

「ボーズ系における動的臨界現象」

東大理 鈴木増雄

1. Introduction

くり込み理論を久保の公式に適用して、 λ 一点近傍での輸送係数の異常性を調べる。ここでは特に、熱伝導度 K と音波の減衰 H とを問題にする。実験結果は、 T_λ 近傍で、

$$\begin{aligned} K &\sim (T - T_\lambda)^{-\alpha_\kappa} ; \quad \alpha_\kappa \simeq 0.38 \sim 0.40, \\ H &\sim (T - T_\lambda)^{-\alpha_\zeta} ; \quad \alpha_\zeta \simeq 1.0, \end{aligned} \quad (1)$$

となっている。これらの臨界指数をミクロな計算によって説明したい。^{2), 3)} そのためにまず、ボーズ系における動的スケーリング則の研究の現状を解説しておこう。

2. 動的スケーリング則と ϵ -展開⁴⁾

Wilson の方法をボーズ系の動的な場合に拡張して、我々は次の結果を得た。⁴⁾ $\epsilon = 4 - d$ (d は系の次元) として、動的固定点が ϵ の一次まででは、静的固定点と一致し、一体グリーン関数 $G(k, \omega)$ が

$$G(k, \omega) = k^{\eta-2} g(\omega/\omega_k); \quad \omega_k \propto k^z, \quad z = 2 - \eta + 2\lambda + O(\epsilon^3), \quad (2)$$

但し、 λ は

$$\lambda = (2 \log 2) \eta + O(\epsilon^3) \quad (3)$$

で与えられ、 η は静的相関関数の臨界指数である。この議論では、自己エネルギーの実数部分に関する対数マッチングによって、臨界指数を決めている点が今後の問題点と残されている。

3. 動的スケーリング則と $1/m$ -展開^{5)~8)}

ボーズ系の成分の数 m が大きい極限, 特に, $O(1/m)$ では, 図1のような自己エネルギーを計算すればよいことがわかる。⁹⁾ 松原温度グリーン関数の内部周波数 $\omega_n = 2\pi n k_B T$ の和をきちんと求めてから, $i\omega_n \rightarrow \omega + i0^+$ と解析接続した結果, 一体グリーン関数はやはり, (2) のような形にスケールされることがわかり,⁷⁾ そこに現われる特性周波数 ω_k の臨界指数 z は, 次のように与えられる:^{5), 7), 8)} $z = 2 - \eta + 2\lambda$,

$$2\lambda = (d\eta/\epsilon) \{ 2^\epsilon \theta(d-3) \cos^2(\pi d/2) - 1 \} + O(m^{-2}) \quad (4)$$

但し, $\theta(x) = 0$ for $x < 0$ and $\theta(x) = 1$ for $x \geq 0$. この議論でも, 2. の ϵ -展開と同じく, 自己エネルギーの実数部分に関して対数マッチングをしていることを注意しておきたい。零次のプロパゲータとして複素数 (減衰の効果) を含むもの²⁾を用いると, TDGL 模型とボーズ系とが統一的に $O(m^{-1})$ まで論じられる。⁸⁾

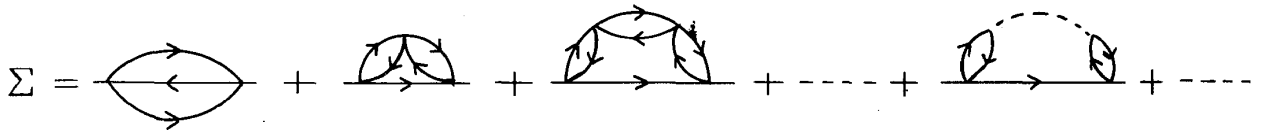


図1 $O(m^{-1})$ までの自己エネルギー

4. 熱伝導度及び音波の減衰の異常性とその臨界指数

以上の動的スケーリング則を援用しながら, まず, 熱伝導度の異常性を, 成分の数 m が大きい時になり立つ近似で調べてみよう。久保の公式を変形することにより, 熱伝導度の異常な部分は次式に比例することがわかる:^{2), 10)}

$$K = \lim_{\Omega \rightarrow 0} \Omega^{-1} \text{Im} \sum_{n, \mathbf{p}} 2P_z G(\mathbf{p}, i\omega_n) G(\mathbf{p}, i\omega_n + i\Omega_\nu) A_z(\mathbf{p}, i\omega_n, i\Omega_\nu) \Big|_{i\Omega_\nu \rightarrow \Omega + i0^+} \quad (5)$$

