波とは異なり、水面変動の連続性を観測波全体で満足させている結果として、観測波の ensemble 特性にも支配され、孤立波としての独立性と同時に ensemble に対する従属性を併せ持つことを示している。勿論、波峯間隔が非常に大きくなれば、 $\eta_0 \approx 0$ となり、ソリトンは孤立波に一致する。

式(2)より、海岸波浪の波形として次式が得られる。

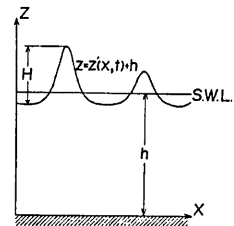


Fig. 1 Coordinate system.

$$\varepsilon'/h = \sum_i^N A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i - \eta_0 \dots\dots\dots(3)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \sqrt{3A_i/4} (x/h - c_i t/h + \delta_i), \\ c_i &= \sqrt{g/h} (1 + A_i/2 - 3\eta_0/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

2.2 確率概念の導入

式(3)で示されるようなNソリトン解というのは力学的な決定系であり、そこには不確定な要因が入り込む余地はない。すなわち、原理的には多体系としてのNソリトンの初期条件を与えさえすれば、系の状態を記述することは可能である。また、究極的には波浪の発生域での初期条件および伝播過程の外力を知ることによりNソリトン系の初期条件は与えられる。

このような方法により各ソリトンの挙動を追跡していくことは、研究の進展および計算機の発達に伴い将来的に可能となるであろうが、一般に波浪の特性はその巨視量で表され、これに基づき波浪の状態を知ろうとするのが合理的な方法であると思われる。従来手法においても、有義波高および波高の Rayleigh 分布は波高に関する統計量であり、パワースペクトルはエネルギーに関する統計量であると言え、これらは波浪の特性を表す巨視量として扱われている。すなわち、統計力学の分野でも行われているように、系が取り得るすべての可能な状態と各状態の実現する場合の数を用いて確率を求めることにより波浪の巨視的な特性を説明することが可能となり、ここに巨視特性と確率の概念がはじめて結びつくことになる。

ただし、力学現象に関する巨視特性を議論するためには、巨視量は単に統計量であるだけでなく、力学的な側面をも併せ持つ必要があり、対象とする系の構成要素に関する物理量の平均としてこれを定義することが必須となる。そこでここでは、非線形不規則波浪の基準モードをソリトンと考え、その固有値および位相定数を確率変動として扱い、これらに関する統計量を波浪の巨視量と考えることにする。

なお、式(3)に基づきソリトン群を統計的に扱う場合には、波形のエルゴード性が前提となるが、一様水深場におけるうねり性の波浪をエネルギー逸散の無視できる独立性の強いソリトンの集合として表示することから、ここでは対象とする波浪においてソリトンは時空間的に無限に広がって存在しており、波形のエルゴード性が満足されているものとして議論を進めることにする。

2.3 波浪ソリトン群の統計的取り扱い

前述のように、浅海における波浪をソリトンの連なりと見なして確率的にこれを扱う場合、そこに存在する不規則性は個々波としての各ソリトンの固有値および位相定数によるものと考えられる。そこで、ソリトン群の固有値および位相定数に対応する確率変数を次のように考えることにする。

まず、固有値に関しては、他の確率変数との相互関係を明確にし、かつ統計的な取り扱いを簡単にするために、その平均値 μ_A および分散 σ_A^2 によって規格化した確率変数 a として次のように扱う。

$$a_j = (A_j - \mu_A) / \sigma_A \dots\dots\dots(5)$$

この規格化された固有値の確率密度関数 $f_A(a)$ は、次式で与えられる。

$$f_A(a) = \sum_k p(k) \delta(a - \alpha_k) \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $p(k)$ ；ソリトンの固有値分布に相当する確率関数、 δ ；Dirac のデルタ関数、および α_k ；確率関数 $p(k)$ における k 番目の階級値である。個々のソリトンの固有値の時間的不変性が理論的に保証されているため、その分布 $p(k)$ も保存され、それゆえ固有値分布はソリトン群の巨視特性を反映する重要な統計量の一つと考えられる。

ついで位相定数に関しては、そこから確定量を除去したソリトン間隔 $T_j = \delta_{j+1} - \delta_j$ ($j=1, \dots, N-1$) を位相定数に代る確率変数とする。そして、固有値の場合と同様に、その平均 μ_T および分散 σ_T^2 によって次式のように規格化した確率変数 τ として間隔を扱う。

$$\tau_j = (T_j - \mu_T) / \sigma_T \dots\dots\dots(7)$$

式(4)で示されるように、一様水深場におけるソリトンの伝播速度はその固有値に一義的に支配されており、各ソリトンは独立した粒子性波動として伝播して、ソリトン間隔は伝播に伴い刻々と変化し、その分布も時空間発展に伴い変化するため、これを同一母集団からの標本として統計的に扱うことは不可能となる。また、間隔の ensemble にはわずかに深海域での波の特性が残影として残っており、固有値とある程度の相関関係を有し、その相関はソリトン群の粒子性が顕著になるに従い減少すると思われる。

そこで、間隔を直接確率変数として扱う代りに、Fig. 2 に示す固有値 a との相関関係からのずれ ε を用いて次のように表すことにする。

$$\tau_j = a_j + \varepsilon_j \quad \dots\dots\dots (8)$$

なお以下では、確率変数 ε を確率誤差項と呼ぶことにする。確率変数 a および τ は規準化測度であるため、確率誤差項の平均値 μ_E および分散 σ_E^2 は、確率変数としての固有値と間隔の相関係数 ρ を用いて、次のように求められる。

$$\mu_E = 0, \quad \sigma_E^2 = 2(1 - \rho) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、多変量解析における相関分析の考え方を参考にして、確率誤差項の確率分布は正規分布になると仮定して理論展開の簡略化を相俟れば、確率誤差項 ε の確率密度関数 $f_E(\varepsilon)$ は次式で表される。

$$f_E(\varepsilon) = (4\pi(1-\rho))^{-\frac{1}{2}} \exp\{-\varepsilon^2/4(1-\rho)\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

なお、この仮定の妥当性については、後述するように現地波浪の観測データを用いて検証する。

さて、式(8)の持つ意味について検討してみる。確率変数 a はソリトンの固有値の規準化測度であるから、力学的観点より他の確率変数には独立である。また、確率変数 ε はあくまで式(8)において確率的な誤差と考えられるため、統計学的観点より他の確率変数には独立と見なせる。さらに、式(9)に示すように ε の分散は a と τ の相関係数と結びつけられるが、式(8)の立場からすると、 ε の分散によって a と τ の相関関係が規定されていることになる。すなわち、 τ は a および ε の従属変数であり、統計的に独立であるとは言えないため、 a と ε の確率的実現の結果として τ が生じ、 a と τ の相関関係は ε の統計的特性によって生まると解釈することができる。

ついで、確率誤差項と固有値の結合確率密度関数について考える。 a と ε の規準化測度 z との結合確率密度関数 $f(a, z)$ は、おのおのの確率密度関数 $f_A(a)$ および $f_E(\varepsilon)$ を用いて次式で表される。

$$f(a, z) = f_A(a)f_E(\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$f_E(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp[-z^2/2] \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$z = (\varepsilon - \mu_E)/\sigma_E \quad \dots\dots\dots (13)$$

である。さらに、式(11)に次の非特異変換をほどこす。

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \boldsymbol{\mu} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} a \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} a \\ z \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho - 1 & \sqrt{1-\rho^2} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (15)$$

であり、一般に $\boldsymbol{\mu}$ は平均値ベクトルおよび $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \boldsymbol{\Sigma}$ は共分散行列と呼ばれる。ただし、 $\mathbf{A}^T$ は行列 $\mathbf{A}$ の転置行列である。これより、固有値 a と確率誤差項 ε の結合確率密度関数 $f(a, \varepsilon)$ は次式で与えられる。

$$f(a, \varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} f_A(a) \exp\left[-\frac{\{(1-\rho)a + \varepsilon\}^2}{2(1-\rho^2)}\right] \quad \dots\dots\dots (16)$$

ソリトンの間隔 τ の特性関数 $\phi_T(u)$ は、式(8)および(16)より、

$$\phi_T(u) = \exp\left[-\frac{(1-\rho^2)u^2}{2}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp[ipau] f_A(a) da \quad \dots\dots\dots (17)$$

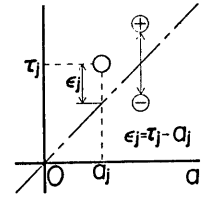


Fig. 2 Definition of a probability error term.

となる。この特性関数 $\phi_T(u)$ をフーリエ逆変換すると、ソリトンの間隔の確率密度関数 $f_T(\tau)$ が次式のように導かれる。

$$f_T(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \sum_k p(k) \exp \left[-\frac{(\tau - \rho \alpha_k)^2}{2(1-\rho^2)} \right] \dots\dots\dots (18)$$

2.4 統計量の不変性

前述のように、海岸波浪は力学に支配される自然現象であるため、その力学的構造に対応する標準モードを適切に選ぶことにより、系のエネルギーの保有状態を説明することが可能となる。この際、系の力学的構造を変化させる要因が存在しなければモードも不変となる。さらにエルゴード性が成立する場合には、系の巨視特性、すなわち系の物理量に関する統計的な特性も時空間において変化しないと考えられる。もしこのときの統計量に変化する場合には、モード間の相互干渉などにより系の力学的構造が変化しているか、エルゴード性を成立させることを不可能とするような非定常な偶然外力が系に作用しているか、あるいは統計量として不適当な物理量であるかのいずれかによるものと予想される。例えば、不規則波浪が線形波動である単弦波を基準モードとしている場合には、パワースペクトルは時空間において不変であるが、非線形性が無視できなくなると、前述の1つめの理由により統計量としてのスペクトル形に変化が生ずる。この観点より、以下では波形のエルゴード性を前提として、ソリトンモードによる不規則波浪の統計量の不変性を理論的に明らかにする。

