

臨界点近傍の挙動

II. バンド・クライシスの場合

九大・理・物理 宮崎修次

既に我々は、局所軌道拡大率 $\Lambda_n(X_0)$ の揺らぎのスペクトル $\psi(\Lambda)$ の線形部分によって各種分岐点においてアトラクターの持つ特異な局所構造を特徴づけることに成功した。そこで現在の我々の関心は分岐点近傍の臨界現象に向いている。系の特性時間（ラミナー運動の継続時間の長時間平均）を τ とし、 τ が粗視化の程度をあらわす n と $n \gg \tau$ なる関係を満たす領域では、分岐点近傍で

$$\Delta\psi(\Lambda; \tau) = \tau^{-\eta} B(\Delta\Lambda)$$

なるスケーリング則の成立が期待される。ここで

$$\Delta\psi(\Lambda; \tau) \equiv \psi(\Lambda) - \psi(\hat{\Lambda}) - (1 - \hat{q}) \Delta\Lambda$$

$$\Delta\Lambda \equiv \Lambda - \hat{\Lambda}$$

$$\hat{\Lambda} \equiv \Lambda(\hat{q})$$

であり、 $\psi(\Lambda)$ は分岐点より少しだけ離れたところでの揺らぎのスペクトルで、 $\hat{q}$ は $\sigma(q)$ の最大値を与える q の値である。バンド・クライシスの分岐点直後の近傍でもこれが成立しており、また臨界指数 η は次のように与えられることが各種の一次元写像を用いて解析的に或は数値的に確かめられた。

$$\eta = h(\lambda) / 2\lambda \quad (\text{非対称テント写像の場合})$$

$$\eta = 0.75 \quad (f(x) = a - |x|^{1.5} \text{ の場合})$$

ここで

$$h(\Lambda) = \Lambda - \psi(\Lambda)$$

であり、 λ は衝突した不安定周期点のリヤブノフ数である。

図1に、クライシス点でのロジスティック写像の3回写像の図、分岐図上でのクライシス点の位置、そしてクライシス点直後の軌道の時系列（3点おき）を示した。また図2、図3には、それぞれ非対称テント写像、写像 $f(x) = a - |x|^{1.5}$ の場合の $\sigma(q)$ 、 $\psi(\Lambda)$ 、 $B(\Delta\Lambda)$ を掲げた。

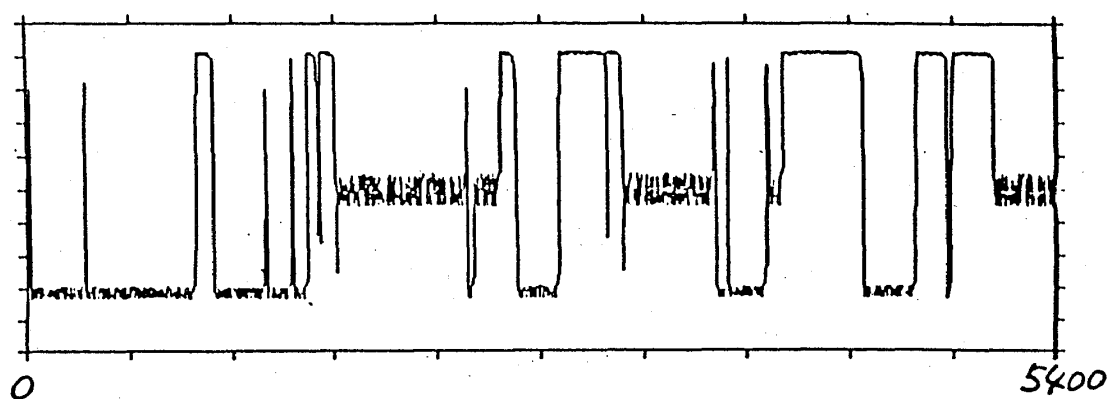
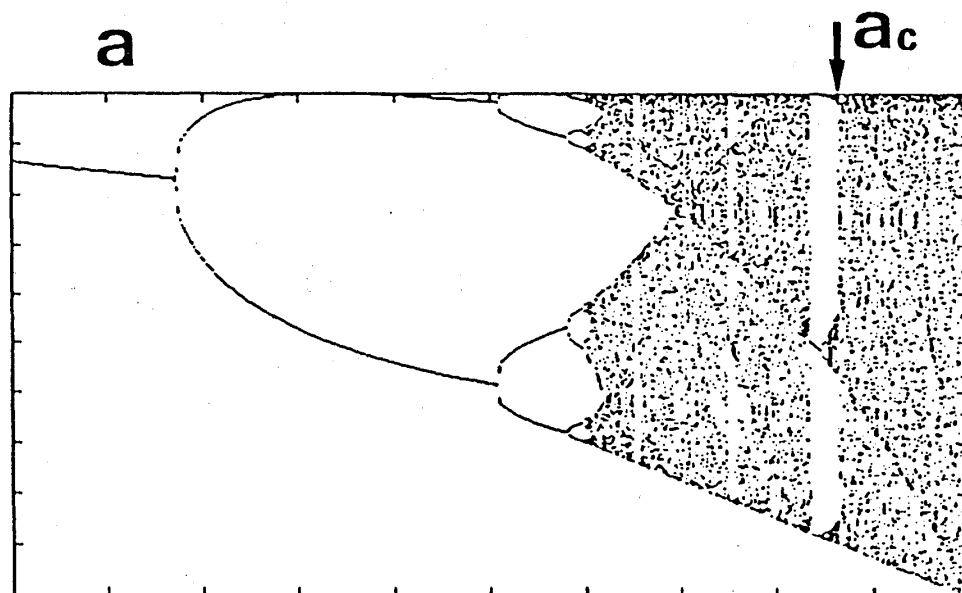
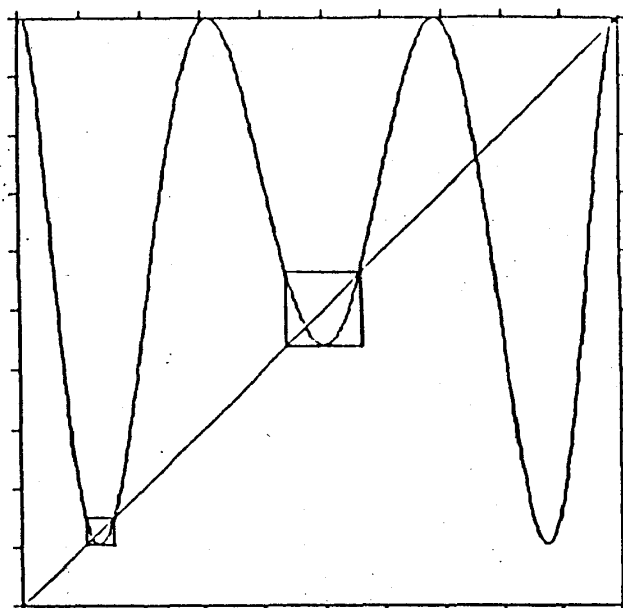
3バンド・クライシス (図1)