但し, $G(\mathbf{p}, i\omega_n)$ は, 一体グリーン関数で, A_z は, 図2で定義されたベクトル結節部の z -成分である。図2で, Γ は既約な4点結節部の総和を表わす。 $O(m^{-1})$ の

$$A_z = \text{[Diagram: A semi-circular loop with a shaded sector]} = \text{[Diagram: A semi-circular loop with a wavy line]} 2P_z + \text{[Diagram: A semi-circular loop with a shaded sector labeled } \Gamma \text{]} + \dots$$

図2 ヲエクトル結節部 A_z

近似で、 K は、次のように書ける：

$$K = \lim_{\Omega \rightarrow 0} \Omega^{-1} \text{Im} (\Pi_a + \Pi_b + \Pi_c) \equiv K_a + K_b + K_c$$

ここで、 Π_a 等は、図3のグラフによって定義されている。また、図3中の波線（ $\sim$ ）は、 $V_{\text{eff}}(\mathbf{p}, \omega) = \{-m T \Pi(\mathbf{p}, \omega)\}^{-1}$ によって与えられる有効相互作用である。但し、 $\Pi(\mathbf{p}, \omega)$ は

$$\Pi(\mathbf{p}, \omega) = \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{\epsilon_{\mathbf{q}} \epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}} \frac{\epsilon_{\mathbf{q}}/s^* - \epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}/s}{\epsilon_{\mathbf{q}}/s^* - \epsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}/s + \omega}, \quad (7)$$

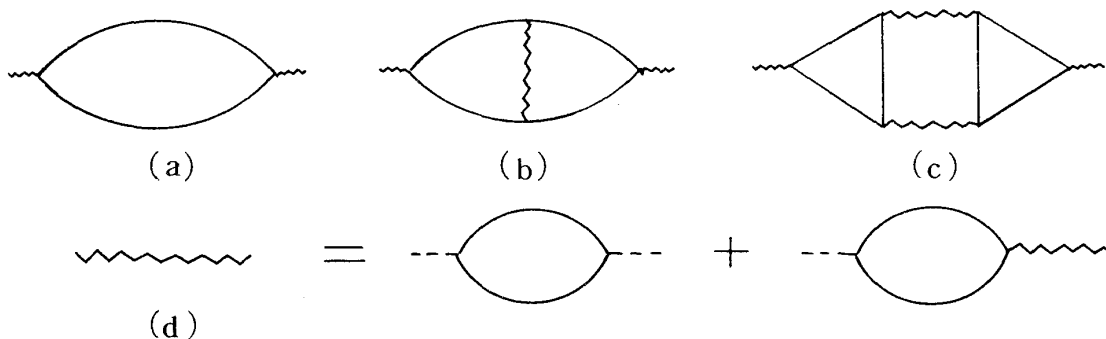


図3 Π_a , Π_b , Π_c , V_{eff} のグラフ

である。⁸⁾ここに、 s は $G_R^{10)}(\mathbf{p}, \omega) = \{s\omega - \epsilon_{\mathbf{p}}\}^{-1}$; $\epsilon_{\mathbf{p}} = p^2 + r$ によって導入された^{2), 8)} 複素パラメータであり、 $r \sim (T - T_\lambda)^r$ で与えられる。

容易にわかるように、 K_a の零次の項 K_0 は

$$K_0 = \frac{2i}{ad} K_d B\left(\frac{\epsilon}{2}, \frac{d+2}{2}\right) r^{-\epsilon/2} \quad (8)$$

となる。但し、 $a = 1/s^* - 1/s$, $K_d = 2^{-(d-1)} \pi^{-d/2} \{\Gamma(d/2)\}^{-1}$, $B(x, y)$, $\Gamma(x)$ はベータ、ガンマ関数を表わす。次に、 K_a の一次までの項は、動的 スケーリング則を用いて、

$$K_a = (1 - \varphi_a \log r) K_0 + (\text{higher}); \varphi_a = \lambda - \frac{1}{4} (d+2) \eta \quad (9)$$

のように表わされることがわかる。但し、 λ は、(4) 式で与えられる。同様に、長い計算の結果、 Π_b の寄与から、

$$K_b = -K_0 \varphi_b \log r + (\text{higher}); \varphi_b = \eta. \quad (10)$$

Π_c の計算は、さらに複雑であり、静的な場合には、 $d=3$ では、 Π_c からの $\log$ の寄与は零であった⁹⁾ こと等を考慮して、ここでは省略し、 Π_a と Π_b までのグラフの近似で、熱伝導度の臨界指数を、(8), (9), (10) を用いて、対数マッチングから決めると、

$$\alpha_\kappa = r \left\{ \frac{1}{2} \epsilon + \lambda - \frac{1}{4} (d-2) \eta \right\} \quad (11)$$