現実の海岸波浪には無数のソリトンが存在し、ある任意の領域においてソリトンの出入りが不確定であるため、これをソリトン群の開放系として取り扱わねばならない。ソリトン群の開放系として不規則波浪を取り扱う場合、任意に設定された領域の両端に不規則なソリトンの出入りが存在するため、ソリトン群の時空間発展の過程における領域内の状態は不確定となる。したがって、無限の広がりを持つ領域において、ソリトンが存在する場を有限領域に限定して扱うと、この系は確率に支配される開放系と見なされ、そこでの集合平均が統計量として定義されることになる。

まず、ソリトンモードに基づく不規則波浪を $\sqrt{gk}$ の速度で移動する動座標 (ξ, τ) において考え、その波形を $\eta(\xi, \tau)$ とすれば、前述のように、波の基礎方程式は、次の KdV 方程式で与えられる。

$$\eta_\tau + (3/2)\eta\eta_\xi + (1/6)\eta\xi\xi\xi = 0 \dots\dots\dots (19)$$

これを任意の有限領域 $[\xi_-, \xi_+]$ について積分すると、

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi = - \left[\frac{3}{4} \eta^2 + \frac{1}{6} \eta\xi\xi \right]_{\xi_-}^{\xi_+} \dots\dots\dots (20)$$

を得る。開放系では、 $\xi = \xi_+$ および ξ_- における η は確率変数と見なされるため、式(20)に対して期待値演算を行うと、エルゴード性の仮定より次式を得る。

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi \right] = -E \left[\frac{3}{4} \eta^2 + \frac{1}{6} \eta\xi\xi \right]_{\xi_-}^{\xi_+} = 0 \dots\dots\dots (21)$$

また、式(19)より、

$$\frac{1}{2}(\eta^2)_\tau + \frac{1}{2}(\eta^3)_\xi + \frac{1}{6} \{ (\eta\eta\xi)_\xi - \frac{1}{2}(\eta\xi^2)_\xi \} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

であるから、同様にして次式を得る。

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \frac{1}{2} \eta^2 d\xi \right] = -E \left[\frac{1}{2} \eta^3 + \frac{1}{6} \eta\eta\xi\xi - \frac{1}{2} (\eta\xi^2)^2 \right]_{\xi_-}^{\xi_+} = 0 \dots\dots\dots (23)$$

ついで、

$$\eta = u_\xi \dots\dots\dots (24)$$

とおくと、式(19)は、次のように表される。

$$\{ u_\tau + (3/4)(u_\xi)^2 + (1/6)u_{\xi\xi\xi} \}_\xi = 0 \dots\dots\dots (25)$$

この両辺を ξ で積分する。

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} u d\xi = -\frac{3}{4} \int_{\xi_-}^{\xi_+} u^2 d\xi - \frac{1}{6} u_{\xi\xi} \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} + \gamma(\tau) \dots\dots\dots (26)$$

ここで、上式の期待値演算を

$$E \left[u_{\xi\xi} \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} \right] = 0, \quad E[\gamma(\tau)] = \text{const.}$$

を用いて行えば、式(23)より次式を得る。

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] = -\frac{3}{4} E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta^2 d\xi \right] = \text{const.} \dots\dots\dots (27)$$

また、領域 $[\xi_-, \xi_+]$ におけるソリトン群の重心位置を ξ_G とすれば、次式が成り立つ。

$$E \left[\xi_G \int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi \right] = E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] \dots\dots\dots (28)$$

よって、式(21)および(27)より、式(28)を書き換えれば、ソリトン群の重心位置 ξ_G が得られ、これは一定速度 v_G で移動することがわかる。

$$\xi_G = E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] / E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi \right] = v_G \tau \dots\dots\dots (29)$$

孤立系における N ソリトンの質量保存、エネルギー保存および重心速度一定則については、和達および戸田²⁷⁾によって示されている。一方、開放系では、これらの関係がソリトンの集合に関する平均として式(21)、(23)および(29)で示されることになる。

次に、 $\tau = \tau_0$ および τ_l で漸近状態²⁷⁾を考えれば、式(3)に従い、このときの波形は次式で表される。

$$\eta(\xi, \tau_l) = \sum_{i=1}^{N^l} A_i^l \text{sech}^2 \theta_i^l - \eta_0, \quad (l=0, 1) \dots\dots\dots (30)$$

ここに、

$$\theta_i^l = (\sqrt{3A_i^l}/2)(\xi - c_i^l \tau - \delta_i^l) \dots\dots\dots (31)$$

$$c_i^l = A_i^l/2 - 3\eta_0/2 \dots\dots\dots (32)$$

であり、 N^l ；有限領域 $[\xi_-, \xi_+]$ 内に存在するソリトンの数、 A_i^l ；ソリトンの固有値、 δ_i^l ；ソリトンの位相定数および η_0 ；平均海面と波谷面との差である。式(30)より次式を得る。

$$\int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \Big|_{\tau_l} = \left[\sum_{i=1}^{N^l} 2 \sqrt{\frac{A_i^l}{3}} \xi \tanh \theta_i^l \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} - \sum_{i=1}^{N^l} \frac{4}{3} \text{sech}^2 \theta_i^l \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} - \frac{\eta_0}{2} \xi^2 \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} \right] \dots\dots\dots (33)$$

一方、

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] = P \dots\dots\dots (34)$$

とおけば、式(33)より次式を得る。

$$\int_{\tau_0}^{\tau_1} P d\tau = P(\tau_1 - \tau_0) = E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] \Big|_{\tau_0}^{\tau_1} \dots\dots\dots (35)$$

ここで、 ξ^+ および ξ^- を十分大きくとれば、

$$\xi \tanh \theta_i^l \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} \approx 2(c_i^l \tau + \delta_i^l) \dots\dots\dots (36)$$

と見なせるので、式(35)は次のようになる。

$$P(\tau_1 - \tau_0) = E \left[\sum_{i=1}^N 4 \sqrt{\frac{A_i}{3}} (c_i \tau + \delta_i) \right] \Big|_{\tau_0}^{\tau_1} - E \left[\sum_{i=1}^N \frac{4}{3} \text{sech}^2 \theta_i \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} \right] \Big|_{\tau_0}^{\tau_1} \dots\dots\dots (37)$$

これより、

$$\sum_{i=0}^{N^0} 4 \sqrt{\frac{A_i^0}{3}} c_i^0 = \sum_{i=1}^{N^1} 4 \sqrt{\frac{A_i^1}{3}} c_i^1 \dots\dots\dots (38)$$

となる。ただし、式(36)により、 N は十分大きいとする。すなわち、開放系においても、母集団としてのソリトン群の統計量である式(38)が保存されることがわかる。

さらに、水位変動の分布とソリトンの固有値の分布が、ソリトンの数を媒介として一対一に対応すること

を示す。ただし以下では、波峯が重なり合っておらず、隣接波の影響を無視できる漸近状態での水位変動を、ソリトンの波谷面を基準にした変動として取り扱う。いま、対象とする不規則波浪のサンプリング間隔を $\Delta\tau$ とすると、水位変動 $\eta+\eta_0$ の全標本数 N_Y および $\eta+\eta_0$ がある水位 ζ より小なる標本数 $n_Y(\zeta)$ は、Gauss 記号 $[]$ を用いて、それぞれ次式で与えられる。

$$N_Y = [T^*/\Delta\tau] + 1, \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$n_Y(\eta) = \left[T^* - 2 \sum_{i=1}^N (\eta_i^{-1}(\zeta) - \delta_i) \right] / \Delta\tau + 1 \quad \dots\dots\dots (40)$$

ここに、 T^* ；波浪の無次元観測時間である。また、 η_i^{-1} は

$$\eta_i^{-1}(\zeta) = \delta_i + \frac{2}{\sqrt{3A_i} c_i} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \zeta/A_i}}{\sqrt{\zeta/A_i}} \quad \dots\dots\dots (41)$$

で表される i 番目のソリトンの波形の逆関数であり、この誘導に際して、 $\tau \geq \delta_i$ および $\zeta \leq A_i$ を仮定した。さて、水位変動 $\eta+\eta_0$ の確率分布関数 $F_Y(\zeta)$ は、確率分布関数の定義より、 $\eta+\eta_0$ がある水位より小なる確率 $Pr[\eta+\eta_0 \leq \zeta]$ で表される。すなわち、式(39)、(40)および(41)を用いれば、 $F_Y(\zeta)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} F_Y(\zeta) &= Pr[\eta+\eta_0 \leq \zeta] = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \{n_Y(\zeta)/N_Y\} \\ &= 1 - \frac{4}{T^*} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{3A_i} c_i} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \zeta/A_i}}{\sqrt{\zeta/A_i}} \quad \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

ここで、確率変数の関数に関する期待値演算の考え方を導入して、これをソリトンの固有値分布 $p(m)$ を用いた表示に書き換えると、次の確率分布関数が得られる。

$$F_Y(\zeta) = 1 - n \sum_{m=1}^R \frac{p(m)}{\sqrt{3\bar{A}_m} \bar{c}_m} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_m}}{\sqrt{\zeta/\bar{A}_m}} \quad \dots\dots\dots (43)$$

ここに、

$$n = \lim_{T^*, N \rightarrow \infty} N/T^* \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$\bar{c}_m = \bar{A}_m/2 - 3\eta_0/2 \quad \dots\dots\dots (45)$$

であり、 R ；確率関数 $p(m)$ の階級の数および $\bar{A}_m$ ；確率関数 $p(m)$ における m 番目の階級値である。さらに、 ζ で微分して、水位変動 $\eta+\eta_0$ の確率密度関数 $f_Y(\zeta)$ を得る。

$$\begin{aligned} f_Y(\zeta) &= dF_Y/d\zeta \\ &= 2n \sum_{m=1}^R \frac{p(m)(1 + \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_m})}{\sqrt{3\bar{A}_m} \bar{c}_m (1 - \zeta/\bar{A}_m + \bar{A}_m \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_m}) \zeta} \quad \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

この式より、波峯が重なり合っていない場合には、ソリトンの固有値分布 $p(m)$ を与えれば、直ちに水位変動の分布を知ることができる。また、その逆に、水位分布が既知の場合、ソリトンの固有値の分布も既知となる。すなわち、水位変動の標本分布において、 j 番目の階級に対する相対度数を F_j 、 j 番目の階級の下限および上限をそれぞれ ζ_j および ζ_{j+1} とすれば、相対度数 F_j は、式(42)の確率分布関数の差として次式で表される。

$$F_j = F_Y(\zeta_{j+1}) - F_Y(\zeta_j) = 4n \sum_{m=1}^R p_m S_{jm} \quad \dots\dots\dots (47)$$

