

都市内道路とフランチャイズ小売企業の 物流センター立地戦略の関係

瀬木 俊輔¹・小林 潔司²・松島 格也³

¹正会員 京都大学助教 大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

E-mail: segi.shunsuke.6e@kyoto-u.ac.jp

²フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

³正会員 京都大学准教授 大学院工学研究科 (〒 615-8246 京都市西京区京都大学桂)

E-mail: matsushima.kakuya.7u@kyoto-u.ac.jp

スーパーマーケットやコンビニエンスストアなどのフランチャイズ小売企業は、都市内や都市近郊に物流センターを配置することにより、チェーン店に対する商品配送の効率化を達成している。本研究では、都市内道路整備による商品の輸送時間短縮が、物流センターの立地を促進することを指摘する。そのために、フランチャイズ小売企業の在庫管理行動をモデル化し、物流センターが有する機能には、個別チェーン店の直面する商品在庫保有リスクを集約する機能と、都市外からの商品仕入れにおけるロットサイズの大型化を達成する機能の二つがあることを明らかにする。そのうえで、都市内道路整備による物流の円滑化が、都市内のチェーン店や物流センターの立地パターンを再編する効果や、消費者の買い物利便性を改善する効果について分析する。

Key Words : location of store, supply chain, logistics, inventory management, distribution center

1. はじめに

食品や日用品を扱う商店の立地は、消費者の生活の利便性に直結している。近年は、ネット通販や宅配など様々な流通チャネルが存在しており、消費者の商品調達方法が多様化しているとは言え、生鮮食品など日常的に購入される商品の多くは、消費者の居住地付近の商店において購入されている。本研究では、このように商店を通じた消費者の商品調達に着目する。消費者の居住地付近に商店が立地していない場合、消費者は買い物の度に、遠方まで買い物に出かける不便を強いられることになる。このような買い物の利便性が低い地区に、商店の新規立地が実現した場合、近隣住民は、買い物交通費用（ガソリン代や旅行時間）が軽減される便益を受ける。現代の都市においては、小規模なスーパーマーケットやコンビニエンスストアのチェーン店が多数立地しているが、このようなチェーン店の立地戦略は、消費者の利便性を高めることを通じて、売上や利益を伸ばそうとするものであると言える。

都市内にチェーン店を多数立地させるためには、各チェーン店に商品を配送する拠点となる物流センター（配送センター、Distribution Center, DC）を配置することが効果的である。チェーン店は商品の在庫を保有している。商品の需要は日々変動しているため、在庫保有には常に売れ残りのリスクが伴う。小規模なチェーン

店には、このようなリスクを負担することは困難である。そこでチェーン店を統括するフランチャイズ小売企業は、都市内もしくは都市近郊に物流センターを配置し、この物流センターに多量の在庫を保有する倉庫機能を持たせる。物流センターからチェーン店には頻繁に商品が配送されるため、チェーン店は必要最小限の在庫を保有すれば運営が可能となる。この点において、物流センターはチェーン店の在庫保有リスクを集約して引き受ける拠点と見なすことができる。

現代のスーパーやコンビニエンスストアなどのフランチャイズ小売企業の多くが、物流センターを都市内に配置し、傘下のチェーン店に商品を配送する戦略を採用している。この傾向には、都市内道路網整備等による物流費用の継続的低減が寄与している可能性がある。仮に、都市内道路ネットワークが未整備であり、物流センターとチェーン店間の商品の輸送時間が長い場合には、チェーン店が急遽商品を追加発注したとしても、商品がチェーン店に配送されるまでの間に在庫切れが発生する可能性がある。このため、チェーン店は安定的に商品を販売するために、商品の在庫ストックを増加させることが合理的となる。このような状況では、図-1に示すように、チェーン店は物流センターを介さずにサプライヤから直接商品を仕入れることが効率的になると考えられる。一方、都市内物流時間が十分に短縮されれば、図-2に示すように都市の物流拠点

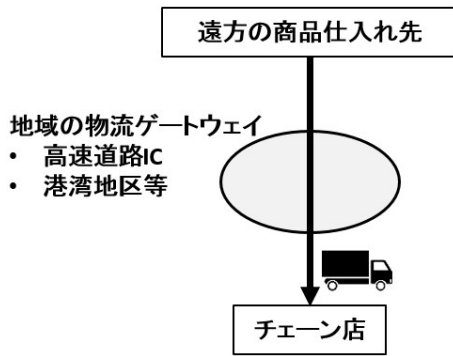


図-1 直接仕入れを採用する場合

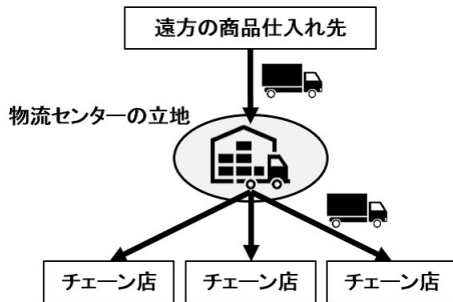


図-2 都市内物流センターを配置する場合

となる物流センターを配置することが効率的になると考えられる。

以上で議論したように、都市内道路の整備状況や都市内物流費用は、フランチャイズ小売企業による都市内物流センターの立地戦略に影響を及ぼす可能性がある。そして、物流センターの立地は、チェーン店の在庫保有費用を軽減することによりチェーン店の立地数を増やすとともに、消費者の買い物交通費用を軽減すると考えられる。本研究では、このような問題意識のもとで、在庫保有リスクの観点から、都市内の複数のチェーン店を統括するようなフランチャイズ小売企業が、都市内物流センターの立地を決定するような理論的モデルを定式化する。そのうえで、都市内道路整備による物流の円滑化が、都市内物流センターやチェーン店の立地パターンを再編する効果と、消費者の買い物利便性を改善する効果について分析する。以下、2. では本研究の基本的な考え方を述べる。3. ではモデルの定式化を行う。4. では比較静学によりモデルを分析し、政策的示唆について考察する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 商業施設の立地に関する研究概要

商業施設の立地については、Hotelling¹⁾ や Christaller²⁾、Losch³⁾ の先駆的研究以来、都市経済学の分野で理論的研究が蓄積してきた。Hotelling¹⁾

は、広い商圈を獲得するように戦略的に立地を決定する商店間の競争を分析した。Hotelling の理論的モデルにおいては、商店の数が外生的に与えられているため、空間内に立地する商店数を分析することはできない。Christaller²⁾ や Losch³⁾ の中心地理論は、空間内に存在すべき商業都市の数について1つの規範的理論を提示した。中心地理論は、消費者への財の供給に規模の経済が働く状況を想定し、財の供給を担う商業都市が空間上に一定の間隔を置いて立地することにより、社会全体の費用を最小化できることを明らかにした。商業都市間の効率的な空間的距離は、規模の経済性と消費者の買い物費用のトレードオフで決まり、前者が卓越するほど効率的な間隔は広くなる。中心地理論の考え方は、都市や産業の集積を分析する新経済地理学にも引き継がれている⁴⁾。新経済地理学は、財の多様性を増やす際に働く規模の経済をモデル化し、規模の経済と財の輸送費のトレードオフによって経済活動の空間的集積を説明している。ただし、新地理経済学は都市や産業などのマクロな集積現象を扱うものであり、ミクロな商業施設の立地は分析対象ではない。

商業施設の集積現象に関する理論的研究としては、Eaton and Lipsey⁵⁾ と Wolinsky⁶⁾ を挙げることができる。前者の研究では、消費者が1つのチェーン店で2種類の商品を購入すれば、買い物費用を節約できる状況が想定されている。このとき、2種類の商品を扱う商店と、1種類の商品のみを扱う商店の2つのタイプが空間上に分布することが示されている。後者の研究では、消費者が各商店で扱われている商品の特性について事前に十分な情報を持っておらず、複数の商店を訪れて商品の特性を比較したうえで、購入する商品を決めると仮定する。このとき、消費者は近隣に単独で存在する商店よりも、遠方の商業集積地に最初に向かうことが示されている。その結果、商業集積地に立地する誘引が商店に働く。これらの研究においても、商店に働く規模の経済性が固定費用の形で表現されている。

(2) 都市内物流に関する研究概要

商業施設の立地に関する理論的研究に共通するのは、消費者の買い物費用と商店に働く規模の経済性の関係から、商店の立地を分析していることである。しかし、商品を仕入れる際に使われる道路ネットワークや物流に着目して、商業施設の立地について分析した理論的研究は見当たらない。他方、都市内道路ネットワークと物流の関係については、交通工学や Operations Research (OR) の分野において多くの研究が蓄積してきた。代表的な研究分野としては、まず、都市内の配送サービスを行うトラック数やトラックの経路を最適化する Vehicle Routing Problem (VRP) が挙げられる⁷⁾。このモデル

は物流センターの立地点を分析するものではないが、都市内道路ネットワークの形状がトラック交通流や物流費用に及ぼす影響を評価できる。谷口ら⁸⁾はVRPを応用し、配車配送計画の高度化や輸送の共同化が都市内物流に与える影響を分析している。

都市内道路ネットワークと物流の関係を分析するもう1つの代表的な分野は、消費者の居住地などの地理的諸条件を所与として、物流センターなどの施設の立地点を最適化するFacility Location Modelである⁹⁾。谷口ら¹⁰⁾はFacility Location Modelを応用し、道路ネットワークの混雑状況を明示的に考慮して、道路ネットワーク内の物流ターミナルの配置と規模を最適化するモデルを開発している。このモデルは都市内道路ネットワークと施設の立地点の関係性を分析するものであり、本研究と問題意識を共有している。ただし、このモデルは、所与の需要の下で費用を最小化するサプライチェーンの設計を支援するものであり、消費者側の行動や便益については分析できない。また、物流センターの機能としては、大量輸送を担う大型トラックから、小口配送を担う小型トラックへの中継地としての機能に重点が置かれており、本研究のように在庫管理の機能に着目した研究は限られている。

物流費用とサプライチェーンの関係をマクロな視点から分析するモデルとしては、Nagurney *et al.*¹¹⁾が構築したSupply Chain Network Equilibrium (SCNE) モデルが挙げられる。これは、製造業者、小売業者、消費市場の三主体から構成されるサプライチェーンを想定し、各主体が利潤や効用を最大化する前提の下に、サプライチェーン上の商品取引量、商品価格、ネットワーク構成の均衡を求めるモデルである。田辺ら¹²⁾は、SCNEモデルを応用し、都市物流施策がサプライチェーンに与える影響を評価している。SCNEモデルは、一つの都市内に留まらず、広域のサプライチェーンネットワークを分析できる利点を有するが、都市内道路上の輸送費用などの狭域の情報は抽象化されている。本研究と関連するSCNEの分析としては、山田ら¹³⁾を挙げることができる。山田ら¹³⁾は商品需要の不確実性がもたらす在庫費用をSCNEモデルに導入し、商品需要の不確実性がサプライチェーンに与える影響を分析している。ただし、この研究では、道路上の旅行時間が在庫管理費用に与える影響は考慮されていない。

(3) 物流センターとリードタイムの関係

本研究は、在庫管理という視点から、フランチャイズ小売企業による都市内物流センターの立地戦略を分析する。チェーン店が顧客満足度を高めるためには、来店した消費者が在庫切れに直面する事態を防ぐ必要がある。しかし、商品の需要は日々変動しており、平均よ

りも高い需要が生じることもあるため、チェーン店は、需要の高まりに備えて在庫を保有しなければいけない。この在庫を安全在庫と呼ぶ。安全在庫は、売れ残った場合には処分する必要があるため、商品価値の減耗が早い商品を扱うチェーン店にとっては重い負担となる。商品価値の減耗が早い商品の例としては、食品や季節性の衣料品、ファストファッション、型落ちしやすい電子機器などを挙げられる。このような商品を扱う小売企業においては、在庫管理をいかに効率的に行うかが、経営戦略上の重要な課題となる。例えば、スーパーやコンビニエンスストアの主力品は飲食品であり(飲食品は平成28年度のスーパーの売上の73%、コンビニエンスストアの売上の68%を占めている¹⁴⁾)、これらの身近なチェーン店にも、上述の議論は当てはまる。

