

# マルコフ決定過程による Web ページランキングアルゴリズムの提案

岡村寛之, 宮内聡, 土肥正

Hiroyuki Okamura, Satoshi Miyauchi and Tadashi Dohi

Department of Information Engineering, Graduate School of Engineering,  
Hiroshima University, Japan

## 1 はじめに

近年, World Wide Web の拡大により, 膨大な情報の中からユーザが必要とする情報を見つけ出す事の重要性が注目されている. ユーザが必要とする情報を見つける一つ的手段として検索エンジンがある. 一般的に, 検索エンジンはロボット型とディレクトリ型に分類される. ロボット型とは, ロボットが Web 空間を自動的に巡回して Web ページを登録する方法である. 一方, ディレクトリ型とは, 人間が判断してカテゴリ別に Web ページを登録する.

ロボット型検索エンジンでキーワード検索を行うと, 数千以上もの関連ページがリストアップされる. しかしながら, ユーザが必要とするページは 10~20 件程度であるため, 検索結果の上位に関連したページが表示されることが望ましい. すなわち, ロボット型検索エンジンにおいて, 検索結果の並び順を決定することは重要な問題である.

検索結果の並び順を決定するアルゴリズムはランキングアルゴリズムと呼ばれる. 代表的なものに検索エンジン Google (<http://www.google.com/>) で使用されている PageRank [1, 6] がある. PageRank とは Web ページがもつリンク構造に基づいた重要度 (スコア) であり, その基本概念は「多くの良質なページからリンクされているページは, やはり良質なページである」という再帰的な関係をもとにしている. 文献 [1, 6] において Page はユーザがある確率法則に従って Web 空間を巡回するモデルを考えた. このモデル上で定常状態における各ページへの訪問確率として PageRank が算出される. また Kamvar ら [4] は文献 [1, 6] による PageRank アルゴリズムを改良し計算時間の短縮を行うことに成功している. 他方 Haveliwala [3] は従来のリンク構造のみに着目した PageRank に対してページコンテンツを考慮してページを移動する確率に偏りを持たせたモデルを考えることで PageRank の改良を行っている. 本研究も Haveliwala [3] と同様にページコンテンツを考慮したランキング (スコアリング) を考える. 特に, ユーザが必要とする情報がページコンテンツに含まれる量を報酬としたマルコフ決定過程 (Markov Decision Process: MDP) を考えることで, 従来の PageRank とは異なった Web ページランキングアルゴリズムを提案する.

## 2 Web ページのスコアリング

Web ページのランキングアルゴリズムは各ページに対する重要度を導出することに換言される. つまり, 何らかの手法によりページに対する重要度 (スコア) が導出できるならば, ランキングアルゴリズムはそれをスコアの高い順番で並べることになる.

Web ページに対するスコアの導出は, キーワードの出現頻度のようにページコンテンツに基づいたものと, ページのリンク構造に基づいたものに大別される. ここでは, 既存のスコアリングアルゴリズムについて概説する.

### 2.1 索引語頻度によるスコアリング

Web ページの検索はユーザから与えられたキーワードによって行われる. そのためキーワードを索引として, その頻度によるスコアリングはページコンテンツに基づいたアルゴリズムにおいて基本的な手法であり, 古くからデータベースシステムにおける検索などに用いられている. 最もよく知られた索引語頻度に基づいたページスコアリングは tf-idf 法 [8] である.

tf-idf 法とは tf (term frequency) と idf (inverse document frequency) という二つの尺度から算出されるスコアを基にしている. ここで tf とはキーワードの出現頻度を表し, idf はキーワードが出現するページに対する頻度 (の逆数) を表している. これはページを特徴付けるキーワードは (i) ページ中に高い頻度で出現するが, (ii) 少ない数のページにしか現れないという性質を持つことに起因する. 従って tf は (i) の性質を定量化したものであり, 以下の式で定義される.

$$tf(p, t) = (\text{ページ } d \text{ における索引語 } t \text{ の出現頻度}). \quad (1)$$

一方 idf は (ii) の性質を評価する尺度であり

$$idf(t) = \log \frac{n}{f(p, t)} \quad (2)$$

として得られる。ここで  $n$  はページの総数、 $f(p, t)$  は索引語  $t$  を含むページ  $p$  の総数である。最終的に上記の二つの性質を加味して tf-idf によるスコアは

$$score(p, t) = tf(p, t) \cdot idf(t) \quad (3)$$

となる。

通常は、多くの索引語に対する tf-idf 値を算出し、それらを要素とするベクトルを構成することで、ページを特徴づける。これを用いてキーワードに対するページの類似度から重要度を決定する。