ここに、

$$p_m = p(m) \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$S_{jm} = \frac{1}{\sqrt{3\bar{A}_m} \bar{c}_m} \ln \frac{(1 + \sqrt{1 - \zeta_j/\bar{A}_m}) \sqrt{\zeta_{j+1}/\bar{A}_m}}{1 + \sqrt{1 - \zeta_{j+1}/\bar{A}_m}} \quad (j=1, R, \dots, m=1, \dots, R) \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$\eta_0 = \int_0^\infty \zeta f_Y(\zeta) d\zeta \quad \dots\dots\dots (50)$$

である。これより、ソリトンの固有値分布 $p(m)$ を求める問題は、 R 元連立方程式を解く問題に帰着し、その解は次式で与えられる。

$$\mathbf{p} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{F} / (4n) \quad \dots\dots\dots (51)$$

ここに,

$$\mathbf{p} = [p_m], \quad \mathbf{S} = [S_{jm}], \quad \mathbf{F} = [F_j] \quad \dots\dots\dots (52)$$

であり, $\mathbf{p}$; $p_j (j=1, \dots, R)$ を成分とする R 次の列ベクトル, $\mathbf{S}$; $S_{jm} (j=1, \dots, R, m=1, \dots, R)$ を成分とする R 次の正方行列および $\mathbf{F}$; $F_j (j=1, \dots, R)$ を成分とする R 次の列ベクトルである。

以上より, ソリトン数 N が保存される場合には, 水位変動の分布とソリトンの固有値分布とが一对一に対応することがわかる。したがって, 開放系においては, エルゴード性の下で, 水位分布とともにソリトン数が保存されるため, ソリトンの固有値分布も保存される。また, 一定の有限領域内におけるソリトン数の保存は, ソリトン間隔の平均値が保存されることを意味する。これらより, ソリトン群の開放系として不規則波浪を取り扱う場合には, ソリトンの固有値分布と間隔の平均値が有意な統計量となることがわかる。

3. 海岸波浪の伝播とソリトンモード

ここでは, 前章において示したソリトンによる波形の表示および波浪ソリトン群の統計理論の妥当性を現地観測記録を用いて明らかにすると同時に, 浅海における波浪の巨視特性について考察する。特に, ソリトンの連なりとして波浪を取り扱う場合に, 従来の手法と比べてどのような特徴が現われるのかを明らかにする。さらに, うねり性波浪だけでなく, 発達および最盛期の風波に近い波浪や碎波を含む波浪に対するソリトンモードの適用性についても検討する。

3.1 観測記録の概要

(1) 波浪観測

本研究において解析の対象とした記録は, 京都大学防災研究所附属大島波浪観測所において, 1981年3月および1983年11月に実施した2回の集中観測で得られたものの一部である。

(a) 1981年3月の観測記録: 解析は, 観測棧橋に設置された2台の容量式波高計によって1981年3月7日に得られたうねり性の海岸波浪の60分間連続記録に対して行われた。なお, 2台の波高計の間隔は 8.75 m であり, いずれの水深も 5.7 m であった。以下, 沖側および岸側の測点をそれぞれ P.1 および P.2 とする。

(b) 1983年11月の観測記録: 解析は, 11月24日から28日にかけて記録された1つの storm 全体をカバーすることのできる12ケースの波形記録に対して行われた。A/D 変換時のサンプリング間隔は 0.16 sec であり, 1ケースにつき4,096個のデータ (約11分間) を1つの波形記録として扱った。測点としては, Fig. 3 に示すように, 沖から Ch. 2, 5, 10 および13の4つの測点を選んだ。

Fig. 4 は, 集中観測の期間中における観測棧橋に沿う海底地形の変化を示したものである。これより, Ch. 2 から Ch. 5 の間においてはほぼ一様水深であり, Ch. 5 から Ch. 10 および10から Ch. 13の間は, それぞれ1/180 および 1/40 の勾配を持つ

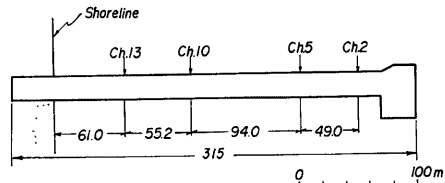


Fig. 3 Wave observation pier and wave gauges installed.

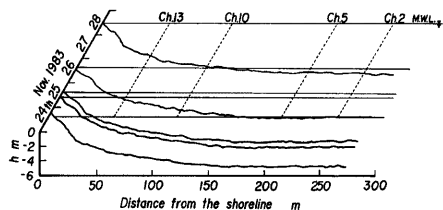


Fig. 4 Changes in bottom profile along observation pier in time sequence of observations.

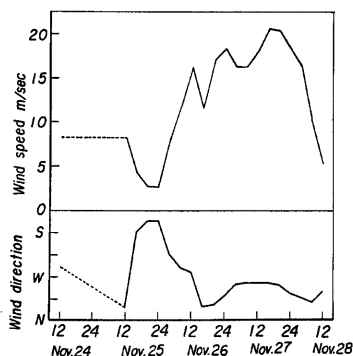


Fig. 5 Changes in wind speed and direction during observations.

海底であることがわかる。

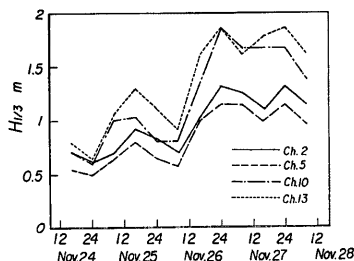
Fig. 5 は、解析対象となった4日間の風速および風向の時間変化を示したものである。また Fig. 6 には、代表波高および周期の時空間変化を示す。Figs. 5 および 6 より、この観測期間中には2つの storm が出現していたことがわかる。このうち最初の storm は比較的小さなものであり、この storm による波浪が完全に減衰する前に次の storm による波浪が発達し、うねりの上に風波が重畳する様子がうかがえる。以下では、主として2つめの storm を中心に考察を行う。

このように、1981年3月のデータの場合、測点数が少ないため、波浪特性の空間的変化を検討するには適しておらず、1983年11月のデータの場合、データ長が短いために統計的取り扱いにおいて信頼性が若干低下すると思われる。このため以下では、このような両者のデータが

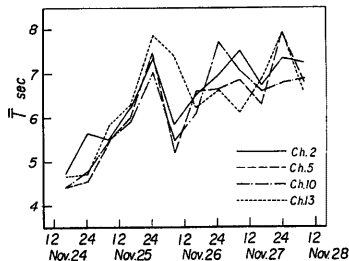
持つ性質の違いを考慮して、観測記録の解析および考察を行うことにする。

(2) 波のエネルギースペクトル

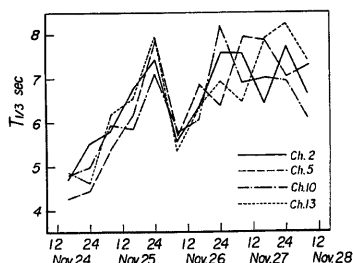
Fig. 7 は、波のエネルギースペクトルの空間変化の一例である。Fig. 7(b) は、Fig. 6 から波浪の発生期における風波であることがわかる。また、このスペクトル形には2つのピークが現われているが、これは波の非線形性の影響ではなく、2方向からの波浪の重ね合せによるものと思われる。Fig. 7(c) および (d) は波



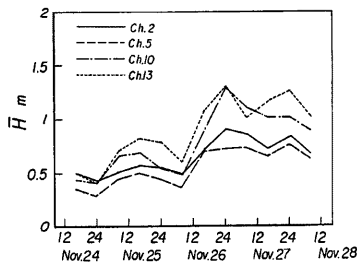
(a) Significant wave heights $H_{1/3}$



(b) Mean wave heights $\bar{H}$

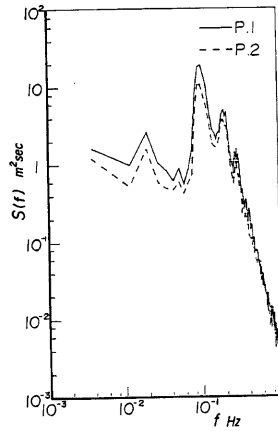


(c) Significant wave periods $T_{1/3}$

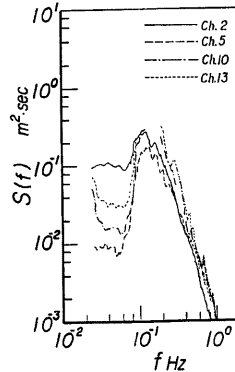


(d) Mean wave periods $\bar{T}$

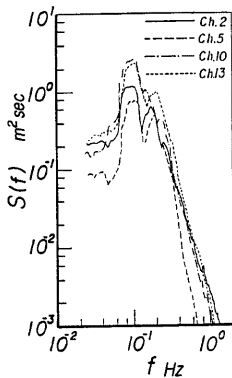
Fig. 6 Changes in wave heights and periods analyzed by zero-up cross method during observations.



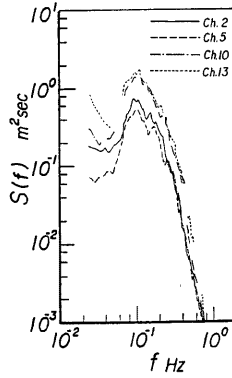
(a) On 7 March, 1981



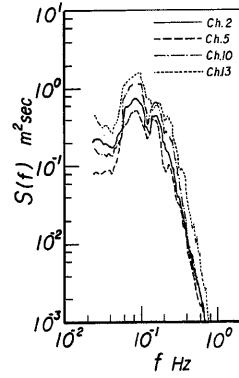
(b) At 8:00, 26 November, 1983



(c) At 24:00, 26 November, 1983



(d) At 16:00, 27 November, 1983



(e) At 8:00, 28 November, 1983

Fig. 7 Changes in wave energy spectra along pier.