本研究では、小売企業による都市内物流センターの立地に関する意思決定をモデル化する。そのために、ORの分野で利用されている在庫管理モデルを応用する。在庫管理モデルとして最も広く知られている基本的なモデルがEOQ (Economic Order Quantity) モデルとSafety Stock (安全在庫) モデルである¹⁵⁾。交通に関係した研究分野において、在庫管理モデルは物流リードタイムの品質(早さや信頼性)の評価に関する研究に応用されてきた実績がある。Baumol and Vinod¹⁶⁾やBlauwens *et al.*¹⁷⁾は、在庫管理モデルを利用して荷主の費用と物流リードタイムの関係を表現し、貨物輸送サービスや輸送機関の選択問題に応用している。de Jong and Ben-Akiva¹⁸⁾は、貨物の輸送経路の選択に在庫管理モデルを応用している。瀬木¹⁹⁾は貨物の時間価値の性質の分析に在庫管理モデルを応用している。

Safety Stockモデルの重要な貢献の一つは、安全在庫を複数のチェーン店間で共有することにより、必要な安全在庫の総量を削減できることを明らかにした点にある¹⁵⁾。たとえば、来客が平常よりも少なかったチェーン店の余分な安全在庫を、来客が平常よりも多かったチェーン店に補充することができる。これにより、在庫保有リスクを全体として平準化し、安全在庫の総量の圧縮が可能になる。安全在庫を複数のチェーン店間で共有するいま一つの方法は、サプライチェーンの上流に物流センターを配置することにより、下流に位置するチェーン店の在庫保有リスクを集約化することである。ただし、この方法を利用するためには、1. でも述べたように、チェーン店が必要となるときに必要なだけ、物流センターから商品を補充できるような輸送環境が必要である。すなわち、物流センターとチェーン店間の輸送時間の短さが、物流センターを核とするサプライチェーンを形成するための要件となる。

本研究の新規性は、在庫保有リスクのサプライチェーン上流への集約という観点から、道路上の輸送時間と

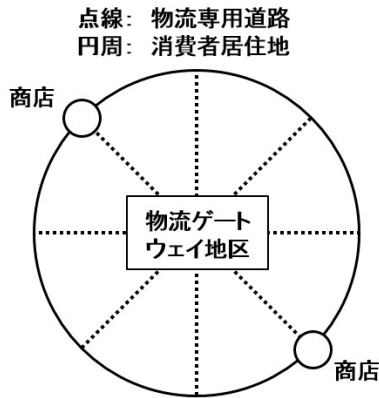


図-3 想定する都市構造

都市内物流センターの立地の関係を分析する点にある。物流拠点の立地を最適化する Facility Location Model に関しては、数多くの研究蓄積がある。しかし、これらの研究では、物流センターは物流の結節点としての役割しか持たないことが多い。本研究のモデルは、サプライチェーンの上流と下流の間の在庫管理の協調と、その協調に道路上の旅行時間が与える影響を定式化する点に新規性がある。

3. モデル

(1) 前提

本研究は、議論の見通しをよくするために簡単な理論モデルを提案する。いま、図-3に示すような円周都市を考える。都市の中心部には物流ゲートウェイ地区（高速道路インターチェンジや港湾地区など）が存在する。物流ゲートウェイ地区と円周は、放射線状に伸びる多数の物流専用道路（図中の破線）により連結されている。交通混雑は発生しないと考える。円周上は住民が居住する市街地であり、消費者が均等な人口密度 e で居住している。円周の総延長を R で表す。

都市内には日常的な商品を販売するチェーン店を経営する独占企業が存在する。この企業は、円周上の任意の位置にチェーン店を立地することができる。企業は利潤を最大化するように、円周上のチェーン店数 n と商品の販売価格 p を決定する。円周上の人口密度は均質であるため、企業は均等な間隔 R/n を置いてチェーン店を立地させることになる。図-3は $n=2$ のときを表している。消費者は円周上を移動して最寄りのチェーン店を利用し、自宅とチェーン店間の距離に比例した買い物交通費用を負担する。1つのチェーン店が担当する商圈は、そのチェーン店の位置を中心として $\pm R/(2n)$ の範囲となる。

また、企業の意味決定の対象には、「物流ゲートウェイ地区に物流センターを立地させるか否か」も含まれる。

物流センターを立地させない場合には、個々のチェーン店は都市の外部から直接商品を仕入れる。物流センターを立地させる場合には、物流センターが都市の外部から商品を仕入れて在庫を保有し、チェーン店は物流センターから商品を仕入れる。いずれの場合にも、チェーン店が商品を仕入れる際には、都市外部に位置するサプライヤから、物流ゲートウェイ地区を経由したのちに、物流専用道路を介して各チェーン店に商品の輸送が行われる。

(2) 消費者の買い物行動と消費者余剰

a) 買い物需要

消費者の買い物需要の発生はランダムであり、ポアソン過程に従って商品1個ごとの需要が独立に発生する。商品は価値の劣化が早い、もしくは保管のためのスペースを要するため、需要が発生する度に消費者は近隣のチェーン店に商品を1個購入に出かける。ポアソン過程の到着率 λ は、商品の価格と買い物費用に依存すると考え、この関係を線形の需要関数で表す。

$$\lambda(l) = \bar{\lambda} - a(p + \tau l) \quad (1)$$

$\lambda(l)$ は最寄のチェーン店までの距離が l の地点に住む消費者の、単位時間当たりのチェーン店訪問回数（到着率）である。 $\bar{\lambda}$ は消費者1人の商品需要の上限を、 a は商品需要の価格・買い物費用に対する感度を表す外生的な正の定数である。 p は企業が設定する商品の販売価格である。 τ は単位距離当たりの消費者の往復買い物交通費用を表す定数である。 $p + \tau l$ は消費者が商品を1個購入するのに必要な総費用を表す。この総費用に依存して、消費者の商品の購入頻度は減少する。このポアソン過程によって、商品の需要変動リスクが表現される。

b) 消費者余剰

式(1)の需要関数を利用し、消費者余剰を定義する。まず、最寄のチェーン店までの距離が l の地点に住む消費者1人の消費者余剰 $cs(l)$ は

$$\begin{aligned} cs(l) &= \int_{p+\tau l}^{\bar{\lambda}} (\bar{\lambda} - ax) dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\bar{\lambda}^2}{a} - 2\bar{\lambda}(p + \tau l) + a(p + \tau l)^2 \right] \end{aligned} \quad (2)$$

と表される。よって、都市全体の総消費者余剰 CS は

$$\begin{aligned} CS &= n \cdot 2 \int_0^{\frac{R}{2n}} e \cdot cs(l) dl \\ &= eR \left[\frac{\bar{\lambda}^2}{2a} - \bar{\lambda} \left\{ p + \frac{\tau R}{4n} \right\} \right. \\ &\quad \left. + a \left\{ \frac{p^2}{2} + \frac{p\tau R}{4n} + \frac{1}{24} \left(\frac{\tau R}{n} \right)^2 \right\} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

となる。式(3)の積分値は、1つのチェーン店が担当する商圈の右半分内に住む消費者の総消費者余剰を表す。

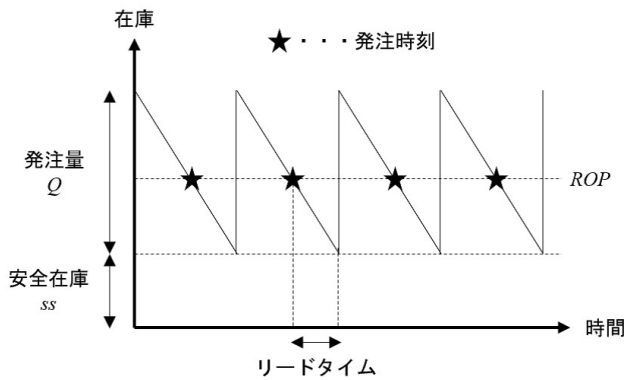


図-4 チェーン店内の在庫推移（需要が一定の場合）

これを2倍すれば、1つのチェーン店が担当する商圏内の総消費者余剰となる。これにチェーン店数 n を掛ければ、都市全体の総消費者余剰となる。

c) 消費者余剰の性質

消費者余剰 CS が持つ性質について考察する。前提条件として、都市内に住む全ての消費者は正の需要を持つと考える。この条件は、隣り合うチェーン店の商圏の境界に住む消費者の需要が正であることに等しい。したがって、

$$\lambda\left(\frac{R}{2n}\right) = \bar{\lambda} - a\left(p + \frac{\tau R}{2n}\right) > 0 \quad (4)$$

が成立する。チェーン店数 n は厳密には整数値しか取れないが、本研究では簡単のため、実数値として扱えると考え。式(4)に示す前提条件の下で、商品価格 p とチェーン店数 n が消費者余剰に与える影響は、

$$\frac{\partial CS}{\partial p} = -R\left[\bar{\lambda} - a\left(p + \frac{\tau R}{4n}\right)\right] < 0 \quad (5a)$$

$$\frac{\partial CS}{\partial n} = \frac{e\tau R^2}{4n^2}\left[\bar{\lambda} - a\left(p + \frac{\tau R}{3n}\right)\right] > 0 \quad (5b)$$

と評価できる。消費者余剰は商品価格 p について単調に減少し、チェーン店数 n について単調に増加する。チェーン店数 n が増えるほど、都市内の消費者の買い物交通費用が節約されるため、消費者余剰が増加するという結果になる。

(3) チェーン店の在庫管理

a) チェーン店内の在庫推移

チェーン店は古典的な在庫管理モデルである EOQ モデルと Safety Stock モデル¹⁵⁾ に従い在庫管理を行う。チェーン店内の商品の在庫数の推移過程を、図-4 を用いて説明する。消費者が来店し商品を購入する度に、チェーン店内の在庫数は減少していく。在庫数がある閾値 (Re-Order Point, ROP) を下回ると、上流 (物流センターが無い場合は地域外の仕入れ先、ある場合は物流センター) に商品の発注が行われる。この際、発注量 (ロットサイズ) を変数 Q で表す。発注された

商品がチェーン店に届くと、在庫数は Q だけ回復する。以上の過程が繰り返される。

チェーン店が商品の発注を行ってから、チェーン店に商品が届くまでの間にはタイムラグが存在する。このタイムラグをリードタイムと呼ぶ。リードタイムには、商品の出庫やトラックの配車、トラックへの積荷、道路上のトラックの走行に要する時間などが含まれる。このリードタイムの間に在庫切れが生じないように、チェーン店は余裕を持って商品の発注を行う必要がある。その結果、商品が届いた時点では、チェーン店内には商品の在庫が残るケースが多い。商品が届いた時点でチェーン店内に残っている在庫数の期待値を安全在庫 (Safety Stock) と呼び、変数 ss で表す。EOQ モデルは、ロットサイズ Q を決定するモデルであり、Safety Stock モデルは安全在庫 ss を決定するモデルである。

なお、図-4 では説明の都合上、一定の間隔を置いて商品の発注が行われているようなグラフを示しているが、これは需要が偶然に一定で推移した特殊なケースのものである。本研究が以下の分析で想定するように、需要が変動する一般的なケースでは、発注間隔は不定期に変動することになる。このような発注方法は、定量発注方式と呼ばれており、単価が安い商品や、需要変動の小さい商品に適用されることが多い。この他の発注方式には、発注間隔を固定し、ロットサイズをその都度変更する定期発注方式などがある。定期発注方式は、高価な商品や、需要変動の大きい商品に適用されることが多い。本研究では、解析的に扱いやすく、かつ、安全在庫とリードタイムの定性的な関係を表現可能なモデルである、EOQ モデルと Safety Stock モデルを採用する。