$$X_{n+1} = 1 - a X_n^2$$

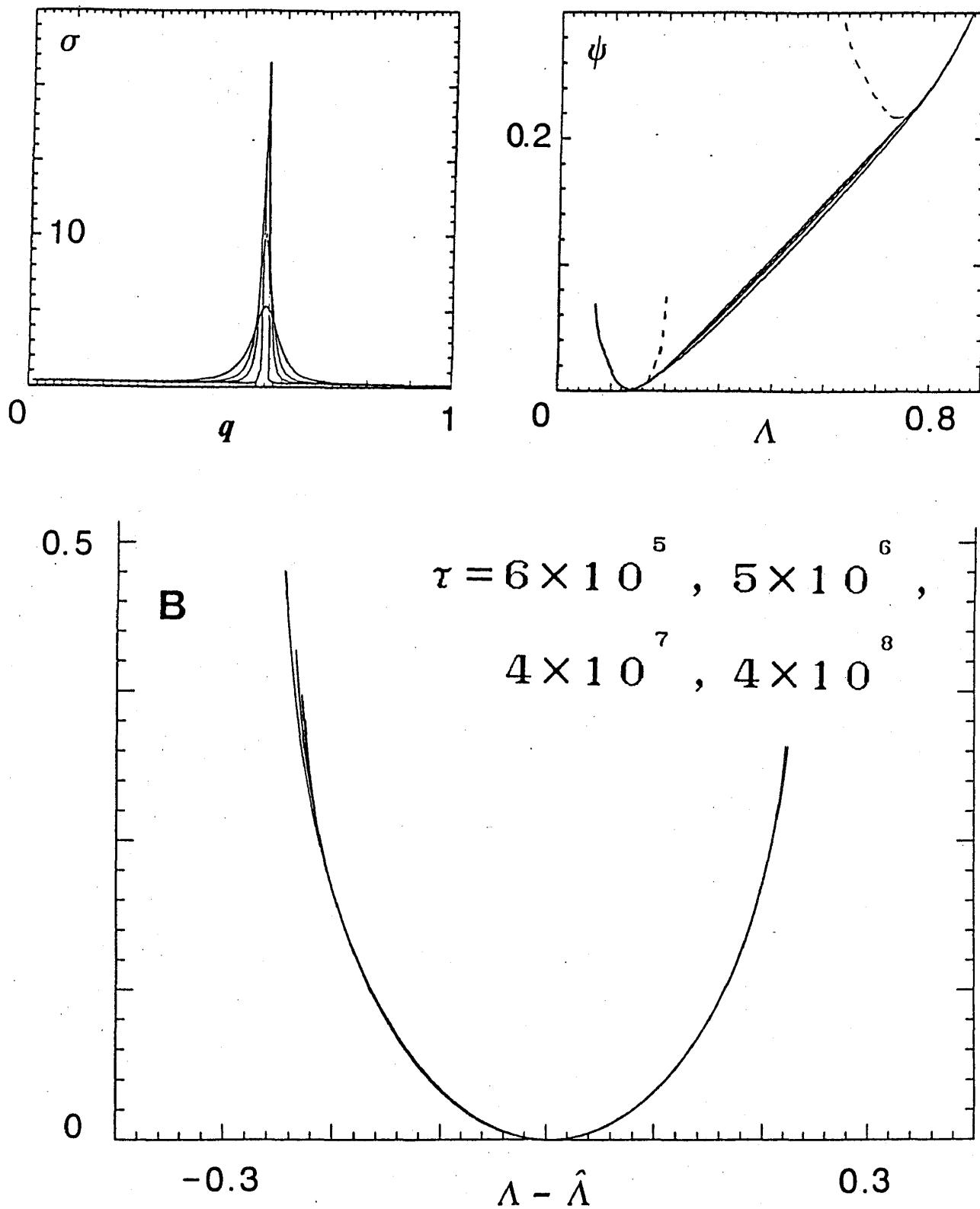
$$a_c = 1.79032 \dots$$

$$\varepsilon = (a - a_c) / a_c$$

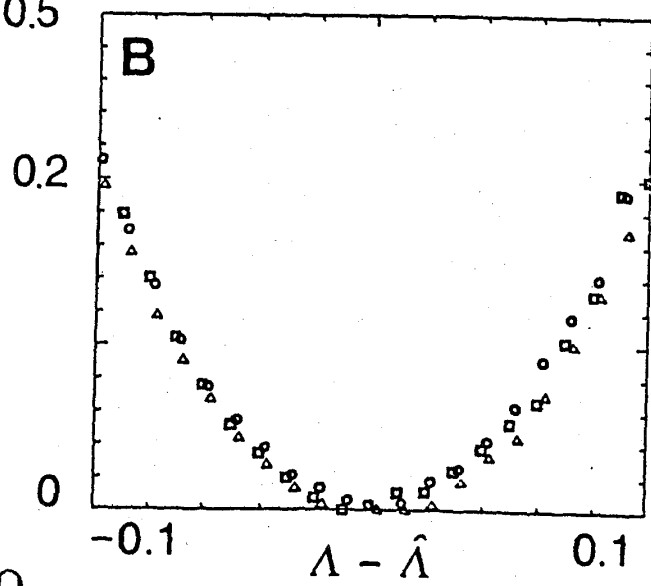
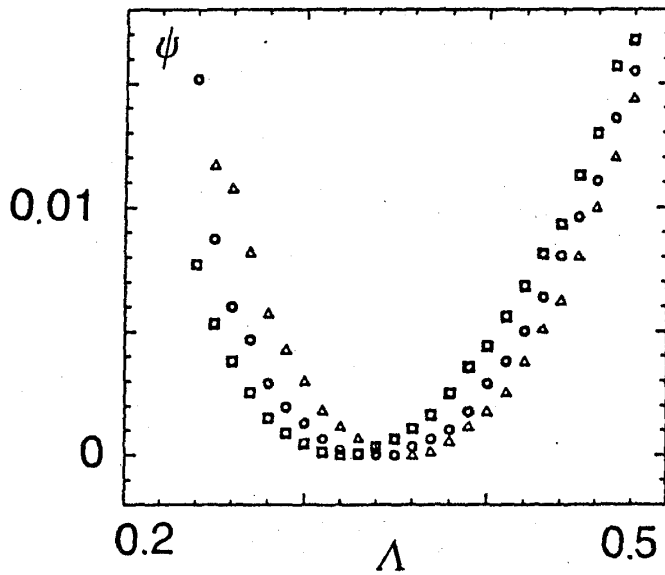