浪の発達期に、Fig. 7(a) および (e) は減衰期に相当するスペクトルである。これらには波の非線形性に起因する倍周波数成分のピークが現われており、これは Fig. 7(a), (c) および (e) において顕著である。また、Fig. 7(a)の両側点および (b), (d) および (e) の汀線に最も近い Ch. 13 において、 $f=0.04$ Hz 以下の低周波成分が増加しているが、これは反射波の影響であると思われる。

(3) 水位変動の統計的解析

観測記録にはノイズおよび微小擾乱が含まれているため、0.4 Hz 以上の高周波成分を FFT 法による数値フィルターを用いて除去した。また、Fig. 7 からわかるように、反射波の影響が少なからず見られるため、同様の方法により 0.04 Hz 以下の低周波成分も除去した。以下の解析では、このフィルター処理波形を用いることにする。

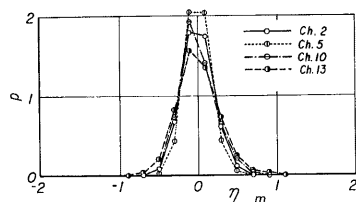
波浪の統計的解析を行うにあたり重要となるのは、確率変数としての水位変動の定常性である。Table 1

Table 1 Tests of statistical stationary of water surface displacement

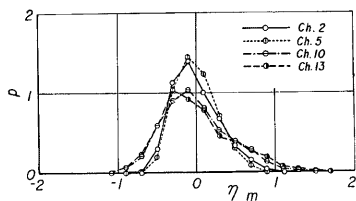
Date	(time)	Number of runs				Region of acceptance (Level of significance = 5%)
		Ch. 2 (P. 1)	Ch. 5 (P. 2)	Ch. 10	Ch. 13	
7 March, 1981		30	28	—	—	24~37
26 November, 1983 (8:00)		4	4	4	4	3~8
27 November, 1983 (16:00)		3	4	5	6	3~8
28 November, 1983 (8:00)		4	3	3	6	3~8

は、波形の定常性の検定としてノンパラメトリック手法による連検定を行った結果である。ここでは、波形の標本記録を各区間のデータが独立であると考えてさしつかえのないような1分間の時間区間に分け、各区間に対する標本標準偏差値の列をそれらの中央値に関する連の大きさによって検定を行った。その結果、標本値列の変動が不規則で、トレンドを示しておらず、有意水準5%で定常性の仮説が許容されることが確認された。

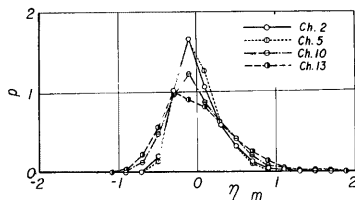
Fig. 8 は、水位分布の空間的変化の一例である。全体的には、Ch. 2 から5の間での分布形の変化は小さく、正規分布に近い形をしている。しかし細かく見ると、分布のピークは負側へ偏り、左右非対称の傾向が若干見られ、これは波浪の伝播に伴い顕著となる。また、波浪の発生期よりも最盛および減衰期の方が顕著である。これらより、波浪の発達および水深の減少に伴い、波浪の非線形性が次第に増加することが確認できる。この点については、3.3で詳細に検討することにする。



(a) At 8:00, 26 November, 1983



(b) At 16:00, 27 November, 1983



(c) At 8:00, 28 November, 1983

Fig. 8 Changes in distributions of water surface displacement, η .

Fig. 9 は、平均波高 μ_H および標準偏差 σ_H を用いて規格化されたゼロアップクロス波高の分布であり、比較のために Rayleigh 分布をあわせて示してある。Rayleigh 分布に比べ波高分布は正側に偏っており、これは波浪の非線形性の影響によると思われる。この点に関しては、ソリトン群の固有値分布との関連で後述する。

3.2 ソリトンモードによる波形の表示

ここでは、式(3)で示されたソリトンモードによる波形の表示法の適用性を観測波形に対して検討する。

Table 2 は、考察の対象となる観測波浪の特性を表したものである。1983年11月のデータに関しては、Fig. 6より、N 2608, N 2624, N 2716 および N 2808 はそれぞれ波浪の発生、発達、最盛および減衰期に対応すると判断される。なお、以下では、表中のデータ番号を用いて議論を進めることにする。

Fig. 10 は、観測波形と式(3)に基づいて得られたソリトン合成波形との比較を示す。全体的には、波高および周期の大小にかかわらず、その適用性は良好である。しかしながら、細部については、ソリトンの波峰間隔が狭い場合において適用性が低下する傾向がある。これは、式(3)が相互干渉を無視したソリトン表示であるため当

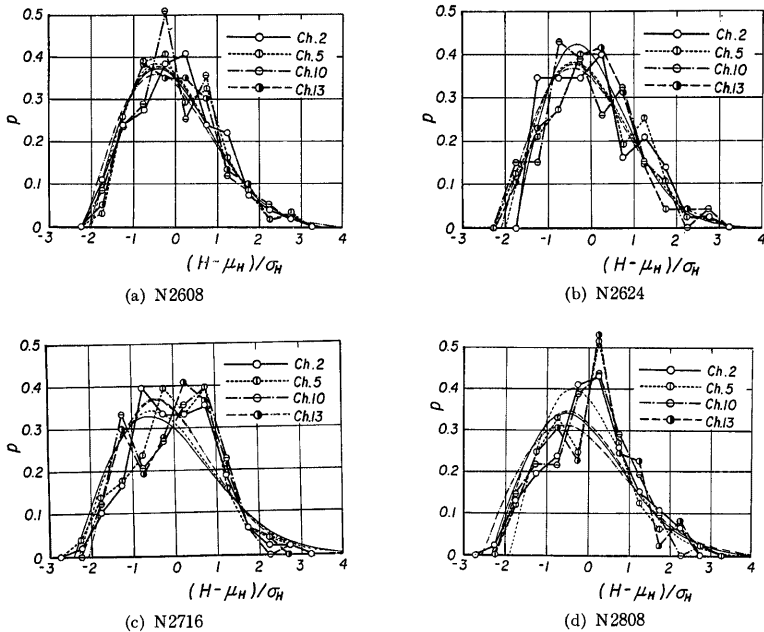


Fig. 9 Changes in distributions of relative wave heights $(H - \mu_H) / \sigma_H$ by zero-up cross method along pier.

然の結果とも云え、むしろ良く表示されていると思われる。ただし、Fig. 15(d) に示される N 2716 の Ch. 10 のように、波形をソリトンとして評価できずに欠けてしまった箇所がわずかに見られる。このため、次の統計的解析結果において、ソリトン間隔に関する統計量の信頼性が低下することを注意しておく必要がある。また、ソリトン表示の適用性に対する砕波の影響はほとんど見られない。式 (3) が波峰間隔の大きなうねり性波浪を対象とした表示であるにもかかわらず、砕波を含む波浪のソリトン表示の適用性がこれほどまでに良好であるのは興味深い結果と思われる。この理由としては、このときの砕波がソリトンに類似した spilling 型であったためと考えられる。

以上より、ソリトンモードに基づく波形の表示は、種々の海象条件における波浪に対してかなり広く適用可能であると思われる。

3.3 波浪ソリトン群の巨視特性

(1) 固有値分布

2. では、一様水深場においてエネルギー逸散および相互干渉が無視できる場合には、個々のソリトンの固有値は時空間的に不変であり、その分布は波浪の伝播に伴い保存されることが理論的に示された。ところが、傾斜海浜上をソリトン群が伝播する場合や波浪の発達および最盛期のような強風時の場合における固有値分布の変化については不明である。

Fig. 11 は、式(5)を用いて規準化された固有値 α の標本分布の空間的変化を示す。1983年11月のデータについては、標本の大きさが100~150程度とかなり小さいため、分布形にはばらつきが見られるものの、全体的には海象条件ごとに一定の分布形状が存在すると思われ、それらは左右対称、左右非対称で右側および左側に偏った場合という3つのパターンに分類されよう。Fig. 11(b) に示された線形波に近い波浪の発生期

Table 2 Properties of

Date time	7 March, 1981		26 November, 1983 (8:00)			
Data No.	DNO 7		N2608			
Channel No.	P. 1	P. 2	Ch. 2	Ch. 5	Ch. 10	Ch. 13
Depth (m)	5.70	5.70	6.960	6.985	6.430	5.110
η_{rms}	0.091	0.073	0.191	0.153	0.211	0.252
Skewness	1.161	1.149	0.133	0.097	0.411	0.302
Kurtosis	4.610	5.136	2.904	3.233	3.055	3.374
U_r	26.309	17.811	5.548	5.752	4.819	8.401
f_p (Hz)	0.098	0.098	0.134	0.133	0.136	0.131
Number of waves	496	526	109	123	118	120
$H_{1/3}$ (m)	2.125	1.632	0.711	0.582	0.817	0.932
$T_{1/3}$ (sec)	8.070	7.517	5.602	5.669	5.777	5.366
Number of solitons	489	540	144	136	154	137
μ_A (m)	1.300	1.082	0.679	0.685	0.835	0.765
σ_A	0.633	0.531	0.384	0.321	0.395	0.370
μ_T (sec)	7.156	6.573	4.507	4.856	4.211	4.746
σ_T	3.027	2.464	5.070	6.160	2.152	2.883
ρ (A & T)	0.316	0.304	-0.052	-0.011	0.092	0.026
γ (A_j & A_{j+1})	0.063	0.006	0.259	0.283	0.136	0.047
Mean length of runs	1.93		2.233	2.385	2.152	2.233
Wave conditions*)	N	N	N	N	N	N
	Swell		Swell+Wind wave			
Wind speed (m/sec)	—		11.75			
Wind direction	—		WSW			

*) N; No breaker, P; Partially breaking and B; Breakers (Spilling)

の風波の場合には、分布形は左右対称となっている。また、**Fig. 11(f)** に示されたコスタリカのカルデラ港において観測²⁸⁾された顕著な波群を有する波浪の場合もこのパターンに属する。

Fig. 11(c) および **(d)** のような強風下における波浪の発達および最盛期には、分布形は左右非対称で右側に偏っている。さらに、**Fig. 11(a)** および **(e)** に示されたうねり性波浪のような波浪の減衰期においては、左右非対称で左側に偏った分布形をしている。これらより、波浪ソリトン群の固有値分布は単に統計的な分布であるだけでなく、波浪の持つ力学的構造に対応した分布であると考えよう。