また、現実の商店においては、商品の品目ごとに需要や在庫保有費用の特性が異なるため、品目ごとに異なる発注方式が採用されることが一般的である。本研究では、理論的な見通しを良くするため、チェーン店は一種類の品目のみを扱い、定量発注方式を採用するという定式化を採用している。ただし、複数の品目を扱い、品目ごとに発注方式を管理する商店をモデル化した場合でも、安全在庫とリードタイムの定性的な関係は変わらないため、本研究の定性的な分析結果は同様に成立すると考えられる。

b) EOQ モデル

EOQ モデルによるロットサイズ Q の決定について述べる。1つのチェーン店が担当する商圏内の単位時間当たりの商品需要の期待値を D 、1回の発注にかかる固定費用 (出庫・荷積・輸送・荷卸などの物流に関わる費用) を S 、単位時間当たりの商品1個の在庫保有費用を h とする。在庫保有費用 h は、在庫投資の資本費用 (金利) やチェーン店のスペースを占有する倉庫費から

成る¹⁵⁾。さらに、商品価値の減耗が早い食品などについては、商品の入荷後の時間経過に伴い、値引きや廃棄処分が必要となる。このような商品価値の減耗費用も h に含まれる。

ロットサイズが Q のとき、発注の頻度は単位時間当たり D/Q となる。したがって、単位時間当たりの発注費用は DS/Q と表される。図-4 から確認できるように、チェーン店が保有する在庫数の長期平均値は $Q/2 + ss$ となる。したがって、単位時間当たりの在庫保有費用は $hQ/2 + h \cdot ss$ となる。単位時間当たりの発注費用と在庫保有費用の和を求めると

$$\frac{DS}{Q} + \frac{hQ}{2} + h \cdot ss \quad (6)$$

となる。式(6)を最小化するロットサイズ Q^* (EOQ) は

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{h}} \quad (7)$$

と表される。EOQ は商品の発注費用と在庫保有費用のバランスを取る効率的なロットサイズである。EOQ は在庫保有費用 h について単調に減少する。すなわち、在庫保有費用が高い商品は、ロットサイズを減らしてこまめに発注を行い、店内の在庫回転率を上げることが効率的となる。 Q^* を式(6)に代入すると、1つのチェーン店が負担する単位時間当たりの発注費用と在庫保有費用の和は

$$\sqrt{2hDS} + h \cdot ss \quad (8)$$

と表される。

c) Safety Stock モデル

Safety Stock モデルにより安全在庫 ss を求める。チェーン店は、在庫数がある閾値 (ROP) を下回ると商品の発注を行う。この閾値を変数 ROP で表す。チェーン店が商品を発注してからチェーン店に商品が届くまでのリードタイムを L とする。このリードタイムの間には、平均 LD の需要が発生する。したがって、在庫が補充される直前における在庫数の期待値 (安全在庫) は、近似的に次式で表せる。

$$ss = ROP - LD \quad (9)$$

リードタイムの間には平均よりも大きい需要が発生する可能性がある。安全在庫は、このような事態においても消費者が欠品に直面することを防ぐために保有される在庫である (図-4 参照)。ただし、安全在庫を保有していても在庫切れは発生し得る。

リードタイム中に在庫切れが発生しない確率は、リードタイム中に発生する需要が ROP を下回る確率に等しい。1つのチェーン店が担当する商圏内の商品需要の単位時間当たりの分散を σ_D^2 とすれば、リードタイムの間に発生する需要の分散は $L\sigma_D^2$ である。個々の消費者の需要がポアソン分布に従う場合、リードタイム内に発生する需要は平均 LD 、分散 $L\sigma_D^2$ の正規分布に従

うものとして近似できる。この近似を用いると、リードタイム中に在庫切れが発生しない確率は、

$$\Phi\left(\frac{ROP - LD}{\sqrt{L}\sigma_D}\right) = \Phi\left(\frac{ss}{\sqrt{L}\sigma_D}\right) \quad (10)$$

と表される。 Φ は標準正規分布の累積分布関数である。チェーン店は、この確率が外生的な目標値 α (95%など) に一致するように ss を決定する。このとき ss は、

$$ss = \sqrt{L}\sigma_D\Phi^{-1}(\alpha) \quad (11)$$

と表される。 Φ^{-1} は Φ の逆関数である。式(11)は、リードタイム L が長い環境において、チェーン店の安全在庫の負担が増えることを示している。安全在庫の保有費用は $h \cdot ss$ であるから、チェーン店の扱う商品の在庫保有費用 h が高い場合、リードタイムの短縮はチェーン店の費用負担を削減することができる。

なお、厳密には、式(9)は近似式であり、安全在庫を過小評価する。なぜなら、式(9)は在庫数が負の値を取り得ないことを無視しているためである。リードタイム中に発生する需要が ROP を上回った場合、在庫が補充される直前における在庫数はゼロとなる。よって、厳密には、安全在庫は $ROP - LD$ よりも大きくなり、その正確な水準 ss' は、

$$ss' = ROP - \int_{-\infty}^{ROP} x f_N(x, LD, L\sigma_D^2) dx \quad (12)$$

と表される。ここで、 $f_N(x, \mu, \sigma^2)$ は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の確率密度関数である。ただし、チェーン店が保有する在庫数の長期平均値は、 ss' を用いても正確に表せない。在庫数の正確な長期平均値は、 $Q/2 + ss$ よりも大きく、 $Q/2 + ss'$ よりも小さくなる。なぜなら、 $Q/2 + ss'$ を用いることは、「在庫切れが生じるタイミングは、商品が到着するのと同時である (商品の到着以前に在庫が切れ、在庫がゼロのまま推移することはない)」と考えることに等しいからである。以上の近似誤差は、在庫管理モデルを扱う教科書や文献では無視されていることが多い。本研究は、これらの近似誤差の大きさを調べるために、付録 I において数値計算事例を取り上げる。この数値計算事例は、限られたパラメータの下での分析ではあるが、一般に近似誤差はそれほど大きくないことを示唆している。また、式(9)により表される ss の定性的な性質は、安全在庫の正確な長期平均値に類似している。以上を踏まえ、本研究は解析的な取り扱いの容易さを優先し、式(9)を安全在庫の評価に用いることとする。

d) チェーン店の在庫管理費用と道路上の旅行時間

EOQ モデルと Safety Stock モデルは、1つのチェーン店の単位時間当たり商品需要の期待値 D と分散 σ_D^2 を必要とする。これらの値は消費者の購入行動の結果として求まる。最寄のチェーン店までの距離が l の地点に住む消費者 1 人の単位時間当たり需要の期待値と分

散はともに $\lambda(l)$ となる。個々の消費者の商品需要が独立なポアソン過程に従い発生する場合、需要の和の期待値と分散は、個々の需要の期待値と分散の和として表せる。したがって、1つのチェーン店が担当する商圏内の単位時間当たりの需要の期待値 D と分散 σ_D^2 は

$$\begin{aligned} D &= \sigma_D^2 = 2 \int_0^{\frac{R}{2n}} e\lambda(l)dl \\ &= \frac{eR(\bar{\lambda} - ap)}{n} - \frac{ea\tau R^2}{4n^2} \end{aligned} \quad (13)$$

となる。式(6)に式(11)、式(13)を代入すると、1つのチェーン店が負担する単位時間当たりの発注費用と在庫保有費用の和 $C_I(S, L)$ (以下、在庫管理費用と呼ぶ)は、発注費用 S とリードタイム L に依存し、次式で表される。

$$\begin{aligned} C_I(S, L) &= \sqrt{2hDS} + h\sqrt{L}\sigma_D\Phi^{-1}(\alpha) \\ &= \sqrt{D}[\sqrt{2hS} + h\sqrt{L}\Phi^{-1}(\alpha)] \end{aligned} \quad (14)$$

発注費用 S にはトラックの輸送費用が含まれており、リードタイム L には道路上の旅行時間が含まれている。よって、図-3に示される放射線状の物流専用道路上の旅行時間を短縮すれば、 S と L は減少することが期待される。以下では、この関係を明示的にモデル化する。 S と L はそれぞれ、チェーン店が上流に商品を発注する際の発注費用とリードタイムであるから、これらの値は、上流に物流センターが無い場合と有る場合で異なる。物流センターが無い場合の値を S_N, L_N で表し、有る場合の値を S_W, L_W で表す。これらの変数を以下のように定式化する。

$$S_N = S_0 + \beta T \quad (15a)$$

$$L_N = L_0 + T \quad (15b)$$

$$S_W = \beta T \quad (15c)$$

$$L_W = T \quad (15d)$$

S_0 と L_0 はそれぞれ、都市外のサプライヤから都市の物流ゲートウェイ地区までの物流費用と輸送時間である。 T は図-3の物流専用道路の片道の旅行時間である。 β は旅行時間を物流費用に換算する係数である。物流センターが有る場合には、リードタイムに L_0 は含まれない。その代わり、物流センターが都市外のサプライヤから商品を仕入れる際に、リードタイム L_0 が生じることとなる。

(4) 企業の利潤

チェーン店を運営する独占企業の意味決定の対象は、「物流センターを物流ゲートウェイ地区に立地させるか否か」、都市内のチェーン店数 n 、商品価格 p の3つである。企業は利潤を最大化するように意思決定を行う。そこで、以下では、「物流センターを立地させない

場合」と「立地させる場合」に分けて企業の利潤を定式化する。

a) 物流センターを立地させない場合

物流センターを立地させない場合の単位時間当たりの企業の利潤を $\pi_N(n, p, T)$ で表し、

$$\begin{aligned} \pi_N(n, p, T) &= (p - c)nD - n[C_I(S_N, L_N) + F] \\ &= \left[eR(\bar{\lambda} - ap) - \frac{ea\tau R^2}{4n} \right] (p - c) - Fn \\ &\quad - \sqrt{neR(\bar{\lambda} - ap) - \frac{ea\tau R^2}{4}} \\ &\quad \cdot [\sqrt{2h(S_0 + \beta T)} \\ &\quad + h\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{L_0 + T}] \end{aligned} \quad (16)$$

と定式化する。ここで、 c は商品を1単位販売するために必要となる各種の可変費用(商品の仕入れ費用を含む)、 nD はチェーン店の商品の総売り上げ、 F は1店舗のチェーン店を立地・運営するために必要となる固定費用である。

なお、式(16)は、消費者が在庫切れに直面した場合の売上の低下を考慮していない。現実的に考えると、消費者が在庫切れに直面した場合には、消費者は商品の購入を諦めるか、商品の入荷後に再度、チェーン店を訪問することになる。前者の場合は需要の一部が実現しないことになる。すなわち、厳密には、商品の総売上は、「需要 nD のうち、在庫切れに直面しない割合」を表す変数 γ を用いて、 $p\gamma nD$ と表される必要がある。さらに、 γ が消費者の需要 D や消費者余剰 CS に与える影響をモデル化すれば、消費者の需要の不確実性(需要リスク)に起因する社会的費用をより正確に評価できることになる。ただし、このようなモデルは解析的な取り扱いが困難になるため、本研究では $\gamma \simeq 1$ であると見なし分析を進める。本研究が採用する単純化の下でも、需要リスクに起因する社会的費用の基本的な性質、すなわち、需要リスクを一か所に集約することにより社会的費用を削減できるという性質は表現できるため、理論的な議論を行う上では見通しが良くなる。また、付録Iにおける数値計算事例では、 α と γ の関係を分析している。この数値計算事例は、限られたパラメータの下での分析ではあるが、 α が十分に大きければ、一般に $\gamma \simeq 1$ の近似誤差はそれほど大きくないことを示唆している。

b) 物流センターを立地させる場合

物流センターを立地させる場合は、物流センターにおいても在庫管理を行う必要がある。物流センターは都市外に立地するサプライヤから商品を仕入れる。物流センターはPOSシステムを通じて、各チェーン店の商品在庫の状況を常に把握可能であると考え、この