## 2.2 リンク構造に基づいたスコアリング

Web 空間におけるページは互いにリンクによって結合されている。一般的に Web ページの作成にあたり、作成者は無作為なリンクを張ることはなく、作成したページに関連した内容のページあるいはより重要な情報を含むページに対するリンクを作成する。つまり、他のページから多くのリンクが張られているページは価値のあるページと考えることができる。特にリンクを張るページの価値が高ければリンクを張られているページの価値も高いと考えられる。

リンク構造に基づいたスコアリングは上記の概念により構成される。よく知られたアルゴリズムとして HITS (Hypertext Induced Topic Search) アルゴリズム [2, 5] や PageRank アルゴリズム [1, 6] がある。HITS アルゴリズムは質問依存のアルゴリズムであり、ある検索キーワードが現れるページの集合とそれらの周辺 (リンクを張る／張られるページの集合) をスコアリングの対象とする。具体的には対象となる集合に対して Authority と Hub という 2 種類のスコアを定義する。

Authority: キーワードに関する情報源ページ

Hub: Authority への起点となるページ

上記の定義からわかるように Authority と Hub は互いに依存する関係となっている。つまり、Hub はリンクを張っているページ集合の Authority としての評価が高いほど重要であり、逆に Authority としての価値はリンクを張られている Hub のスコアが高いときに重要である。いま、ページ  $i$  の Authority と Hub に対するスコアを  $auth_i$  と  $hub_i$  とする。また、ページ  $i$  のリンク先の集合を  $\Omega_i$ 、ページ  $i$  へリンクを張っているページの集合を  $U_i$  とすると、 $auth_i$  と  $hub_i$  は以下の式で与えられる。

$$auth_i = \sum_{k' \in \Omega_i} hub_{k'}, \quad (4)$$

$$hub_i = \sum_{k \in U_i} auth_k. \quad (5)$$

これは再帰的な式であり、実際のスコアリングは対象とするすべてのページに対する Authority と Hub が収束するまで上記の計算を行う。

PageRank は Page ら [1, 6] によって提案されたスコアリングであり検索サイト Google におけるランキンアルゴリズムとして知られている。HITS が質問依存のアルゴリズムであるのに対して PageRank は質問非依存のアルゴリズムである。つまり、検索キーワードに関係なく算出される値であり、「多くの良質なページからリンクされているページは、やはり良質なページである」という原理に基づいて算出される。いまページ  $i$  の PageRank 値を  $R_i$  とすると

$$R_i = \frac{\varepsilon}{n} + (1 - \varepsilon) \sum_{k \in U_i} \frac{R_k}{|\Omega_k|} \quad (6)$$

として算出される。ここで  $n$  は Web ページの総数、 $\varepsilon$  は 0.1 から 0.2 の任意の定数、 $|A|$  は集合  $A$  に含まれるページの数を表す。PageRank はランダムにリンクをたどるユーザがそのページを訪問する確率に対応しており、 $\varepsilon/n$  は任意のページに (リンクをたどらず) ジャンプする確率を表現している。HITS と同様に PageRank も再帰的な式となっており、実際の計算では PageRank 値が収束するまで式 (6) を評価することで算出される。

### 3 マルコフモデルによるスコアリング

前述したように Web ページのスコアリングはページコンテンツを考慮したものとリンク構造を考慮したものに大別される。現在、主流となっているのは Google における PageRank に見られるようにリンク構造を用いたスコアリングである。しかしながら、ページコンテンツを考慮することはユーザの意向をより反映した検索を行うために必要不可欠である。そこで、PageRank と tf-idf を組み合わせたスコアリングが提案されているが、PageRank と tf-idf の単純な加算であり理論的な根拠がない。そこで本節では、PageRank の考え方を基にして、ページコンテンツとリンク構造を同時に評価するスコアリング手法を提案する。特に PageRank がマルコフ連鎖に基づいた確率モデル上で算出されることを示した後、ユーザが必要とする情報がページコンテンツに含まれる量を報酬としたマルコフ決定過程で記述することでページコンテンツとリンク構造を同時に考慮したスコアが算出できることを示す。