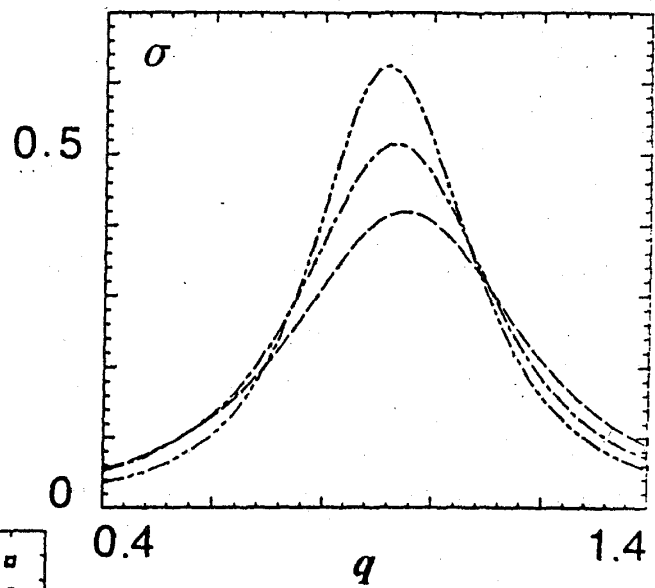
$$\tau \sim 1 / \sqrt{\varepsilon}$$



非対称テント写像の場合 (図2)



$$X_{n+1} = 1 - a |X_n|^{1.5} \quad \text{の場合 (図3)}$$



$\tau = 120, 160, 200$