とき、チェーン店から物流センターに発注される商品需要の単位時間当たりの期待値 D_W と分散 σ_{DW}^2 は

$$D_W = \sigma_{DW}^2 = nD = eR(\bar{\lambda} - ap) - \frac{ea\tau R^2}{4n} \quad (17)$$

と表される (POS システムが無い場合には、チェーン店の在庫状況が把握できないため不確実性が増し、 σ_{DW}^2 は式 (17) よりも大きくなる)。物流センターも EOQ モデルと Safety Stock モデルに従い在庫管理を行うと考える。式 (8), (11), (17) を用いれば、物流センターの在庫管理費用は

$$\begin{aligned} C_W &= \sqrt{2h \cdot D_W \cdot S_0} \\ &\quad + h\sqrt{L_0}\Phi^{-1}(\alpha_W)\sigma_{DW} \\ &= \sqrt{eR(\bar{\lambda} - ap) - \frac{ea\tau R^2}{4n}} \\ &\quad \cdot [\sqrt{2hS_0} + h\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{L_0}] \quad (18) \end{aligned}$$

と表せる。ただし、 S_0, L_0 はそれぞれ、物流センターが都市外のサプライヤから商品を仕入れる際の発注費用とリードタイムである。在庫保有費用 h 、および、リードタイム中に在庫切れが発生しない確率の目標値 α は、チェーン店と物流センターの間で共通と考える。

物流センターの在庫管理費用 C_W を用いれば、物流センターを立地させる場合の単位時間当たりの企業の利潤 $\pi_W(n, p, T)$ は、次式で表せる。

$$\begin{aligned} \pi_W(n, p, T) &= (p - c)nD - n[C_I(S_W, N_W) + F] \\ &\quad - [C_W + F_W] \\ &= \left[eR(\bar{\lambda} - ap) - \frac{ea\tau R^2}{4n} \right] (p - c) - Fn - F_W \\ &\quad - \sqrt{neR(\bar{\lambda} - ap) - \frac{ea\tau R^2}{4}} \\ &\quad \cdot [\sqrt{2h\beta T} + h\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{T}] \\ &\quad - \sqrt{eR(\bar{\lambda} - ap) - \frac{ea\tau R^2}{4n}} \\ &\quad \cdot [\sqrt{2hS_0} + h\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{L_0}] \quad (19) \end{aligned}$$

ただし、 F_W は物流センターを立地・運営するために必要となる固定費用である。

c) 企業の意思決定

企業の意思決定は次のように行われる。まず、都市内輸送時間 T が外生的に与えられる。次に、企業は与えられた T の下で、 $\pi_N(n, p, T)$ と $\pi_W(n, p, T)$ を (仮想的に) n, p について最適化し、物流センターを立地させない場合・立地させる場合の各ケースにおける最適なチェーン店数と商品価格を決定する。 $\pi_N(n, p, T)$ の最適化問題の解を $n_N(T), p_N(T)$ で表し、 $\pi_W(n, p, T)$ の最適化問題の解を $n_W(T), p_W(T)$ で表す。最後に、企業は $\pi_N(n_N(T), p_N(T), T)$ と $\pi_W(n_W(T), p_W(T), T)$ を比較し、前者が大きい場合は物流センターを立地させ

ず、後者が大きい場合は物流センターを立地させる。すなわち、次式が成立する。

$$\begin{cases} \text{物流センター} & \pi_N(n_N(T), p_N(T), T) \geq \\ \text{を立地しない} & \pi_W(n_W(T), p_W(T), T) \end{cases} \quad (20a)$$

$$\begin{cases} \text{物流センター} & \pi_N(n_N(T), p_N(T), T) < \\ \text{を立地する} & \pi_W(n_W(T), p_W(T), T) \end{cases} \quad (20b)$$

4. 比較静学分析

本章では、3. で定式化したモデルに対して解析的・数値的な比較静学分析を適用し、都市内道路整備による物流の円滑化が、小売企業による都市内物流センターの立地を促す効果や、消費者の買い物利便性を改善する効果について分析する。具体的には、都市内輸送時間 T の短縮が、企業の意思決定に与える影響を分析する。さらに、この企業の意思決定の変化が消費者余剰に与える影響についても分析する。

(1) 道路整備が物流センターの立地に与える影響

都市内輸送時間 T の短縮が、物流センターの立地に及ぼす影響を分析する。まずは、所与の n, p の下で $\pi_W(n, p, T)$ と $\pi_N(n, p, T)$ を比較する。 n, p は企業によって決定される内生変数であり、 T や物流センターの立地の有無に依存する。しかし、まずは議論の見通しを良くするため、 n, p を外生変数のように固定値として扱えると考え。この前提の下で、 $\pi_W(n, p, T)$ と $\pi_N(n, p, T)$ の差を取ると、

$$\begin{aligned} \pi_W(n, p, T) - \pi_N(n, p, T) &= \sqrt{\frac{eR(\bar{\lambda} - ap)}{n} - \frac{ea\tau R^2}{4n^2}} \\ &\quad \cdot [h\Phi^{-1}(\alpha)(n\sqrt{L_0 + T} + n\sqrt{S_0 + \beta T}) \\ &\quad - \sqrt{2h}(n\sqrt{T} + \sqrt{nL_0} + n\sqrt{\beta T} + \sqrt{nS_0})] \\ &\quad - F_W \\ &= \sigma_D h \Phi^{-1}(\alpha) (n\sqrt{L_0 + T} - n\sqrt{T} - \sqrt{nL_0}) \\ &\quad + D\sqrt{2h} (n\sqrt{S_0 + \beta T} - n\sqrt{\beta T} - \sqrt{nS_0}) \\ &\quad - F_W \quad (21) \end{aligned}$$

を得る。この値は、所与の n, p の下で、物流センターを持たない企業が、物流センターを立地することにより得られる利潤の増加額を表す。 T の短縮がこの金額に与える影響を分析するために、式 (21) の両辺を T について偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T} [\pi_W(n, p, T) - \pi_N(n, p, T)] &= -\sigma_D h \Phi^{-1}(\alpha) n \left(\frac{1}{2\sqrt{T}} - \frac{1}{2\sqrt{L_0 + T}} \right) \\ &\quad - D\sqrt{2h} n \left(\frac{\beta}{2\sqrt{\beta T}} - \frac{\beta}{2\sqrt{S_0 + \beta T}} \right) \end{aligned}$$

$$< 0 \quad (22)$$

を得る. 式 (22) より, n, p が外生的に与えられているとすれば, 物流センター立地による利潤の増加額は, T の短縮に伴い拡大することを確認できる.

物流センター立地の便益について考察するために, 都市内輸送時間が $T = 0$ となる極限的な状況を考える. このとき, チェーン店は発注費用を負担せずに, 物流センターから瞬間的に商品を仕入れることができるため, 在庫を保有する必要がなくなる. このとき, 式 (21) の値は,

$$\begin{aligned} \pi_W(n, p, 0) - \pi_N(n, p, 0) \\ = (n - \sqrt{n})\sigma_D h \Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{L_0} \\ + (n - \sqrt{n})D\sqrt{2hS_0} - F_W \end{aligned} \quad (23)$$

となる. 一般に, $n \geq 1$ である. 式 (23) は, 物流センターの固定費 F_W が無ければ, 物流センターの立地が企業の利潤を必ず増やすことを意味している. 式 (23) の右辺第 1 項は, **2. (2)** で述べた, 「下流のチェーン店の在庫保有リスクを集約して引き受ける」という, 物流センターの機能の便益を表している. σ_D は, 個々のチェーン店の商品需要の標準偏差である. 式 (11) より, チェーン店が個別に安全在庫を保有する場合, 個々のチェーン店は $\sqrt{\sigma_D^2} \Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{L_0}$ の安全在庫を保有する必要がある. チェーン店は n 店舗あるので, 企業が保有する安全在庫の総量は, これの n 倍となる. 他方, 物流センターが集約的に在庫を保有する場合, その商品需要の分散は $n\sigma_D^2$ となる. よって, 企業が保有する安全在庫の総量は, $\sqrt{n\sigma_D^2} \Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{L_0}$ となる. このように, 物流センターは複数のチェーン店の在庫保有リスクを一括して引き受けることにより, 在庫保有リスクを全体として平準化し, 安全在庫の総量を圧縮できる. すなわち, 式 (23) 右辺の第 1 項は, 安全在庫の圧縮化便益を表している.

物流センター立地のもう 1 つの便益は, 式 (23) の右辺第 2 項により表されている. これは, 複数のチェーン店が共同で商品を仕入れることにより, 仕入れ時のロットサイズを大型化して規模の経済を活用し, 発注費用 (物流費用) を削減する効果である. この効果は, Facility Location Model⁹⁾ に関する既存研究において, 物流センター立地の便益として考慮されている効果である. このように, 本研究のように在庫管理モデルを導入することにより, 物流センターの便益は, 既往研究で考慮されてきたロットサイズの大型化便益と, 安全在庫の圧縮化便益の和として表現することができる.

式 (23) で表される物流センターの便益は, 都市内輸送時間を無視できる理想的な環境 ($T = 0$ の場合) を想定していた. 都市内輸送時間を無視できない ($T > 0$ が成立する) 場合, 物流センターが立地していても, 各

チェーン店は安全在庫を保有しなければいけない. このような状況において, 物流センター立地による安全在庫の圧縮化便益は, 式 (21) の 2 つ目の等号の右辺第 1 項により表される. 物流センターが立地していない場合の安全在庫の総量は, $\sigma_D \Phi^{-1}(\alpha) n \sqrt{L_0 + T}$ となる. 他方, 物流センターが立地している場合の安全在庫の総量は, $\sigma_D \Phi^{-1}(\alpha) (n\sqrt{T} + \sqrt{nL_0})$ となる. 式 (22) から確認できるように, 両者の差は T の増加に伴い減少し, 特に $T \rightarrow \infty$ の極限においては,

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \pi_W(n, p, T) - \pi_N(n, p, T) \\ = -\sigma_D h \Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{nL_0} - D\sqrt{2h} \sqrt{nS_0} \\ - F_W \end{aligned} \quad (24)$$

となる. すなわち, T の値が非常に大きいときには, n, p の値に依存せず, 物流センターの立地は安全在庫の総量を逆に増加させる. T が大きい場合には, 物流センターが立地しても, チェーン店は長いリードタイムに備えて多くの安全在庫を保有しなければならない. さらに, 物流センターも安全在庫を保有する必要があり, 結局, 物流センターの立地は安全在庫の負担を増やす. 式 (22), (24) の結果は, 物流センターが都市内物流効率化の機能を発揮するためには, 都市内輸送時間の改善が必要であることを表している.