#### 3.1 マルコフ連鎖による PageRank アルゴリズム

PageRank を確率モデルという観点から詳細に説明する。つまり、PageRank がマルコフ連鎖でモデル化された Web 空間におけるページへの訪問確率として表現されることを示す。

ユーザによる Web 空間の巡回は、リンクをたどってあるページから別のページへと移動することに対応する。ユーザがある確率法則に従って Web 空間を巡回する場合を考える。このとき、別のページへの移動は現在訪問しているページのみ依存し、過去に訪問したページに依存しないという仮定を設けることで、ユーザが Web 空間を巡回するふるまいをマルコフ連鎖としてモデル化することが可能となる。

Web 空間におけるページの集合を  $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$  とし、ページ  $i$  のリンク先の集合を  $\Omega_i (\subseteq \Omega)$ 。また、そのページ数を  $|\Omega_i|$  とする。ユーザがページ  $i$  を訪問しているとき、リンクをたどって他のページ  $j (j \neq i)$  へ移動する行動は確率的であり、その確率を  $p_{ij}$  と表す。また  $p_{ij}$  を  $(i, j)$  要素とする推移確率行列を  $P$  とする。いま、移動に関する確率法則として、リンク先へ等確率で移動することを考える。すなわち、ページ  $i$  からページ  $j$  のリンクが存在する場合、推移確率行列  $P$  の  $(i, j)$  要素は  $p_{ij} = 1/|\Omega_i|$  となり、リンクが存在しない場合は  $p_{ij} = 0$  となる。このときユーザによる Web 空間の巡回は推移確率行列  $P$  をもつマルコフ連鎖となる。

上述のマルコフ連鎖に対して定常確率を考える。これはユーザが無限回の移動を行ったとき、各ページを訪問している確率を表したものである。確率ベクトル  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  を定常確率とすると推移確率行列を使って

$$\pi = \pi P \quad (7)$$

が成り立つ。ここで  $\sum_{i=1}^n \pi_i = 1$  である。式 (7) で表される固有値問題を解くことによって、定常確率の計算を行うことが可能である。しかしながら、リンク先を持たないページが一つ以上存在するとき、対応するマルコフ連鎖は吸収状態をもつことになり、吸収状態以外の定常確率は 0 となる。これを回避するために次の仮定を設ける。

仮定：確率  $\varepsilon$  でユーザは任意のページに（リンクをたどらず）ジャンプする。

このときの推移確率行列は

$$P' = \frac{\varepsilon}{|\Omega|} E + (1 - \varepsilon) P. \quad (8)$$

ここで  $E$  はすべての要素が 1 の行列である。いま、推移確率行列に上記の  $P'$  を用いた場合を考える。式 (7) の単一要素に着目すると

$$\pi_j = \frac{\varepsilon}{|\Omega|} + (1 - \varepsilon) \sum_{i=1}^n \pi_i p_{ij} \quad (9)$$

となる。推移確率は  $p_{ij} = 1/|\Omega_i|$  であるので上式は PageRank の計算式と一致する。

例として図 1 のようなリンク構造をもつ Web 空間を考える。無作為な移動を行う確率を  $\varepsilon = 0.15$  とすると、推移確率行列  $P'$  は

$$P' = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.31 & 0.03 & 0.31 & 0.03 & 0.31 \\ 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.45 & 0.03 & 0.45 \\ 0.03 & 0.45 & 0.03 & 0.03 & 0.45 & 0.03 \\ 0.03 & 0.03 & 0.88 & 0.03 & 0.03 & 0.03 \\ 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.88 \\ 0.45 & 0.03 & 0.03 & 0.45 & 0.03 & 0.03 \end{bmatrix} \quad (10)$$

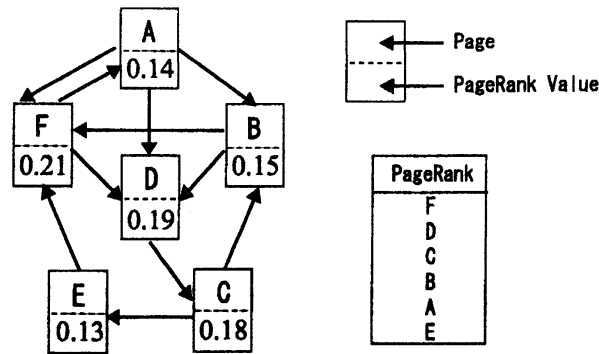


Figure 1: リンク構造と PageRank の例.