このように分類された固有値分布は、波浪の伝播において良く保存されている。特に、**Fig. 11(b)** の N 2608 のケースを除いて、一様水深でかつ砕波を含まない測点の間においては、分布形にほとんど変化は見られず、これは **Fig. 11(a)** および **(e)** のうねり性波浪の場合に最も顕著である。ここでは各測点における波形から直接的に個々のソリトンの対応を見つけることはできなかったが、もしこの対応がつけば、各ソリトンの伝播に伴う保存性も明らかになると思われる。さらに興味深いことは、浅水および砕波変形を含む1983年11月のデータの Ch. 10 および13の間においてさえ、固有値分布があまり変化していないことであろう。これは、**Fig. 9** に示した波別解析法による波高分布との大きな相違点である。これらより、浅海での波浪の

observed waves

26 November, 1983 (24:00)				27 November, 1983 (16:00)				28 November, 1983 (8:00)			
N2624				N2716				N2808			
Ch. 2	Ch. 5	Ch. 10	Ch. 13	Ch. 2	Ch. 5	Ch. 10	Ch. 13	Ch. 2	Ch. 5	Ch. 10	Ch. 13
6.960	6.985	6.430	5.110	7.120	6.985	6.540	5.410	7.120	6.985	6.540	5.410
0.355	0.293	0.475	0.504	0.297	0.259	0.418	0.450	0.283	0.250	0.360	0.421
0.913	0.885	0.461	0.778	0.670	0.452	0.620	0.645	0.820	0.565	0.595	0.630
3.698	3.980	2.719	3.251	3.226	3.428	3.428	3.111	4.029	3.098	3.352	3.466
8.105	14.336	12.215	20.104	11.348	5.770	11.626	11.004	6.417	6.505	10.325	13.387
0.098	0.134	0.108	0.104	0.096	0.101	0.102	0.114	0.082	0.093	0.102	0.096
93	97	83	98	96	101	96	93	87	95	93	96
1.319	1.157	1.851	1.870	1.122	0.968	1.629	1.761	1.158	0.953	1.387	1.595
7.615	6.402	8.148	6.958	6.466	7.840	7.012	7.912	6.673	7.299	6.037	7.406
134	143	132	129	131	136	118	145	135	122	129	127
1.058	0.997	1.202	1.137	0.970	0.985	1.172	1.072	0.881	0.822	1.069	1.083
0.538	0.512	0.548	0.634	0.500	0.417	0.565	0.546	0.430	0.440	0.541	0.497
4.753	4.509	4.951	5.055	4.971	4.649	5.459	4.487	4.788	5.377	5.028	5.017
4.192	7.086	7.481	6.670	7.785	3.615	3.696	2.753	4.783	2.978	5.250	3.075
-0.002	0.041	0.036	0.112	-0.063	0.070	0.078	0.241	0.037	0.109	0.027	0.115
-0.060	0.209	-0.075	-0.161	0.200	0.146	0.070	-0.183	0.056	0.278	0.130	-0.001
1.806	2.467	1.816	1.639	2.129	2.212	2.138	1.643	1.853	2.036	2.233	2.222
N	N	B	B	N	N	B	B	N	N	N	P
Wind wave				Wind wave				Swell			
18.33				20.50				10.08			
NW				WNW				NNW			

伝播においては、ソリトンモードのような力学的構造が支配的になっていると考えられる。

ついで、次式で定義されるソリトン群のエネルギー E をその平均値 μ_E および標準偏差 σ_E で規準化した確率変数の分布を Fig. 12 に示す。

$$E = \kappa A^{2/3} \dots \dots \dots (53)$$

ここに、 κ は比例定数である。これより、規準化されたソリトンのエネルギー分布は、固有値分布の場合と異なり、一定の分布形を有することがわかる。これは、規準化操作によりエネルギーの分配が一定の比率で行われていることを意味し、統計力学における正準集合の分配関数の概念と対応していると考えられる。

(2) ソリトン群に関する砕波限界

式(3)からもわかるように、ソリトン群は孤立波の連なりとして表示でき、このとき波谷面は平均海面に一致する。孤立波の最高波に関する研究はこれまで数多くなされており、特に山田ら²⁹⁾が提案した次式の無次元化された最高波の波高が一般に認められている。

$$H_{\max}/h = 0.8262 \dots \dots \dots (54)$$

ここに、 $H_{\max}$ ；最高波の波高および h ；水深である。しかしながら、これらの研究は規則波としての最高波

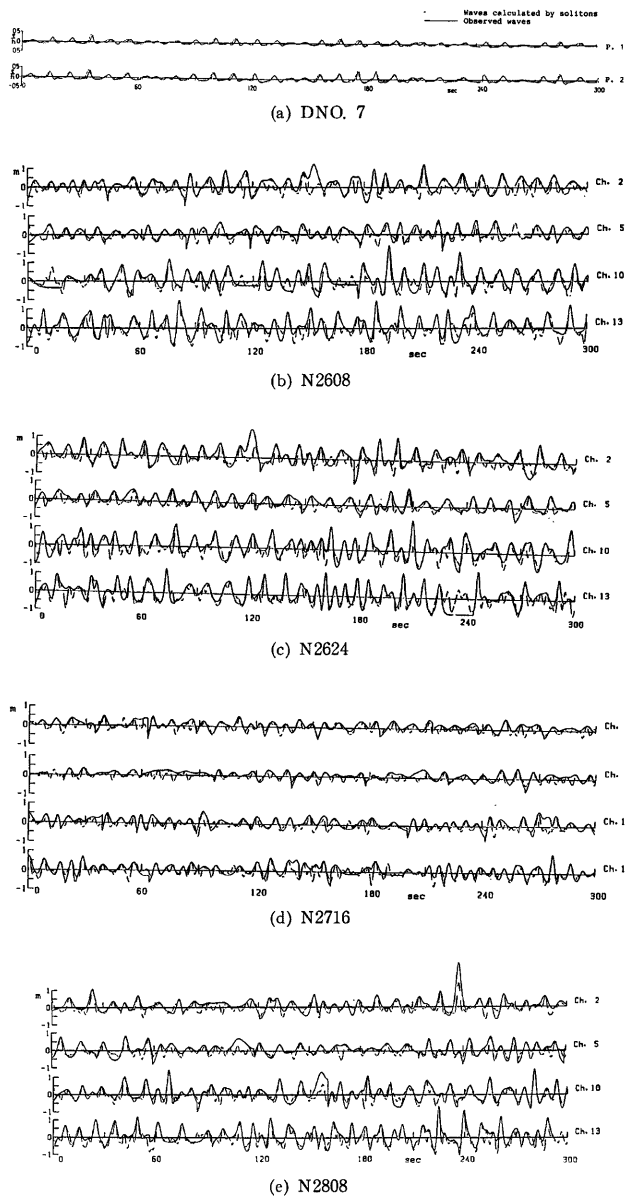
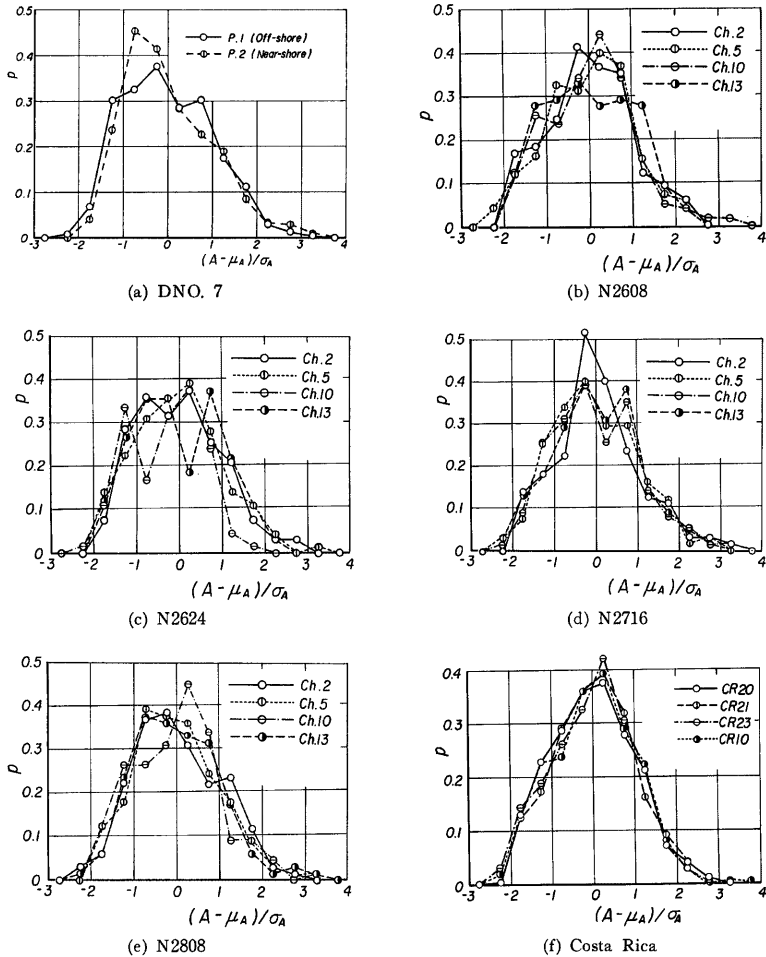
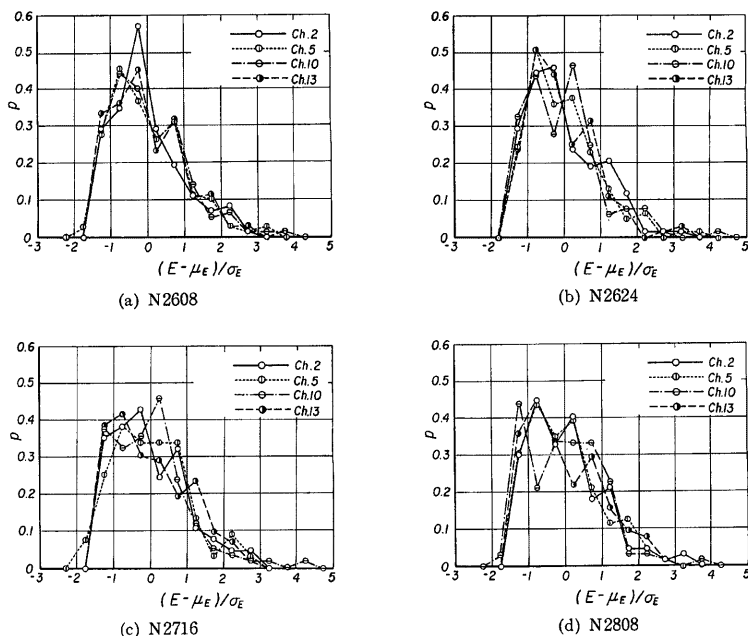


Fig. 10 Comparisons between observed and calculated wave profiles in growing state to decay.