以上では, 議論の見通しを良くするため, ひとまず n, p を固定値として扱った. 実際には, **3. (4)** で述べたように, これらの変数は T や物流センターの立地の有無に依存する. 以下では, このように n, p が内生変数となる一般的な状況を想定して比較静学分析を実施する. このような状況においては, 企業は $\pi_N(n_N(T), p_N(T), T)$ と $\pi_W(n_W(T), p_W(T), T)$ を比較して物流センターの立地を決定する. ここで, 都市内輸送時間 T を与件としたときの, 物流センターの立地便益を表す関数

$$\begin{aligned} f(T) = \pi_W(n_W(T), p_W(T), T) \\ - \pi_N(n_N(T), p_N(T), T) \end{aligned} \quad (25)$$

を定義する. 関数 $f(T)$ の単調性を解析的に保証することは容易ではない. このため, 式 (23), (24) を用いて, 関数 $f(T)$ の定性的な性質を議論する. 式 (24) より,

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \pi_W(n_W(T), p_W(T), T) \\ - \pi_N(n_N(T), p_N(T), T) < 0 \end{aligned} \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} \pi_N(n_N(T), p_N(T), T) \\ \geq \pi_N(n_W(T), p_W(T), T) \end{aligned} \quad (26b)$$

が成立する. したがって, $\lim_{T \rightarrow \infty} f(T) < 0$ が成立す

る. 次に, 式 (23) より,

$$\begin{aligned} \pi_W(n_N(0), p_N(0), 0) \\ - \pi_N(n_N(0), p_N(0), 0) > 0 \\ (\text{if } n_N(0) \geq 1 \text{ and } F_W \simeq 0) \end{aligned} \quad (27a)$$

$$\begin{aligned} \pi_W(n_W(0), p_W(0), 0) \\ \geq \pi_W(n_N(0), p_N(0), 0) \end{aligned} \quad (27b)$$

が成立する. したがって, $n_N(0) \geq 1$ であり, かつ, F_W が十分に小さければ, $f(0) > 0$ が成立する. 以上の結果と $f(T)$ が連続であることより, 次の命題が成立する.

命題 1 $n_N(0) \geq 1$ であり, かつ, F_W が十分に小さいとき, 式 (28a), (28b) を満たす閾値 $\tilde{T} > 0$ が存在する.

$$f(\tilde{T}) = 0 \quad (28a)$$

$$f(T) > 0 \quad (0 \leq T < \tilde{T}) \quad (28b)$$

すなわち, $0 \leq T < \tilde{T}$ が成立する場合, 物流センターの立地により正の利潤が発生する. このことは, 都市内輸送時間 T をある水準 $\tilde{T}$ 以下に短縮すれば, 企業が物流センターを立地することを意味する. なお, $f(T) = 0$ を満たす T が複数存在する可能性を排除できていないが, 仮にそのような T が複数ある場合には, その中で最小のものが $\tilde{T}$ となる. これは, $f(T)$ の連続性と $f(0) > 0$ より導ける.

(2) 道路整備がチェーン店数と商品価格に与える影響

以下では, T の短縮が, 企業の決定するチェーン店数 n と商品価格 p に与える影響を分析する. このため, 企業の利潤最大化問題の 1 階の最適化条件に比較静学分析を適用する. まず, 物流センターが立地していない状況を想定し, 企業の利潤 $\pi_N(n, p, T)$ の n, p に関する最大化問題の 1 階の最適化条件を求めると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_N}{\partial n}(n, p, T) &= \frac{ea\tau R^2}{4n^2}(p - c) - F - (\bar{\lambda} - ap) \\ &\cdot X(n, p)Z_N(T) = 0 \end{aligned} \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_N}{\partial p}(n, p, T) &= eR(\bar{\lambda} + ac - 2ap) - \frac{ea\tau R^2}{4n} \\ &+ anX(n, p)Z_N(T) = 0 \end{aligned} \quad (29b)$$

となる. ただし, $X(n, p)$, $Z_N(T)$ は記述を簡略化するために導入する関数であり, 次のように定義される.

$$X(n, p) = \frac{eR}{2\sqrt{neR(\bar{\lambda} - ap) - ea\tau R^2/4}} \quad (30a)$$

$$\begin{aligned} Z_N(T) &= \sqrt{2h(S_0 + \beta T)} \\ &+ h\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{L_0 + T} \end{aligned} \quad (30b)$$

式 (29a), (29b) を n, p, T について偏微分することにより, 比較静学分析の方程式を導くと,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n^2} & \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} \\ \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} & \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dn \\ dp \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial T} \\ \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p \partial T} \end{pmatrix} dT \quad (31)$$

となる. この方程式を dn, dp について解くと,

$$\begin{pmatrix} dn \\ dp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n^2} & \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} \\ \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} & \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p^2} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p^2} & -\frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} \\ -\frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} & \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial T} \\ \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p \partial T} \end{pmatrix} \cdot (-dT) \quad (32)$$

を得る. 利潤最大化問題の 2 階の最適化条件より, 式 (32) 右辺の行列式の符号は正になる. そこで, 式 (32) 右辺の残りの部分の符号を特定化することを試みる. まず, 式 (29a), (29b) より, 以下の式が導かれる.

$$\frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n^2} = -\frac{ea\tau R^2}{2n^3}(p - c) - (\bar{\lambda} - ap)X_n Z_N \quad (33a)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p^2} = -2eaR + anX_p Z_N \quad (33b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} &= \frac{ea\tau R^2}{4n^2} + [aX - (\bar{\lambda} - ap)X_p]Z_N \\ &= \frac{ea\tau R^2}{4n^2} + [aX + anX_n]Z_N \end{aligned} \quad (33c)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial T} = -(\bar{\lambda} - ap)X'_N Z_N \quad (33d)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p \partial T} = anX'_N Z_N \quad (33e)$$

Z'_N は Z_N の導関数を表し, X_n, X_p はそれぞれ X の n, p に関する偏導関数を表す. 関数の引数は省略している. 式 (33a)–(33e) より, 以下の式が導かれる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p^2} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial T} - \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p \partial T} \\ = 2eaRXZ'_N \left[\bar{\lambda} - a \left(p + \frac{\tau R}{8n} \right) - \frac{anXZ_N}{2eR} \right] \end{aligned} \quad (34a)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial T} + \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n^2} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p \partial T} \\ = -\frac{ea\tau R^2}{4n^2} XZ'_N \left[\bar{\lambda} - a \left(p + \frac{\tau R}{2n} \right) \right] \\ \cdot \left(1 - \frac{4n^2 XZ_N}{e\tau R^2} \right) \end{aligned} \quad (34b)$$

式 (34b) を導く際には, 最適解における式 (29b) の成立を利用していることを断っておく. 式 (34a), (34b) の

符号を特定できれば, dn, dp の符号を特定できる. 式 (34a), (34b) の符号の解析的な特定は一般に困難であるが, 最適解において以下の条件が満たされる場合には, 解析的な特定が可能となる.

$$\frac{Z_N n \sqrt{D}}{nD} < \frac{\tau R}{2n} \quad (35)$$

この式の左辺の分子は, 企業の在庫管理費用の総額 $nC_I(S_N, L_N)$ を表す. 分母の nD は商品の総需要であるから, 左辺は需要一単位当たりの平均在庫管理費用を表している. 式 (35) は, この平均費用が $\tau R/2n$ (最も不便な場所に居住する消費者の買い物一回当たりの交通費用) よりも低いことを意味する. 最適解において式 (35) が成立するときには, 式 (34a), (34b) の符号が特定できる. 式 (35) が成立するとき, 以下の不等式が成立する.

$$\frac{anXZ_N}{2eR} < \frac{a\tau R}{8n} \quad (36a)$$

$$\frac{4n^2 X Z_N}{e\tau R^2} < 1 \quad (36b)$$

式 (4), (36a), (36b), および, $Z'_N > 0$ を利用すると, 式 (34a) の符号は正に, 式 (34b) の符号は負に特定できる. 以上より, 以下の命題が導かれる.

命題 2: 最適解において式 (35) が成立するとき, 都市内輸送時間 T の減少は $n_N(T)$ を増加させ $p_N(T)$ を減少させる.

次に, 物流センターが立地している状況に対して比較静学分析を実施する. この状況において, 企業の利潤 $\pi_W(n, p, T)$ の n, p に関する最大化問題の 1 階の最適化条件を求めると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_W}{\partial n}(n, p, T) &= \frac{ea\tau R^2}{4n^2}(p - c) - F - (\bar{\lambda} - ap) \\ &\quad \cdot X(n, p) \left[Z_W(T) + \frac{Z_0}{\sqrt{n}} \right] \\ &\quad - \frac{eRZ_0}{4X(n, p)n\sqrt{n}} = 0 \end{aligned} \quad (37a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_W}{\partial p}(n, p, T) &= eR(\bar{\lambda} + ac - 2ap) \\ &\quad - \frac{ea\tau R^2}{4n} + anX(n, p) \\ &\quad \cdot \left[Z_W(T) + \frac{Z_0}{\sqrt{n}} \right] = 0 \end{aligned} \quad (37b)$$

となる. ただし, $Z_W(T), Z_0$ は記述を簡略化するために導入する関数と変数であり, 次のように定義される.

$$Z_W(T) = \sqrt{2h\beta T} + h\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{T} \quad (38a)$$

$$Z_0 = \sqrt{2hS_0} + h\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{L_0} \quad (38b)$$

式 (37a), (37b) を n, p, T について偏微分し, dn, dp について解くことにより, 比較静学分析の方程式が導かれる. 証明は付録 II に示すが, 命題 2 の証明と同様に

して, 最適解において以下の条件が満たされる場合に, dn, dp の符号を解析的に特定可能であることを示せる.

$$\begin{aligned} &\frac{Z_W n \sqrt{D} + Z_0 \sqrt{nD}}{nD} \\ &< \frac{\tau R}{2n} - \frac{Z_0 \sqrt{nD}}{nD} \frac{\bar{\lambda} - ap - \frac{3a\tau R}{8n}}{\bar{\lambda} - ap - \frac{a\tau R}{2n}} \end{aligned} \quad (39)$$

この式の左辺の分子は企業の在庫管理費用の総額 $nC_I(S_W, L_W) + C_W$ を表し, 左辺全体は需要一単位当たりの平均在庫管理費用を表している. 式 (39) は, この平均費用が一定の水準以下になることを意味する. 最適解において式 (39) が成立するときには, dn, dp の符号が特定でき, 以下の命題が導かれる.

命題 3: 最適解において式 (39) が成立するとき, 都市内輸送時間 T の減少は $n_W(T)$ を増加させ $p_W(T)$ を減少させる.

命題 2 と **命題 3** の前提条件が外生的なパラメータによらず常に成立するかどうかは不明である. そこで, 本章では解析的な比較静学分析に加えて, (4) 節において数値的な比較静学分析を行う. (4) 節に示された数値計算事例の範囲では, 命題 2 と 命題 3 の前提条件の成立が確認できている.