となる。この推移確率行列  $P'$  に対する固有値問題を解くことで、各ページの PageRank 値が算出される (図 1 参照)。

ここで述べた PageRank の改良として, Haveliwala [3] はページコンテンツに依存して推移確率を変化させる手法を提案している。しかしながら、推移確率の決定に理論的な妥当性がないことが指摘される。そこで次節ではマルコフ決定過程を用いたモデル化を提案することで、ここで述べたマルコフ連鎖による PageRank に対してページコンテンツの評価を考慮する枠組みを提供する。

### 3.2 マルコフ決定過程に基づいたスコアリング

PageRank では、ページコンテンツとは関係なく全てのリンク先を等価に扱っている。しかしながら現実的にリンクをたどって他のページに移動する際に、ユーザは何かのページコンテンツに関連した評価尺度を用いてリンク先の選択を行っている。つまり、他のページへの推移確率はすべてのページに対して等価ではなく、ページコンテンツに基づいた何かの法則があると考えられる。

前節と同様に Web ページの集合を  $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$  とする。ページ  $i$  のリンク先を  $\Omega_i$  とする。ユーザがページ  $i$  を訪問しているとき、選択可能な方策は  $\Omega_i$  に属するいずれかのページへ移動することである。いま、ページ  $a \in \Omega_i$  へ移動する決定を行ったと仮定する。無作為な移動を行う確率  $\varepsilon$  を考慮すると、ページ  $a \in \Omega_i$  へ移動する決定を行ったもとでページ  $j$  へ推移する確率  $p_{ij}^a$  は

$$p_{ij}^a = \begin{cases} \frac{\varepsilon}{n} + (1 - \varepsilon), & j = a \\ \frac{\varepsilon}{n}, & j \neq a \end{cases} \quad (11)$$

となる。リンク先の決定するためにページの移動に伴う報酬を考える。ページ  $i$  を訪問することによって得られる報酬を  $r_i$  とする。具体的な報酬としてはページ  $i$  に関するコンテンツに対する評価尺度 tf-idf 値を与える。また、ユーザがリンク先を選択するための評価規範を長期間にわたる総期待割引報酬とすると、ユーザが Web 空間を巡回するふるまいはマルコフ決定過程によって記述できる。これは数回の移動で最大の報酬 (tf-idf 値) が得られるように方策 (推移確率) を決定することに対応し、結果として、他のページへ移動可能なハブとしての性質をもち、必要とする情報に対する重要度が高いページへ推移することがより良い方策として選ばれる。換言すると、リンク構造とページコンテンツを同時に考慮した確率モデルであり、従来のページコンテンツを考慮した枠組みよりも直感的な解釈が容易であり、確率モデルとしての妥当性も保証される。

具体的にマルコフ決定過程で各ページをスコアリングするためには、最適な方策 (推移確率) を求める必要がある。そこで以下の記号を定義する。

$W^a(i)$ : ページ  $i$  においてページ  $a$  への移動を選択し、以後最適な移動を選択し続けた場合の総期待割引報酬。

$V(i)$ : ページ  $i$  における最大総期待割引報酬。

$\beta$ : 割引率 ( $0 < \beta < 1$ )。

これらを用いると、最適性方程式として

$$V(i) = \max_{a \in \Omega_i} W^a(i), \quad (12)$$

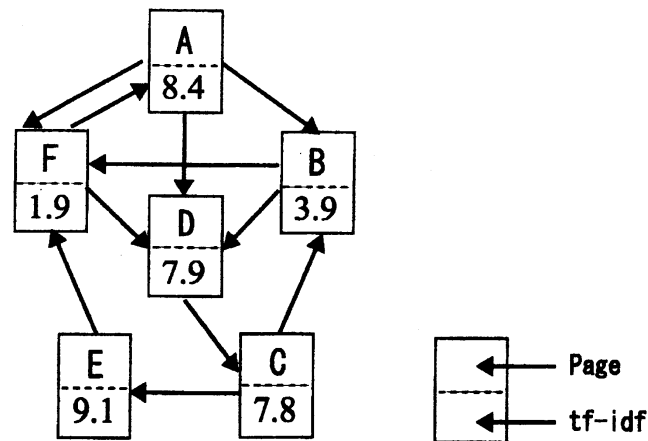


Figure 2: リンク構造と tf-idf 値.