となる。特に、 $d=3$ ($\epsilon=1$) では、

$$\alpha_\kappa = r \left(\frac{1}{2} + \lambda - \frac{1}{4} \eta \right) \quad (12)$$

という表式が得られ、 $s \rightarrow \text{real}$ の極限でのボーズ系での η の値⁹⁾ $\eta = 4(3m\pi^2)^{-1} + O(m^{-2})$ を用いると、 $\alpha_\kappa = r \{ \frac{1}{2} - 7(3m\pi^2) \}^{-1}$ 。さらに、 $m=1$ とおくと、 $(1/m - \text{展開をして、} m=1 \text{ と考えるより、むしろ、始めから、} m=1 \text{ で、} \Pi_a, \Pi_b$

のグラフまでをとる近似を行ったと考える方が物理的である)

$$\alpha_{\kappa} = 0.264 r \simeq 0.35 \quad (r \simeq 4/3) \quad (13)$$

となり、実験結果¹⁾ $\alpha_{\kappa} \simeq 0.38 \sim 0.40$ に良く一致している。

音波の減衰に対しても、上と同様に、

$$H = \lim_{\Omega \rightarrow 0} \frac{1}{\Omega} \operatorname{Im} \left[\sum_{\omega_n} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} G(\mathbf{p}, i\omega_n) G(\mathbf{p}, i\omega_n + i\Omega_{\nu}) \right. \\ \left. \Lambda(\mathbf{p}, i\omega_n, i\Omega_{\nu}) \right]_{i\Omega_{\nu} \rightarrow \Omega + i0^+} \quad (14)$$

の公式から、出発して、 Π_a, Π_b までのグラフをとる近似では、(外線への繰り込みも省略して)、

$$\alpha_{\zeta} = r \left\{ \frac{6-d}{2} + \lambda - \frac{(8-d)d}{4\epsilon} \eta \right\} \quad (15)$$

と求まり、 $d=3$ では、

$$\alpha_{\zeta} = 3 \alpha_{\kappa} \quad (16)$$

という関係が、 m の値によらず成立しており、特に、 $m=1$ では、

$$\alpha_{\zeta} = 3 \alpha_{\kappa} \simeq 1.05 \quad (17)$$

となり、実験結果 $\alpha_{\zeta} \simeq 1.0$ に非常に近い。

勿論以上の議論には、いろいろな近似があり仮定が入っているので、これで問題が片づいたわけではないが、輸送係数の異常性を、くり込み群の方法を用いて説明する一つの試みとして、上のように実験結果との良い一致が得られたことは興味深い。

References

- 1) G.Ahlers, in Proc. of 12th Intern. Conf. on Low Temp. Phys., ed. by E.Kanda (Acad. Press of Japan, 1971) p.21
- 2) すでに、次の文献で、 ϵ -展開による計算が試みられているが、実験結果との良い一致は得られていないようである：

- Y. Yamashita and T. Tsuneto, Prog. Theor. Phys. 51 (1974), 949, 1644
- 3) M. Suzuki, Phys. Lett. A (1974) (in press)
 - 4) M. Suzuki and G. Igarashi, Phys. Lett. 47A (1974), 361
 - 5) I. Kondor and P. Siepfalusy, Phys. Lett. 47A (1974), 393
 - 6) R. Abe and S. Hikami, Phys. Lett. 47A (1974), 341
 - 7) M. Suzuki and F. Tanaka, Prog. Theor. Phys. 52 (1974) No.1 and preprint.
 - 8) M. Suzuki, submitted to Prog. Theor. Phys.
 - 9) S. Ma, Phys. Rev. A7 (1973), 2172
 - 10) A. M. Polyakov, Sov. Phys. JETP 30 (1970), 1164

構造相転移におけるセントラル・ピーク

東工大・理 八 田 一 郎

構造相転移をする物質の中性子非弾性散乱, Raman 散乱などで観測されるスペクトルにおいて, いわゆる soft mode に対応する peak の他に $\omega=0$ のところに central component があらわれる現象がある。そのスペクトルは現象論的に, 高温では,

$$S(\omega) = \frac{k_B T}{\pi \omega} \text{Im } \chi(\omega) \quad (1)$$

$$\chi(\omega) = \frac{1}{\omega_\infty^2 - \omega^2 - i \omega \sigma - \frac{\tau \delta^2}{r - i \omega}} \quad (2)$$

で与えられる。簡単のために, soft mode 系が他の dispersive な系と結合している