命題 2 と **命題 3** は, 都市内輸送時間 T の短縮が, チェーン店数 n を増やし商品価格 p を下げる効果を持つことを示している. この結果をもたらした仕組みについて考察するために, 個々のチェーン店の在庫管理費用を表す式 (14) に注目する. この式は, 在庫管理費用に, 商品需要 D に関する規模の経済が働くことを示している. 商品需要 1 単位当たりの平均在庫管理費用を求めると

$$\frac{C_I}{D} = \frac{1}{\sqrt{D}} [\sqrt{2hS} + h\sqrt{L}\Phi^{-1}(\alpha)] \quad (40)$$

となり, D について単調減少することを確認できる. この理由は, 商品需要が大きいほど, 安全在庫の保有リスクが低下するためである. 式 (13) で表されるように, 商品需要の期待値と分散は比例関係にある. よって, 個々のチェーン店が保有すべき安全在庫は, リードタイムを L とするとき, $\sqrt{D}\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{L}$ と表せる. これは, 商品需要が大きいほど, 消費者 1 人当たりの安全在庫が減少することを意味している. 式 (40) の右辺が D について単調減少するもう 1 つの理由は, 商品需要が大きいほど, 仕入れ時のロットサイズを大型化して規模の経済を活用し, 発注費用を削減できるためである. 以上の理由より, 在庫管理費用を抑えるためには, チェーン店数 n を減らすことが望ましい. なぜなら, チェーン店数を増やせば, 商品需要がチェーン店の間で分割されてしまうためである. 以上の効果は, リードタイム L や発注費用 S が大きいほど強くなる. 逆に, L と S が小さくなれば, 最適なチェーン店数は増加する. なぜ

なら、チェーン店は物流センターから細目に商品を発注することが可能となり、在庫管理費用の負担が軽減されるため、チェーン店一店舗当たりの需要が小さくても運営が可能となるためである。\$T\$ の減少が \$n\$ の増加をもたらすのは、この理由によるものである。また、\$T\$ の増加が \$p\$ の減少をもたらす理由は、在庫管理費用の限界費用 (\$C_I\$ の \$D\$ に関する導関数) の低下により、値下げの余地が生じるためだと考えられる。

以上では、物流センターの立地の有無を所与として、\$T\$ の短縮効果を分析した。前節でみたように、\$T\$ の短縮が閾値 \$\tilde{T}\$ を跨いで行われる場合には、物流センターが立地していない状態から、立地している状態への変化が生じる。この際、物流センターの立地に伴う費用構造の変化が生じるため、チェーン店数と商品価格は \$(n_N(T), p_N(T))\$ から \$(n_W(T), p_W(T))\$ へと不連続に変化する。この不連続な変化の方向について分析する。まず、\$(n_N(T), p_N(T))\$ は式 (29a), (29b) を満たすことから、\$(n_N(T), p_N(T))\$ に関する条件式が 2 本得られる。この条件式を \$\pi_W\$ の偏導関数に代入すると、以下の 2 本の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_W}{\partial n}(n_N(T), p_N(T), T) &= (\bar{\lambda} - ap_N(T))X(n_N(T), p_N(T)) \\ &\quad \cdot \left[\sqrt{2h} \left(\sqrt{S_0 + \beta T} - \sqrt{\beta T} \right) \right. \\ &\quad + h\Phi^{-1}(\alpha) \left(\sqrt{L_0 + T} - \sqrt{T} \right) \\ &\quad - Y(n_N(T), p_N(T)) \\ &\quad \cdot \left(\sqrt{\frac{2hS_0}{n_N(T)}} + h\Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{\frac{L_0}{n_N(T)}} \right) \Big] \quad (41a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_W}{\partial p}(n_N(T), p_N(T), T) &= -an_N(T)X(n_N(T), p_N(T)) \\ &\quad \cdot \left[\sqrt{2h} \left(\sqrt{S_0 + \beta T} - \sqrt{\beta T} \right) \right. \\ &\quad - \sqrt{\frac{S_0}{n_N(T)}} + h\Phi^{-1}(\alpha) \left(\sqrt{L_0 + T} \right. \\ &\quad \left. \left. - \sqrt{T} - \sqrt{\frac{L_0}{n_N(T)}} \right) \right] \quad (41b) \end{aligned}$$

ただし、\$Y(n, p)\$ は記述を簡略化するために導入する関数であり、次のように定義される。

$$Y(n, p) = 2 - \frac{ea\tau R^2}{4neR(\bar{\lambda} - ap)} \quad (42)$$

式 (13) の需要 \$D\$ が正であることより、\$Y(n, p)\$ は必ず 1 以上 2 未満の値を取る。式 (41a), (41b) の符号は、物流センターの立地に伴い企業の費用構造が変化した際に、企業が利潤を増やすためには、\$n\$ と \$p\$ をどの方向に動かすべきかを示している。そこで、これらの式の符号

について考察する。式 (41a), (41b) の \$[]\$ 内は、\$n_N(T)\$ がある値よりも大きければ正となることが確認できる。\$Y(n, p) \geq 1\$ より、以下の 2 つの条件が満たされるとき、式 (41a), (41b) の \$[]\$ 内は正となる。

$$\frac{\sqrt{n_N(T)}}{Y(n_N(T), p_N(T))} > \sqrt{\frac{T}{L_0}} + \sqrt{1 + \frac{T}{L_0}} \quad (43a)$$

$$\frac{\sqrt{n_N(T)}}{Y(n_N(T), p_N(T))} > \sqrt{\frac{\beta T}{S_0}} + \sqrt{1 + \frac{\beta T}{S_0}} \quad (43b)$$

式 (43a), (43b) は、\$T\$ が小さいほど満たされやすい。例えば、\$T/L_0 = 1, \beta T/S_0 = 1\$ のときは、\$Y(n, p) < 2\$ より、式 (43a), (43b) が成立するためには \$n_N(T) > 23.3\$ である必要がある。一方、\$T/L_0 = 0.1, \beta T/S_0 = 0.1\$ のときは、\$n_N(T) > 7.5\$ であれば式 (43a), (43b) が満たされる。この性質については、(4) 節の数値的な比較静学分析においてあらためて議論する。以上の分析より、以下の命題が導かれる。

命題 4: 物流センターの新規立地が実現したとき、式 (43a), (43b) が満たされていれば、\$(n_N(T), p_N(T))\$ の近傍において、企業は \$n\$ を増やし \$p\$ を減らすことにより利潤を増やせる。

命題 4 より、都市内輸送時間 \$T\$ が十分に短い場合には、物流センターの新規立地を実現することにより、企業はチェーン店数 \$n\$ を増やし商品価格 \$p\$ を下げるとこととなる。この結果が生じる仕組みは、命題 2 や命題 3 と同様である。すなわち、物流センターの立地に伴い、チェーン店にとってのリードタイムは \$L_0 + T\$ から \$T\$ へと減少する。その結果、商品需要を分割するデメリットが緩和されることにより、最適なチェーン店数が増加することとなり、在庫管理費用の限界費用が低下する。その結果として価格が低下する。

なお、命題 4 は \$n_N(T) < n_W(T)\$ や \$p_N(T) > p_W(T)\$ を必ずしも意味しない。\$(n_N(T), p_N(T))\$ から \$(n_W(T), p_W(T))\$ に向かう過程で、\$\pi_W\$ の導関数の符号が変化する可能性があるためである。ただし、少なくとも、\$(n_N(T), p_N(T))\$ が \$(n_W(T), p_W(T))\$ の十分に近傍にあれば、命題 4 より \$n_N(T) < n_W(T)\$ や \$p_N(T) > p_W(T)\$ が成立すると言える。

(3) 道路整備が消費者余剰に与える影響

前節の分析より、平均在庫管理費用が十分に小さければ、都市内輸送時間 \$T\$ の短縮は \$n\$ の増加と \$p\$ の減少をもたらすことが示された。また、都市内輸送時間 \$T\$ が十分に短ければ、\$T\$ の短縮により物流センターの新規立地が実現したとき、\$n\$ の増加と \$p\$ の減少がもたらされることが示された。既に 3. (2) で確認したように、都市内の消費者余剰 \$CS\$ は \$n\$ について単調増加し、\$p\$ について単調減少する。したがって、命題 2-命題 4 より、以下の命題が導かれる。

命題 5 :

- 物流センターが立地しておらず、式 (35) が成立しているとき、 T の減少は消費者余剰 CS を増加させる。
- 物流センターが立地しており、式 (39) が成立しているとき、 T の減少は消費者余剰 CS を増加させる。
- 物流センターの新規立地が実現したとき、式 (43a), (43b) が満たされており、かつ、 $(n_N(T), p_N(T))$ が $(n_W(T), p_W(T))$ の十分に近傍にあれば、消費者余剰 CS は増加する。

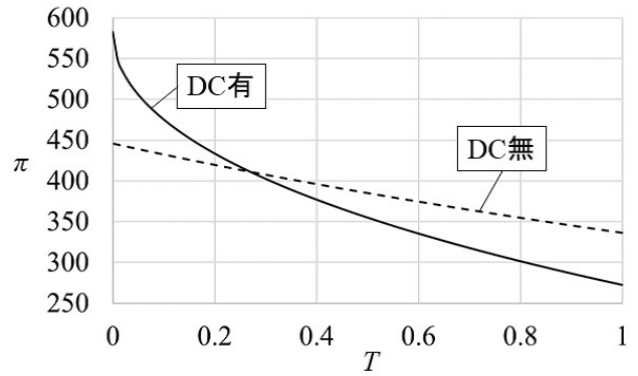
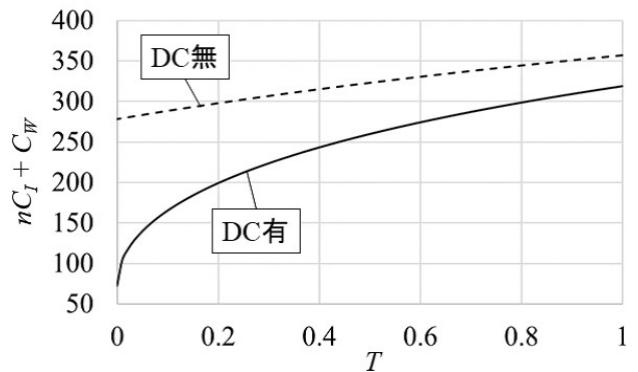
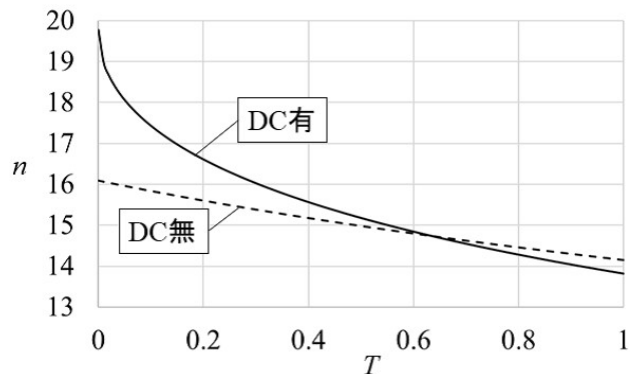
この命題は、都市内輸送時間 T の短縮は、企業の利潤を増やすのみならず、消費者余剰も改善することを示している。 T の短縮による企業の意思決定の変化に伴い、消費者は商品価格の低下と、買い物交通費用の軽減という恩恵を受けることになる。

(4) 数値的な分析

以上では、解析的な比較静学分析により**命題 1-命題 5**を示した。ただし、各命題には前提条件が存在し、任意の外生的パラメータ値に対して成立するかどうかは不明である。そこで、本節では、限られたパラメータの範囲内ではあるが、数値的な比較静学分析を行い、命題とその前提条件の成立を確認する。

数値計算にあたり、外生的なパラメータを以下のように設定する。都市の人口は10万人と考え、 $e = 1000$, $R = 100$ と設定する。単位時間は1日に設定する。商品の1日・1人当たりの需要は最大0.1個とし、需要の弾力性が高い状況を想定し、 $\bar{\lambda} = 0.1$, $a = 0.05$, $\tau = 0.1$, $c = 1$ と設定する。チェーン店と物流センターの1日当たりの固定費は、それぞれ $F = 10$, $F_W = 100$ と設定する。都市外から都市までのリードタイムは1日と考え、 $L_0 = 1$, $\beta = 10$, $S_0 = 10$ と設定する。1日・1個当たりの在庫保有費用は $h = 0.1$ と設定し、リードタイム中に在庫切れが発生しない確率の目標値は $\alpha = 0.95$ と設定する。以上の設定の下では、企業が設定する商品価格は概ね $p = 1.45$ になるため、在庫保有費用 $h = 0.1$ の設定は、15日で商品価値がゼロになるような商品を想定することを意味する。以上の設定の下で T を1(日)から0(日)まで変化させ、それに伴う各変数の変化について分析する。

図-5は都市内輸送時間 T と企業の利潤 π の関係を示したものである。実線は物流センターが立地している場合 (π_W) のグラフであり、破線は立地していない場合 (π_N) のグラフである。その他の図においても、実線と破線は物流センターの立地の有無に対応している。**命題 1**で示したように、物流センターを立地した方が利