Fig. 11 Changes in distributions of normalized eigenvalue, $(A - \mu_A) / \sigma_A$ along pier.

を示したに過ぎず、現実の不規則波浪にその結果をそのまま用いるのは不適当であると思われる。合田²⁰⁾は、不規則波の砕波限界波高は単一の値を取るのではなく、波高分布におけるある値の幅としてこれを考えた。

Table 3 は、**Fig. 11** から求めたソリトン群の砕波条件を示したものであり、 A_b^* ；砕波時における無次元化された固有値、 ΔA_b^* ； A_b^* の幅および σ_A^* ；無次元化された固有値の標準偏差である。ソリトンとしての砕波限界波高は、式(54)による値に比べかなり小さな値となっており、規則波と不規則波のこのような相違は、合田²⁰⁾や Thornton および Guza²²⁾ による不規則波の砕波に関する実験的研究においても指摘されている。しかしながら、表中の値はこれらの研究と比較してもなお小さい。その原因としては、風および海底勾配の影響が考えられ、今後砕波指標を検討する際には、これらをパラメータとして考慮する必要があるだろう。

Fig. 12 Changes in distributions of energy, $(E - \mu_E)/\sigma_E$ by soliton along pier.

また、この表より、波高分布における砕波限界としての固有値はある幅を持っており、この幅は砕波が最初に観測されたより沖側の測点において広がることになる。さらに、標準偏差は、砕波が発生した測点より岸へ近づくにつれて増加する傾向が見られる。これは、砕波の進行とともに波高の大きな波が消滅し、一旦は分布形が狭くなるものの、その後砕波による再生波の影響により固有値分布の広がりが大きくなるためであると思われる。

(3) 固有値および間隔の時空間変化

Fig. 13 は、1983年11月のデータに関する沖波波高と各測点での波高の比の観測機橋に沿う変化であり、海底地形もあわせて示してある。沖波波高としては、沖側測点 Ch. 2 における波高の平均値を用いており、 A_0 および H_0 はそれぞれ Ch. 2 におけるソリトンの固有値およびゼロアップクロス波高の平均値である。

Table 3 Breaker conditions of solitons

Data No.	Channel	$A^{*b} = A_b/h$	ΔA^{*b}	σ^{*A}
N2624	Ch. 10	0.325 - 0.425	0.110	0.085
	Ch. 13	0.425 - 0.475	0.05	0.124
N2716	Ch. 10	0.325 - 0.475	0.115	0.086
	Ch. 13	0.375 - 0.425	0.05	0.101
N2808	Ch. 13	0.325 - 0.525	0.20	0.092

また、 A および H はそれぞれ各測点におけるそれらの平均値である。これより、ソリトンモードによる表示の場合は、ゼロアップクロス法による場合に比べ、波浪の伝播に伴う固有値の平均値の変化が小さく、浅水化および砕波の影響をあまり受けていないことがわかる。また、固有値の平均値は、一様水深である Ch. 2 から 5 の間でほとんど変化せず、傾斜海浜である Ch. 5 から Ch. 10 の間では浅

水化によって波高が一定の割合で増大する傾向が見られ、海底地形と波高とが正確に対応している様子がうかがえる。さらに、Fig. 13(a)の Ch. 10 から Ch. 13 の間において、砕波による波高の減衰が認められるが、その変化は小さく、ソリトンによって波浪を表示した場合には、その伝播に伴う固有値の変化は主として水深に依存するものと思われる。これに対して、ゼロアップクロス法による場合には、Ch. 2 から Ch. 5 の間において、一様水深でかつ砕波を含まないにもかかわらず、平均波高は約20%も減少している。また、Ch. 5 から Ch. 10 の間において、ソリトンの場合浅水化による固有値の変化の割合が一定であるのに対して、Fig. 13(b) では波高変化に一定の傾向は見られない。それゆえ、ゼロアップクロス法のような波別解析法によって不規則波浪の巨視特性を推定することは困難となると思われる。以上より、ソリトンの固有値の平均値は、その分布と同様に、統計量として優れた性質を持っており、波浪ソリトン群の巨視特性を正しく反映することのできる物理量であると云えよう。

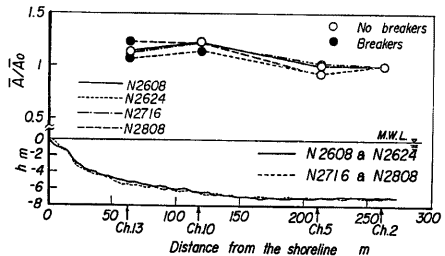
Fig. 14 は、1983年11月のデータに関する無次元周期の機橋に沿う変化を示したものであり、

μ_T はソリトン間隔の平均値および $T\sqrt{g/h}$ はゼロアップクロス法による平均周期である。波浪の伝播に伴いソリトン間隔の平均値は大きく変化しており、2.4 で示された間隔の平均値に関する空間的な保存性は成立していない。この理由としては、標本の大きさが100~150と小さいことに加え、波浪ソリトン群として波形を表示する際に、Fig. 10 で見られたような多少のソリトンの欠落が存在していたためと考えられる。また、Ch. 5 から Ch. 13 へ波浪が伝播するに従い、全体的にソリトン間隔が増加する傾向がある。これは、海底摩擦の影響による波高減衰の効果が無視できなくなり、小さなソリトンが消滅するか、あるいはソリトンモードによる波形の表示の際にソリトンと見なせない程度に波高が小さくなってしまったため、ソリトン数が減少し、その結果としてソリトン間隔の平均値が大きくなっているものと推測できる。なお、N 2716 の Ch. 10 の場合のように、Fig. 10 で見られたソリトンの欠落も、その原因の一つと考えられる。さらに、この図より、N 2808 に示される波浪の減衰期では、波浪の発生 (N 2608) および発達 (N 2624 および N 2716) に比べ、ソリトン間隔が大きくなっていることがわかる。この傾向は、ゼロアップクロス法によって得られた Fig. 14(b) において、より顕著に現われている。このように、減衰期のうねり性の方がソリトン間隔あるいはゼロアップクロス周期が大きくなるという一般的傾向が見られるものの、かなりばらつきは大きいと云えよう。

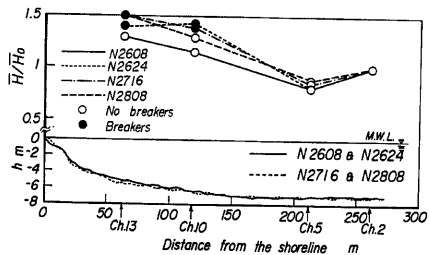
(4) 波浪の非線形性と波群性

ここでは、波浪の非線形性および波群性の時空間的变化を中心に議論を進めるため、主として1983年11月のデータを用いて考察を行うことにする。

Fig. 15 は、水位変動の skewness および kurtosis の空間的变化を示す。Figs. 7 および 8 において考察したように、N 2608 は線形に近い波浪と考えられるため、skewness および kurtosis はそれぞれ 0 および 3 に近い値となっている。これに対して、他のケースに関しては、skewness は 0.5 以上の値を示しており、

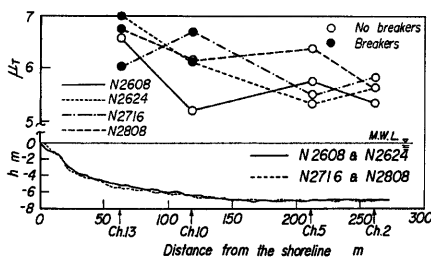


(a) Eigenvalues of solitons

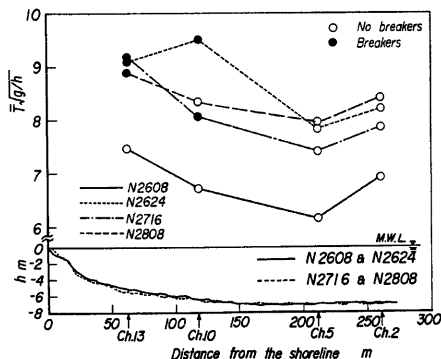


(b) Wave heights by the zero-up cross method

Fig. 13 Changes in mean wave heights and eigenvalues relation to the ones in offshore point, Ch. 2 along pier.



(a) Intervals of solitons



(b) Wave periods by the zero-up cross method

Fig. 14 Changes in nondimensional soliton intervals and mean wave periods along pier.

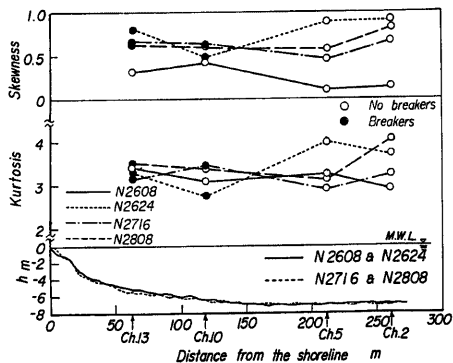


Fig. 15 Changes in skewness and kurtosis.