Table 1: ランキングの例.

| Page | linked | tf-idf  | PageRank | MDP-based scoring |           |           |
|------|--------|---------|----------|-------------------|-----------|-----------|
|      |        |         |          | move to           | score 1   | score 2   |
| A    | 1      | 8.4 (2) | 0.14 (5) | D                 | 141.8 (1) | 0.187 (5) |
| B    | 2      | 3.9 (5) | 0.15 (4) | D                 | 137.2 (5) | 0.025 (6) |
| C    | 1      | 7.8 (4) | 0.18 (3) | E                 | 139.7 (3) | 0.199 (2) |
| D    | 3      | 7.9 (3) | 0.19 (2) | C                 | 140.5 (2) | 0.205 (1) |
| E    | 1      | 9.1 (1) | 0.13 (6) | F                 | 138.8 (4) | 0.194 (3) |
| F    | 3      | 1.9 (6) | 0.21 (1) | A                 | 136.1 (6) | 0.190 (4) |

$$W^a(i) = r_i + \beta(1 - \varepsilon)V(a) + \beta \frac{\varepsilon}{|\Omega|} T, \quad (13)$$

$$T = \sum_{i \in \Omega} V(i) \quad (14)$$

が得られる。上記の最適方程式を満足する  $V(\cdot)$  および  $W(\cdot)$  を見つけることで、総期待割引報酬を最大にするユーザの行動および各ページへの推移確率が算出できる。最終的に各ページのスコアとして次の二つが考えられる。

スコア 1: 各ページに対する最大総期待割引報酬  $V(i)$  (最適な推移のもとで得られる tf-idf 値の総和)。

スコア 2: 最適な推移確率  $p_{ij}^a$  を  $(i, j)$  要素とする推移確率行列  $P^*$  から算出される PageRank 値 (定常確率)。

例として図 2 で表現される Web 空間に対して、マルコフ決定過程に基づいたスコアリングを行う。表 1 は各ページの被リンク数, tf-idf 値, PageRank 値, 最適方策, スコアリング 1 によるスコア, スコアリング 2 によるスコアを示している。ここで割引率は  $\beta = 0.95$  であり, これは約 14 回の移動で tf-idf 値の価値が半減することに対応する。また表中のかっこ内の数字は各スコアに基づいたページランキングを表している。表 1 から, 提案した手法はページコンテンツの情報量とリンク関係の両方がスコアに影響を与えていることがわかる。特にスコア 2 に基づいた Page D の評価は被リンク数も多く, かつ tf-idf 値も Page F と比べて大きいため両者のバランスから上位にランクされたものと考えられる。

## 4 まとめと今後の課題

本研究では Web ページのランキング (スコアリング) アルゴリズムとしてマルコフ決定過程を導入し、ページコンテンツの評価とリンク構造を考慮したランキングアルゴリズムを提案した。今後は全文検索システム *namazu* (<http://www.namazu.org/>) をベースに評価システムを構築し提案手法の有効性を検証する予定である。ここで提案したマルコフ決定過程を基にして、文献 [7] に見られるような Web 空間を自律的に巡回するクローラ (crawler) に対する考察を行う。

## 参考文献

- [1] S. Brin and L. Page, The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine, *Computer Networks and ISDN Systems*, 30, 107-117, 1998.
- [2] D. Gibson, J. M. Kleinberg and P. Raghavan, Inferring web communities from link topology, *Proc. 9th ACM Conf. on Hypertext and Hypermedia*, 225-234, 1998.
- [3] T. H. Haveliwala, Topic-sensitive PageRank, *Proc. 11th Int'l World Wide Web Conf. (CD-ROM)*, 2002.
- [4] S. D. Kamvar, T. H. Haveliwala, C. D. Manning and G. H. Golub, Extrapolation methods for accelerating PageRank computations, *Proc. 12th Int'l World Wide Web Conf. (CD-ROM)*, 2003.
- [5] J. M. Kleinberg, Authoritative source in a hyperlinked environment, *Proc. 9th Annual ACM-SIAM Symp. on Discrete Algorithms*, 668-677, 1998.
- [6] L. Page, S. Brin, L. Page, R. Motwani and T. Winograd, The PageRank citation ranking: Bringing order to the web, *Stanford Digital Libraries Working Paper*, 1998.
- [7] J. Rennie and A. K. McCallum, Using reinforcement learning to spider the web efficiently, *Proc. 16th Int'l Conf. on Machine Learning*, 335-343, 1999.
- [8] G. Salton, A. Wong and C. S. Yang, A vector space model for automatic indexing, *Communications of the ACM*, 18(11), 613-620, 1975.