 図-5 都市内輸送時間 T と企業の利潤 π の関係

 図-6 都市内輸送時間 T と企業の総在庫管理費用の関係

 図-7 都市内輸送時間 T とチェーン店数 n の関係

潤の高くなる閾値 $\tilde{T}$ が存在することを確認できる。本節のパラメータ設定の下では $\tilde{T} = 0.26$ である。図-6は都市内輸送時間 T と企業の総在庫管理費用 $nC_I + C_W$ の関係を示したものである。物流センター立地の便益である在庫管理費用の削減効果が、 T の短縮に伴い強く発揮されるようになることを確認できる。

都市内輸送時間 T とチェーン店数 n , 商品価格 p , 消費者余剰 CS の関係を図-7, 図-8, 図-9に示している。**命題 2**, **命題 3**, **命題 5**で示したように、物流センターの立地の有無を所与として、 T の短縮は n の増加と p の減少をもたらす、 CS を増加させている。

命題 2 と **命題 3** の前提条件である式 (35), (39) は、

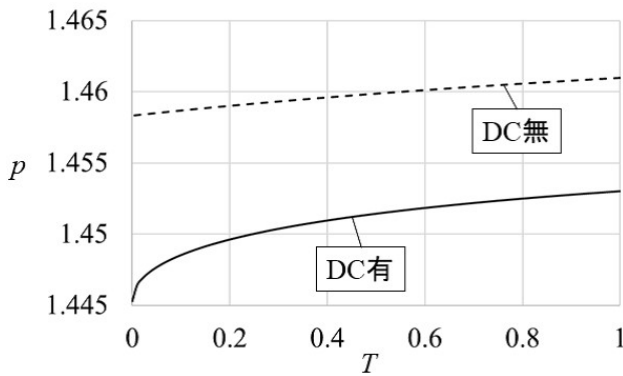


図-8 都市内輸送時間 T と商品価格 p の関係

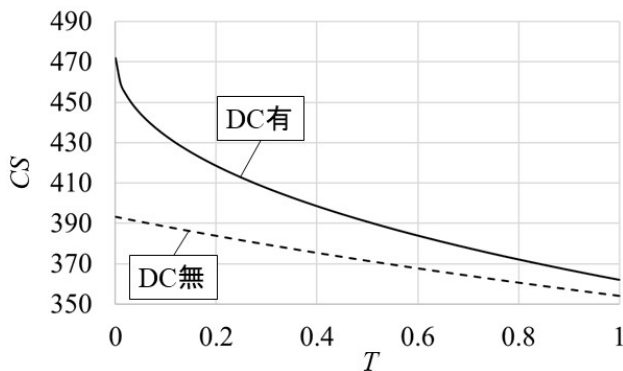


図-9 都市内輸送時間 T と消費者余剰 CS の関係

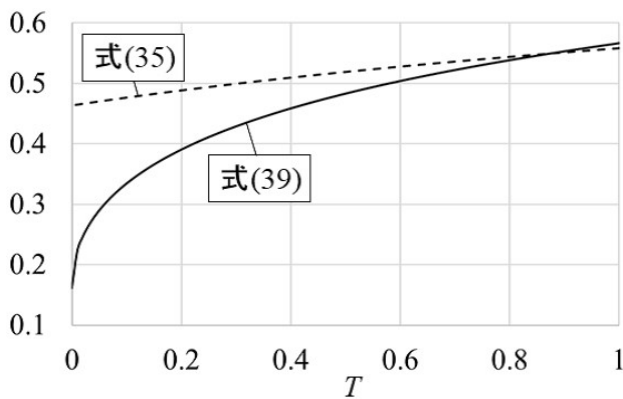


図-10 式 (35), (39) の左辺÷右辺の値と T の関係

図-7, 図-8 のグラフの作成に用いた全ての数値計算事例において成立した. 図-10 は, 式 (35), (39) の左辺÷右辺の値と T の関係を表したグラフである. 全ての T について, 左辺が右辺よりも小さいことを確認できる. 平均在庫管理費用は T が長いほど高くなるため, 図-10 のグラフはどちらも T について単調増加している. $T = 1$ における平均在庫管理費用は, 物流センターが立地していないときは 0.197, 立地しているときは 0.174 であり, それぞれ商品価格の 13.5%と 12.0%である. この結果は, 在庫管理費用が極端に大きくない場合には, 命題 2 と命題 3 の前提条件が満たされることを例示し

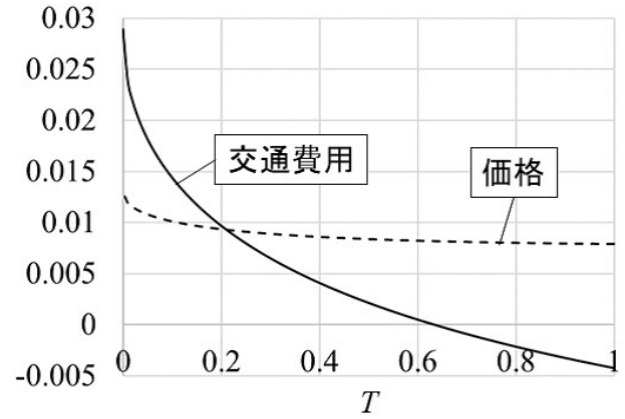


図-11 物流センターの立地に伴う交通費用と価格の減少額と T の関係

ていると言える.

物流センターが立地する閾値である $T = 0.26$ の点に着目すると, 物流センターの立地に伴い, n の増加と p の減少がもたらされることが確認できる. これは命題 4 が予想する通りの結果である. ただし, 図-7 を見ると, $T \geq 0.64$ の範囲では, 物流センターが立地している場合の方がチェーン店数が少なくなっている. よって, 物流センター立地の固定費が低く, T が長い状況において物流センターの新規立地が実現した場合には, 命題 4 の予想とは異なり, チェーン店数が減る. 以上より, 命題 4 の前提条件は, T が十分に短い場合のみ成立することが確認できる. なお, 商品価格 p と消費者余剰 CS については, T の長さによらず, 物流センターが立地している場合の方が, p は低く, CS は高くなっている.

最後に, 物流センターの立地が消費者余剰に与える影響について考察する. T が長い場合には, 物流センターの立地に伴うチェーン店数の変化はわずかであり, 消費者への便益は, 主として商品価格の低下という形で現れる. 一方, T が短くなるにつれて, 物流センターの立地に伴うチェーン店数の増加量が增大し, 買い物交通費用の軽減が消費者余剰に寄与するようになる. この性質は図-11 のグラフからも確認できる. このグラフは, 物流センターの立地に伴う, 買い物 1 回当たりの交通費用 $\tau R/(4n)$ と商品価格 p の減少額を示している. ただし, 交通費用には平均的な消費者のものを使用している. これらのグラフより, T が短くなるにつれて, 買い物交通費用の軽減は, 物流センターが消費者にもたらす主要な便益となることが確認できる. この結果が生じた理由は, 式 (40) で考察したように, T が短いときには, チェーン店は物流センターから細目に商品を発注することが可能となり, 在庫管理費用の負担が軽減されるため, 一店舗当たりの需要が小さくても運営が可能となるためである.

(5) 政策的示唆

以上の分析結果より、都市内道路整備が都市内の物流センターやチェーン店の立地パターンに及ぼす影響に関するいくつかの政策的示唆が導かれる。

第1に、都市内道路整備は、仮にそれが物流の円滑化のみに資するものであったとしても、都市内のチェーン店数を増やすことにより消費者の買い物利便性を改善し、消費者余剰を増加させる。

第2に、都市内物流センターの立地は、都市内輸送時間が十分に短い場合、都市内のチェーン店数を増やし、消費者の買い物利便性を改善する効果を持つ。よって、物流センターの立地は、消費者余剰の増加に繋がる。また、本研究の分析結果は、都市内道路整備による輸送時間の短縮が、都市内物流センター立地の必要条件であることを示している。下流のチェーン店から上流の物流センターに在庫保有リスクを集約する戦略は、現代のスーパーやコンビニエンスストア等の小売企業の多くが採用するものであるが、このような戦略の成立には、都市内道路整備が寄与していると言える。

第3に、都市内道路整備による都市内の物流センターやチェーン店の再編は、消費者の買い物交通行動の変化に繋がる可能性がある。チェーン店数が増えれば、消費者は居住地のより近隣において商品を購入するようになり、短距離の買い物トリップが増加する。これは、物流に生じた変化が消費者の私的なトリップに間接的な影響を与える可能性を示唆するものである。

なお、本研究は分析の都合上、物流が利用する道路と、消費者が利用する道路を完全に区別したことに留意する必要がある。紙面の都合上、詳細な分析は省略するが、本研究のモデルにおいて、単位距離当たりの消費者の買い物交通費用を表す τ を削減した場合には、企業の決定するチェーン店数 n が減少する。この結果は、式(16)、(19)の π_N, π_W の式に $\tau=0$ を代入することにより容易に確認できる。 $\tau=0$ のとき、企業の利潤は n について単調減少するため、企業はチェーン店数を $n=1$ にするのが最適となる。また、この場合には、物流センターを立地しない方が利潤が高くなる。この結果が生じた理由は、消費者が低い交通費用で遠方まで出かけることが可能であれば、チェーン店数を絞り、規模の経済を活かす方が効率的になることによる。他方、現実の都市においては、消費者の買い物交通費用を下げるような交通インフラ整備も行われてきた。それにも関わらず、小規模なチェーン店を多数立地させる戦略が採用されていることは、物流センターが立地しやすい都市内環境の整備に加えて、消費者の時間価値の増加や、買い物に長い時間を使うことへの心理的抵抗感の増大を反映している可能性がある。

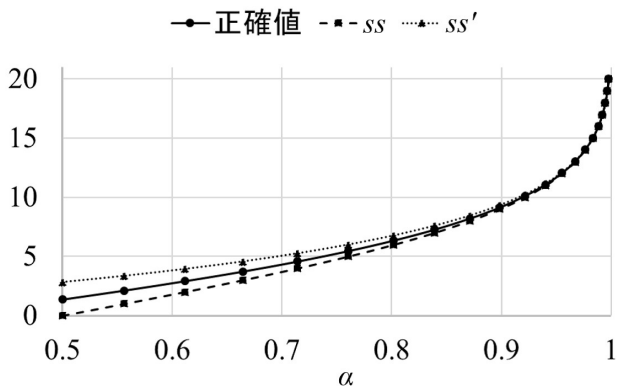
また、本研究で得られた知見は、あくまでも限られ

た仮定の上に成立するものであり、一般的に成立するものではないことは論を俟たない。また、道路ネットワークにおける多目的の道路交通の錯そう現象や道路混雑の問題を捨象している。現実的な都市における物流センターの立地や都市内道路ネットワークの整備が都市内物流の効率化に及ぼす影響を分析するためには、交通均衡モデルと都市内物流企業の行動を同時に考慮したような、ハイブリッド型均衡モデルを用いた実証分析が不可欠である。このような実証研究に関しては将来の課題としたい。

5. おわりに

本研究では、都市内物流センターによる商品在庫保有リスクの集約化、ロットサイズの大規模化を考慮したフランチャイズ小売企業の在庫管理行動をモデル化し、都市内道路整備による物流の円滑化が、都市内のチェーン店や物流センターの立地パターンを再編する効果や、消費者の買い物利便性を改善する効果について分析した。その結果、都市内道路の整備や都市内物流の円滑化は、フランチャイズ小売企業のサプライチェーンの効率化をもたらし、一定の条件の下では、チェーン店の立地数の増加を招くとともに、消費者の買い物交通費用を軽減することが明らかとなった。