波谷面が平坦化していることがわかる。また、これら2つのパラメータは、砕波の影響をほとんど受けていないように見えるが、この点に関しては、砕波点との関連で今後検討する必要がある。

Fig. 16 は、非線形性パラメータである Ursell 数の空間的变化を示す。ここに、 U_r は次式で定義されるソリトンモードによる Ursell 数である。

$$U_r = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{(A_j - \mu_A)}{\sigma_A} \left\{ \frac{(T_j - \mu_T)}{\sigma_T} \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (55)$$

Fig. 5 より比較的风速の小さい場合と判断される N 2608 および N 2808 のケースについては、あたかも海底形状に沿うかのように、水深の減少に伴い Ursell 数は増加している。N 2624 および N 2716 のケースにおいても同様な傾向が現われているが、Ursell 数は少しばらついた値を示しており、これは強風および砕波の影響によると思われる。観測時間の経過に伴う Ursell 数の変化に着目すると、波浪の発生および減衰期よりも、発達および最盛期における Ursell 数の方が全体的に大きな値となっており、これは砕波を含む場合により顕著となることがわかる。さらに、Fig. 10 で示したように、ソリトンモードによる波形表示の適用性は、Ursell 数がおおよそ10以上となる N 2624, N 2716 および N 2808 のケースにおいて最も良好であり、1981年3月のデータについても、Table 2 に示したように、 $U_r \geq 10$ となっている。このように、波形表示についてだけ着目した場合には、うねり性波浪のソリトンによる表示が最も適していると考えられるよりも、むしろうねりや風波を問わずに、 $U_r \geq 10$ の波浪を波浪ソリトン群として扱うのが実用的であると思われる。

Fig. 17 は、次式で定義される隣り合うソリトンの固有値相互の相関係数の空間的变化を示す。

$$\gamma = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{(A_j - \mu_A)(A_{j+1} - \mu_A)}{\sigma_A^2} \quad \dots\dots\dots (56)$$

隣り合うソリトンの固有値相互の相関が高い

ほど、波浪は波群としての束縛を強く受けながら伝播していると考えられる。この図より、N 2624 および N 2808 のケースには相関係数に多少のばらつきが認められるものの、全体的な傾向としては、波浪の伝播と共に相関は低下していることがわかる。これは、浅水化に伴い、波群中の搬送波が粒子的な性質を強め、波浪ソリトン群として独立に伝播するためと考えられる。N 2624 および N 2716 の Ch. 10 および Ch. 13 の砕波が存在する場合には、相関係数は負の値を示している。これは、砕波前まである程度の相関を有していた波浪ソリトン群のうち、大きな波高を持つソリトンが砕波することによりその相関関係が崩れ、逆に砕波によって生じた再生波の影響のために負の相関を示すことになったと考えられる。また、観測時間の経過に伴う相関係数の変化の全体的傾向としては、N 2624 および N 2716 の波浪の発達および最盛期に比べ、N 2608 および N 2808 の発生および減衰期の方が相関が高い。Table 2 からわかるように、ソリトンの固有値の平均値は前者の方が大きく、その標準偏差も総体的に見て前者の方が大きい。式(4)で明らかのように、各ソリトンの伝播速度は固有値の大きさに比例するため、固有値が大きいかつそのばらつきが大きいほど各ソリトンはより活発にその配列を変えることになり、相関係数の絶対値 $|\gamma|$ を低くする結果をもたらす。このため、前者の場合の相関が後者に比べ低くなっているものと考えられる。

Fig. 18 は、ソリトンの固有値に関する平均連長の変化であり、連長は固有値の平均値を超える連を用いて定義されている。平均連長は、隣り合うソリトンの固有値相互の相関係数と同様に、波群性を表す統計量であると考えられるが、Fig. 17 とは異なり、空間的にその値はほとんど変化していない。Fig. 17 とのこのように相違は、小さなソリトンの連り方原因があると思われる。すなわち、連長によって波群性を議論する場合には、平均値以上の大きな固有値を持つソリトンしか着目できないため、小さなソリトンの影響を相関係数の場合のように評価できないと考えられる。また、砕波を含む

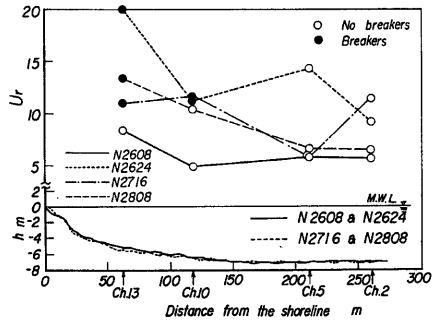


Fig. 16 Changes in Ursell number estimated by soliton with propagation.

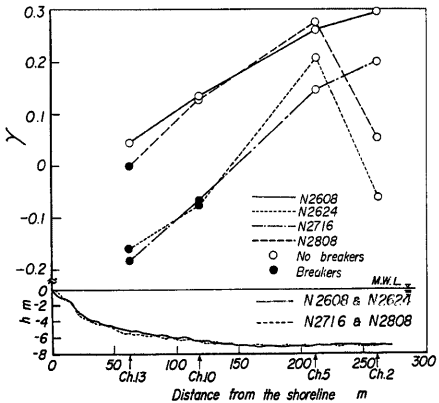


Fig. 17 Changes in correlation coefficient of eigenvalues of adjoining solitons with wave propagation.

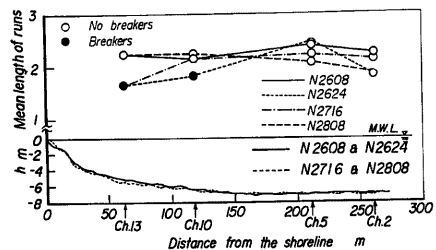


Fig. 18 Changes in mean of run length of eigenvalues with wave propagation.

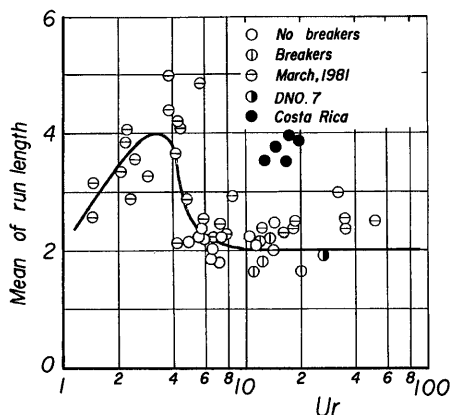


Fig. 19 Relationship between Ursell number and mean of run length of eigenvalues.

果とは直接比較できないかもしれないが、波浪ソリトン群として波形を表示した場合、自ずと高周波成分が除去されることになると考えられるため、ここでは、これらのデータが同じ条件で解析されたものとして議論を進める。この図より、Ursell 数を用いて波浪の持つ非線形性を3つの領域に分類することができると思われる。 $U_r < 4$ の弱い非線形性の領域では、非線形性の増大に伴い波群が形成され、平均連長も大きくなる。また、 $4 \leq U_r < 10$ の過渡的な領域では、ある程度非線形性が大きくなると波群構造が崩壊し始め、これに伴い波の粒子性が強くなり、平均連長も小さくなる。さらに、 $U_r \geq 10$ の強い非線形性の領域では、ほぼ完全に波群構造は崩壊し、非線形性の強弱にかかわらず、もはや平均連長そのものは変化しない。このように波群束縛が存在せず、隣り合う波高の相関がゼロの場合、平均連長は理論的に2という値をとるが、図からも2に漸近する様子がうかがえる。なお、Costa Rica 海岸におけるデータは他に比べてたいへん大きな平均連長となっている。これは、大潟海岸における海底勾配が約1/40であるのに対し、Costa Rica 海岸では約1/500とたいへん小さいことから、非線形性が強い場合でも、たいへん緩やかな海底勾配の場合には、波群が壊されにくいためであると考えられる。すなわち、波群性は非線形性のみならず海底勾配の影響も強く受けることが推測できる。

Fig. 20 は、ソリトンに関する Ursell 数と相関係数との関係であり、図中の実線は全体的な傾向を示すものである。これより、相関係数は、弱い非線形性の領域において波浪の非線形性の増大に伴い急減少するものの、過渡的な領域ではゼロに漸近し、強い非線形性の領域ではもはやほとんど変化しないことが

データにおいて、平均連長の急減少が認められるが、これは Fig. 17 の考察結果と同様の原因によるものであろう。

Fig. 19 は、ソリトンの固有値に関する Ursell 数と平均連長との関係を示したものであり、1981年3月15日から17日にかけて大潟海岸において得られた結果³⁰⁾および前述のコスタリカにおける結果もあわせて示してある。なお、前述の1981年3月7日のデータについては DNO. 7 と記して区別してある。また、図中の実線は、全体的な傾向を示す。さらに、1981年3月15日から17日にかけてのデータでは、ピーク周波数以上の高周波成分を除去した波形に関するゼロアップクロス波高の Ursell 数および平均連長が求められており、ソリトンモードによる方法で解析された1983年11月、DNO. 7 およびコスタリカの結

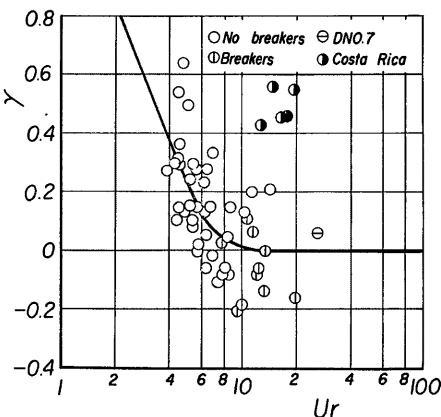


Fig. 20 Relationship between Ursell number and correlation coefficient of eigenvalues of adjoining solitons.

わかる。なお、負の相関が現われているのは、Fig. 17 の考察において述べたように、碎波後の再生波の影響によると思われる。

Figs. 10, 16, 19 および20に示されたように、ソリトンモードによる波浪の表示の適用性は、 $U_r \geq 10$ の強い非線形性の領域において最も良いと思われる。すなわち、この領域における波浪は、弱い非線形性の領域に比べ、波浪ソリトン群としてのコヒーレントな構造を有していると判断できる。しかしながら、Fig. 19 の Costa Rica 海岸のデータのように、緩勾配斜面上を波浪が伝播する場合において、この点は明らかではなく、今後、海底勾配との関連で検討する必要がある。

3.4 ソリトンモードによる波浪の統計理論の適用

ここでは、2.3において提案した波浪ソリトン群の統計的取り扱いを、現地観測によって得られたうねり性波浪に適用し、この方法の妥当性を検討する。なお、この節では、理論分布と標本分布との比較を中心に議論を進める。この際、標本の大きさが統計的に問題となるため、小標本の1983年11月のデータを用いた検討は割愛し、大標本の1981年3月 (DNO. 7) のデータにより検討を行うこととする。

(1) 確率誤差項の分布

2.3では、式(10)のように確率誤差項の正規性を仮定したが、ここでその仮定の妥当性を明らかにする。Fig. 21は、波浪ソリトン群の固有値および間隔から式(8)を用いて得られた確率誤差項 ϵ の標本分布と、その標本平均および標本分散を母数とする正規分布の確率密度関数との比較を示す。これより、標本分布に多少の偏りが認められるものの、全体的には正規分布に比較的良く一致していると云え、正規性の仮定に基づく理論の展開が十分可能であると判断される。

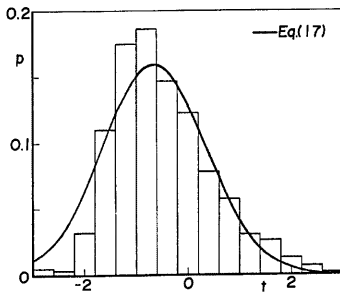
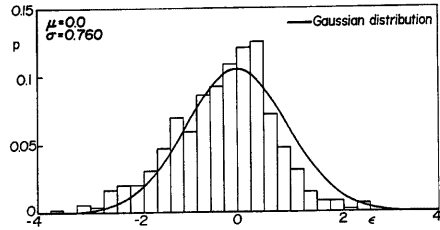
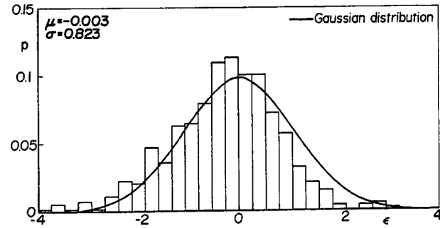


Fig. 22 Comparison between sample and theoretical distributions of intervals of solitons.



(a) DNO. 7, P. 1



(b) DNO. 7, P. 2

Fig. 21 Comparisons between sample and theoretical distributions of probability error term.

(2) ソリトン間隔の分布

Fig. 22は、Fig. 11に示したソリトンの固有値の標本分布および固有値と間隔の相関係数を式(17)に適用して理論分布を求め、これと観測データより得られたソリトンの間隔の分布とを比較したものである。ここでは、測点 P. 1での比較を割愛したが、この場合を含めて実際の標本分布と理論分布が良い一致を示しており、ここで取り扱った程度の時空間スケールはソリトンの固有値分布を基にした統計的な理論展開の妥当性が検証される。

4. 結 語

以上、浅海における非線形不規則波浪がソリトンを基準モードとするコヒーレントな力学的構造を形成してい

るとの観点から、ソリトンモードによる波浪の統計理論を展開し、力学および統計理論に基づいた波浪ソリトン群の統計的取り扱い法を提案した。ついで、1つの storm 全体をカバーする現地波浪の観測記録を用いて、広範な海象条件下における波浪をソリトンとして表示し、うねり性波浪だけでなく発達および最盛期の風波に近い波浪や砕波を含む波浪のソリトン表示の適用性を明らかにし、その伝播に伴う浅水および砕波変形などの特性を検討した。これによって得られた主要な結果は、次のように要約される。

- 1) ソリトンモードによる波形の表示に関する適用性は、Ursell 数が10以上となる強い非線形性を有する波浪に対して最も高く、特に、砕波を含む波浪に対してこの方法は有効となることを明らかにした。
- 2) 海象条件の相違により、ソリトンの固有値分布には3つのパターンが存在し、これらの分布形は波浪の伝播の過程において浅水変形や砕波の影響をあまり受けず保存されることを明らかにした。これは、波浪ソリトン群の固有値分布に関する理論的な時空間的不変性を支持する結果であると云える。これより、ソリトンモードにより波浪を表示する場合には、従来のスペクトル理論および波別解析法のように統計量の変化を考慮する必要がなく、特定の海象条件下における波浪ソリトン群を同一母集団からの標本として統計的に扱うことが可能となり、統計的解析において波浪ソリトン群としての標本の定常性も確保されるという利点もあると考えられる。
- 3) 規準化されたソリトンのエネルギー分布は、固有値分布の場合と異なり、一定の分布形を有することがわかった。これは、規準化操作によりエネルギーの分配が一定の比率で行われていることを意味し、統計力学における正準集合の分配関数の概念と対応しているように思われる。
- 4) ソリトンモードにより表示された波浪の砕波限界は、孤立波のものと比べかなり小さく、水深波高比で0.35~0.55であり、この値の幅が固有値の標準偏差と対応することを明らかにした。孤立波との相違は風、海底勾配および波浪の不規則性によるものと考えられ、今後砕波指標を検討する際には、これらのパラメータとして考慮する必要があることを示唆した。
- 5) うねり性波浪に対するソリトンモードによる波浪の統計理論の適用性は良好であり、波浪ソリトン群の統計量は、海象特性とよく対応するだけでなく、波浪の特性を一般的に評価することができる力学的な巨視量としての側面を併せ持つことを明らかにすることにより、ソリトンの固有値分布を基にした統計的取り扱いの可能性を見出すことができた。

最後に、本研究のうち Costa Rica 海岸の波浪データを心よく貸していただいた運輸省港湾技術研究所合田良実所長および資料整理に熱心に協力してくれた元大学院学生植本実君に謝意を表明する。なお、本研究の一部は文部省科学研究費（一般研究 No. 6055036）による研究成果である。

参 考 文 献

- 1) Tick, L. J.: A nonlinear random model of gravity waves, I. Jour. Math. Mech., Vol. 8, 1959, pp. 643-652.
- 2) Tick, L. J.: Non-linear probability models of ocean waves, Proc. Conf. Ocean Wave Spectra, Easton, Md., 1961.
- 3) Phillips, O. M.: The Dynamics of the Upper Wave Ocean, Cambridge Univ. Press, 1977.
- 4) Phillips, O. M.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitudes, Part 1, The elementary interactions, Jour. Fluid Mech., Vol. 9, 1960, pp. 193-217.
- 5) Phillips, O. M.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitudes, Part 2, Local properties of a random wave field, Jour. Fluid Mech., Vol. 11, 1961, pp. 143-155.
- 6) Hasselmann, K.: Grundleichungen der Seegangvoraussage, Schiffstechnik, Vol. 7, 1960, pp. 191-195.
- 7) Hasselmann, K.: On the non-linear energy transfer in a wave spectrum, Proc. Conf. Ocean Wave

- Spectra, Easton, Md., 1961.
- 8) Hasselman, K.: On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum Part I, General theory, Jour. Fluid Mech., Vol. 12, 1962, pp. 481-500.
 - 9) Longuet-Higgins, M. S.: The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 17, 1963, pp. 459-480.
 - 10) Longuet-Higgins, M. S.: On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 84, 1975, pp. 4875-4884.
 - 11) Longuet-Higgins, M. S.: On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave fields, Proc. R. Soc. Lond., Vol. A389, 1983, pp. 241-258.
 - 12) Huang, N. E., S. R. Long, C. C. Tung, Y. Yuen and L. F. Bliven: A unified two-parameter wave spectral model for a general sea state, Jour. Fluid Mech., Vol. 112, 1982, pp. 203-224.
 - 13) Huang, N. E., P. A. Hwang, H. Wang, S. R. Long and L. F. Bliven: A study on the spectral models for waves in finite water depth, Jour. Geophys. Res., Vol. 88, 1983, pp. 9579-9587.
 - 14) Huang, N. E., S. R. Long, C. C. Tung, Y. Yuen and L. F. Bliven: A non-Gaussian statistical model for surface elevation of nonlinear random wave fields, Jour. Geophys. Res., Vol. 88, 1983, pp. 7597-9606.
 - 15) Huang, N. E., S. R. Long, L. F. Bliven and C. C. Tung: The non-Gaussian joint probability density function of slope and elevation for a nonlinear gravity wave field, Jour. Geophys. Res., Vol. 89, 1984, pp. 1961-1972.
 - 16) Collins, J. I.: Probabilities of breaking wave characteristics, Proc. 13th ICCE, 1970, pp. 399-412.
 - 17) Battjes, J. A.: Setup due to irregular waves, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., Washington, D. C., 1972, pp. 1993-2004.
 - 18) Miche, M.: Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante, Annales des Ponts et Chaussées, Vol. 114, 1944, pp. 25-406.
 - 19) Kuo, C. T. and S. T. Kuo: Effect of wave breaking on statistical distribution of wave heights, Proc. Civ. Eng. Ocean, Vol. 3, 1974, pp. 211-231.
 - 20) Goda, Y.: Irregular wave deformation in the surf zone, Coast. Eng. Japan, Vol. 18, 1975, pp. 13-26.
 - 21) Shuto, N.: Nonlinear long waves in a channel of variable section, Coast. Eng. Japan, Vol. 17, 1974, pp. 1-12.
 - 22) Thornton, E. B. and R. T. Guza: Transformation of wave height distribution, Jour. Geophys. Res., Vol. 88, pp. 5925-5938.
 - 23) 土屋義人・安田孝志・武山保徳：相互干渉を無視した場合のソリトンスベクトルの理論，第28回海岸工学講演会論文集，1981，pp. 89-93.
 - 24) 土屋義人・安田孝志・篠田成郎：ソリトンスベクトル理論による海岸波浪の統計的特性，第30回海岸工学講演会論文集，1983，pp. 69-73.
 - 25) 土屋義人・安田孝志・篠田成郎：ソリトンモードに基づく不規則波浪の統計量の保存性，第31回海岸工学講演会論文集，1984，pp. 178-182.
 - 26) Tsuchiya, Y. and T. Yasuda: A cnoidal wave theory and its verification, Supp. 3rd Australian Conf. on Coastal and Ocean Eng., 1977, p. 7.
 - 27) Wadati, M. and M. Toda: The exact N-soliton solution of the Korteweg-de Vries equation, Jour. Phys. Soc. Japan, 1972, pp. 1403-1411.
 - 28) Goda, Y.: Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, Rep. Port and Harb. Res.

Inst., Vol. 22, No. 1, 1983, pp. 3-41.

- 29) Yamada, H., G. Kimura and J. Okabe : Precise determination of the solitary wave of extreme height on water of a uniform depth, Rep. Res. Inst. Applied Mech., Kyushu Univ., Vol. XVI, No. 52, 1968, pp. 15-32.
- 30) 土屋義人・安田孝志・山下隆男・平本高志 : 海岸波浪の非線形性と波群構造, 第31回海岸工学講演会論文集, 1984, pp. 168-172.