本研究には、今後に残されたいくつかの課題がある。第1に、本研究で得られた理論的知見は、本研究が対象とした円形都市を対象として導かれたものである。消費者の居住地分布や道路ネットワークの形状を考慮した現実的な状況における都市内の物流センターと商店の立地パターンについては、交通均衡モデルと都市内物流企業の行動も同時に考慮したような、ハイブリッド型均衡モデルを用いた実証分析が不可欠である。第2に、本研究ではフランチャイズ企業一社による独占市場を想定したが、複数のフランチャイズ企業が競争する寡占市場や、差別化された店舗が共同輸送を試みるような独占的競争を対象とした分析も必要である。第3に、コンビニエンスストア等の立地により、消費者が家庭内における在庫管理を変更する可能性がある。このように消費者側の在庫管理について、今後は理論的・実証的研究を進めていく必要がある。第4に、生産者から消費者までに及ぶサプライチェーン全体の中で、道路整備は消費者の家庭内における在庫保有リスクや、チェーン店や物流センターにおける在庫保有リスクを、サプライチェーンのより上流側に集約することにより、社会厚生全体を改善している可能性がある。これまで、道路整備が貨物輸送の効率化に及ぼす便益は、主としてドライバーの拘束時間や車両の償却費用に基づいて計測されてきた。在庫保有費用についても、輸送時間


 図-12 α と在庫数の長期平均値 ($Q/2$ の部分を除く) の関係

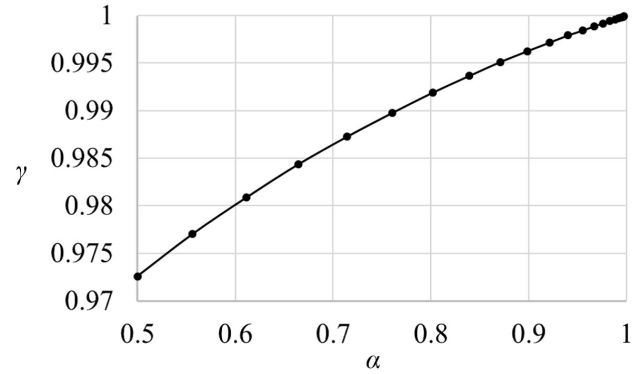
中の在庫資本費用（金利）によって部分的に評価されているものの、極めて少額である。今後は在庫保有費用（本研究における h ）の内訳やその定量的な大きさを把握し、本研究のような在庫管理モデルを応用することにより、在庫管理の効率化や物流拠点の立地に関する便益の理解を深めていく必要がある。最後に、本研究は小売企業を想定して分析を行ったが、本研究の分析枠組みは、物流インフラ（鉄道・港湾を含む）が製造業のサプライチェーンに及ぼす影響の分析など、多方面に拡張が可能であると考えられる。

謝辞： 本研究の遂行にあたり科研費 JP18K13849 の助成を受けた。ここに謝意を表します。

付録 I シミュレーションによる誤差評価

安全在庫を評価する式 (9)、式 (12) は近似式であるが、その誤差評価を解析的に行うことは困難である。そこで、パラメータを特定化して離散イベントシミュレーションを行い、近似誤差を評価する。シミュレーションは、1つの商店内の在庫数を対象に行った。この商店の商品需要は、発生頻度が単位時間当たり 25 のポアソン過程に従い発生すると考える。このとき、単位時間当たりの需要の平均は 25、標準偏差は 5 となり、標準偏差は平均の 20% になる。発注のロットサイズ Q は 100 とし、リードタイム L は 2 とする。リードタイム中に発生する需要の期待値は 50 であり、ロットサイズの 50% である。このように、需要の不確実性や在庫回転率が低い環境を想定した。また、在庫切れに直面した消費者は、商品の購入を諦めると考えた。以上の前提の下で、 ROP の値を 50 から 70 まで 1 刻みで変化させ、各 ROP について 100 万時間のシミュレーションを行い、商店内の在庫数の長期平均値を算出した。

図-12 は、リードタイム中に在庫切れが発生しない確率の目標値 α (α は ROP と 1 対 1 に対応する) と、商


 図-13 α と γ の関係

店内の在庫数の長期平均値 ($Q/2 = 50$ の部分を除く) の関係をグラフ化したものである。実線のグラフが、シミュレーションを用いて評価した値である。ただし、シミュレーション上では在庫数が常に整数であり、その推移が階段状になるため、在庫数の推移が図-4 のように直線状になる場合とは 0.5 の差が発生する。そのため、図-12 の実線のグラフは、シミュレーションから得られた長期平均値から 0.5 を差し引いていることを断っておく。同図に、 ss , ss' と α の関係を破線で示す。 ss は長期平均値を過小に、 ss' は過大に評価するが、これらの誤差はそれほど大きくない。例えば、 $\alpha = 0.898$ のとき、正確値は 9.15、 ss は 9 であり、その誤差は 1.6% である。 $\alpha = 0.802$ のときは、正確値は 6.35、 ss は 6 であり、その誤差は 5.6% である。

在庫切れに直面しない需要の割合 γ についても、シミュレーションを用いて評価できる。図-13 は、 α と γ の関係を示している。このグラフより、 α が十分に大きければ、 $\gamma \simeq 1$ の近似誤差はそれほど大きくないことが確認できる。例えば、 $\alpha = 0.898$ のとき、 $\gamma = 0.996$ である。 $\alpha = 0.802$ のときでも、 $\gamma = 0.992$ である。

付録 II 命題 3 の証明

命題 2 の証明と同様の計算により次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p^2} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial T} - \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p \partial T} \\ &= 2eaRXZ'_W \left[\bar{\lambda} - a \left(p + \frac{\tau R}{8n} \right) - \frac{anX}{2eR} \left(Z_W + \frac{3Z_0}{2\sqrt{n}} \right) \right] \\ & - \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial p} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n \partial T} + \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial n^2} \frac{\partial^2 \pi_N}{\partial p \partial T} \\ &= -\frac{ea\tau R^2}{4n^2} XZ'_N \left[\bar{\lambda} - a \left(p + \frac{\tau R}{2n} \right) \right] \\ & \cdot \left(1 - \frac{4n^2 XZ_N}{e\tau R^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.1a})$$

$$-\frac{Z_0}{\sqrt{n}} \frac{8n^2 X}{e\tau R^2} \frac{\bar{\lambda} - ap - \frac{16a\tau R}{7n}}{\bar{\lambda} - ap - \frac{a\tau R}{2n}} \quad (\text{II.1b})$$

ただし、上式の展開において、式(37b)、および、以下の関係式

$$X_n = -\frac{2X^3}{eR}(\bar{\lambda} - ap)$$

$$X_p = -\frac{2X^3}{eR}an$$

$$\frac{eR}{4nX^2} = \bar{\lambda} - ap - \frac{a\tau R}{4n}$$

を用いている。最適解において式(39)が成立するとき、以下の不等式が成立する。

$$\frac{anX}{2eR} \left(Z_W + \frac{3Z_0}{2\sqrt{n}} \right) < \frac{a}{8n} \left(\tau R - \frac{Z_0\sqrt{nD}}{nD} \right) \quad (\text{II.2a})$$

$$\frac{4n^2 X Z_N}{e\tau R^2} + \frac{Z_0}{\sqrt{n}} \frac{8n^2 X}{e\tau R^2} \frac{\bar{\lambda} - ap - \frac{16a\tau R}{7n}}{\bar{\lambda} - ap - \frac{a\tau R}{2n}} < 1 \quad (\text{II.2b})$$

式(4)、(II.2a)、(II.2b)、および、 $Z'_W > 0$ を利用すると、命題3を証明できる。

参考文献

- 1) Hotelling, H.: Stability in competition, *The Economic Journal*, Vol. 39, No. 153, pp. 41-57, 1929.
- 2) Christaller, W.: *Central Places in Southern Germany*, Jena, 1933.
- 3) Losch, A.: *The Economics of Location*, Jena, 1940.
- 4) Fujita, M., Krugman, P. and Venables, A. J.: *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*, The MIT Press, 1999.
- 5) Eaton, B. C. and Lipsey, R. G.: An economic theory of central places, *The Economic Journal*, Vol. 92, No. 365, pp. 56-72, 1982.
- 6) Wolinsky, A.: Retail trade concentration due to consumers' imperfect information, *Bell Journal of Economics*, Vol. 14, No. 1, pp. 275-282, 1983.
- 7) Eksioglu, B., Vural, A. V. and Reisman, A.: The vehicle routing problem: A taxonomic review, *Computers*

and Industrial Engineering, Vol. 57, pp. 1472-1483, 2009.

- 8) 谷口栄一, 山田忠史, 細川貴志: 都市内集配送トラックの配車配送計画の高度化・共同化による道路交通への影響分析, 土木学会論文集, No. 625/IV-44, pp. 149-159, 1999.
- 9) Melo, M. T., Nickel, S. and Saldanha-da-Gama, F.: Facility location and supply chain management - a review, *European Journal of Operational Research*, Vol. 196, pp. 401-412, 2009.
- 10) 谷口栄一, 則武通彦, 山田忠史, 泉谷透: 物流ターミナルの最適規模および配置の決定法に関する研究, 土木学会論文集, No. 583/IV-38, pp. 71-81, 1998.
- 11) Nagumey, A., Dong, J. and Mang, D.: A supply chain network equilibrium model, *Transportation Research Part E*, Vol. 38, pp. 281-303, 2002.
- 12) 田辺健二, 山田忠史, 谷口栄一: サプライチェーンネットワーク均衡モデルを用いた流通ネットワーク特性および都市物流施策の影響評価に関する基礎的研究, 土木計画学研究・論文集, Vol. 25, No. 2, 2008.
- 13) 山田忠史, 繁田健, 今井康治, 谷口栄一: 在庫費用を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル: 消費需要の不確実性に伴う物資流動量とネットワーク効率性の変化, 土木学会論文集 D, Vol. 66, No. 3, pp. 359-368, 2010.
- 14) 経済産業省大臣官房調査統計グループ: 商業動態統計月報 平成29年2月分, 2017.
- 15) Chopra, S. and Meindl, P.: *Supply Chain Management (5th Edition)*, Prentice Hall, 2012.
- 16) Baumol, W. J. and Vinod, H. D.: An inventory theoretic model of freight transport demand, *Management Science*, Vol. 16, No. 7, pp. 413-421, 1970.
- 17) Blauwens, G., Vandaele, N., de Voorde, E. V., Vernimmen, B. and Witlox, F.: Towards a modal shift in freight transport? A business logistics analysis of some policy measures, *Transport Reviews*, Vol. 26, No. 2, pp. 239-251, 2006.
- 18) de Jong, G. and Ben-Akiva, M.: A micro-simulation model of shipment size and transport chain choice, *Transportation Research Part B*, Vol. 41, pp. 950-965, 2007.
- 19) 瀬木俊輔: 在庫管理モデルを応用した貨物の時間価値に対する理論的アプローチ, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 72, No. 2, pp. 113-127, 2016.

(2018. 3. 26 受付)

ON THE RELATION BETWEEN URBAN ROAD NETWORK AND DISTRIBUTION CENTER LOCATION STRATEGY OF FRANCHISE RETAIL FIRMS

Shunsuke SEGI, Kiyoshi KOBAYASHI and Kakuya MATSUSHIMA

Franchise retail firms like supermarkets and convenience stores improve the efficiency of goods distribution to franchise stores by locating distribution centers in a city or the proximity of the city. This study discusses that investment in urban road network facilitates the utilization of distribution centers through the reduction in logistics transportation time. For the discussion, this study models the inventory management of franchise retail firms, and identifies that distribution centers have two functions. The first is to aggregate the risk to hold goods inventory, which is faced by individual franchise stores. The second is to increase the lot size of order to transport goods from the outside of the city. Then, this study analyzes how the investment in urban road network affects the location pattern of franchise stores and a distribution center in a city, through the improvement of logistics transportation. Its economic benefit to increase the convenience of shopping for consumers is also discussed.