

移流不安定性と揺らぎによって機能するシグナル伝達モデル*

藤本 仰一†

東京大学大学院 総合文化研究科 広域科学専攻

1 序論

「シグナルらしさがある！！と思える現象の底にある仕掛けは何か？」

シグナルらしさを感じる理由は、現象を見る我々による部分もちろんあるが、現象にもシグナルらしさを示すような仕掛けがあるのではないかと。またそのような現象の中には、「自分対現象」と同じ構図が含まれているのではないかと。

我々が現象を見て、そこに情報性(シグナルらしさ)を感じる場合に、その情報性(シグナルらしさ)を生み出す性質は、現象のどのような性質なのだろうか？見る我々と独立に存在する性質もあるのではないかと。もちろんそのような仕掛けが放つ魅力は、生活のなかの楽しさを演出するし、科学へ駆り立てる原動力にもなっているだろうから、我々と完全に独立というわけにはいかないだろうけれど、、、、

「シグナルらしさ」というのは感覚的にはなんとなくわかるが、はっきりととらえることが出来ない。どうにかして、はっきりと、数理的にとらえてみたい。「シグナルらしさ」について何事か記述できるようなモデルを作ってみようというのが本研究の動機である。情報性(シグナルらしさ)と関係したことがらの中でも、特に次の3つのことに興味を感じていて、これらにつながる 1step になるような研究を目指したい。

1.1 行動の基準

個体と外部世界は関係を持ちつつも、独立性を保っている。この一見相反する性質を可能にしているのが個体固有の「基準」にある。

もちろんシステム固有の基準などはいろいろ考えられる。例えばニューラルネットワークの学習規則などは外部からの入力をどう評価するかを決める基準である。これはモデル製作者である我々が与えてやる。実際の生物ではそのような基準は、我々が決めてやるわけにもいかないし、生物の中に小人が住んで決めていくわけでもない。基準はどのようにして決められているのだろうか？

もちろん力学的エネルギーや熱力学的エントロピーも、生物にとって重要な基準にはなっているが、それら以外にも基準は存在し、生物にとっては生活していく上でエネルギーやエントロピーと同じくらい重要な基準があるのではないかと [1]？

もちろんこのような基準は細胞1個のレベルから認知に関わるレベルにまであると思えるし、個体に限らず社会のような集合体においてもあるように思える。さらに、そして基準を持つモノ同士が相互作用することにより、基準もまた変わっていく。そのような歴史が基準を新たに作り、また、新たに作られた基準が未来の歴史を創っていく。

このような基準を我々が持っているからこそ現象にシグナルらしさを感じる事ができるし、現象もまた基準を持っているからこそシグナルらしさを示すことができるのではないかと。

1.2 情報とバランス

シグナルらしさを生成するための材料や引きがねを与えてくれた環境(自然、混沌?)ともうまくやっていく、さらに、人間なら他人、細胞なら他の細胞のような自分と同じようなモノとの communication により

*本論文は1998年1月 東京大学大学院総合文化研究科に修士論文として提出したものである。また、本論文をより一般化した preprint を、<http://xxx.lanl.gov/abs/chao-dyn/9805017> より取得できます。

†E-mail: fujimoto@complex.c.u-tokyo.ac.jp 〒 153-9802 東京都目黒区駒場 3-8-1 東京大学教養学部基礎科学科 金子研究室

シグナルらしさを示す仕掛けをさらに発展させていく。

環境ともうまくやっていけ、かつ、自分と同じような他のモノともうまくやっていけるようなシステムとはどんなモノだろうか？この2つの性質の間のバランスの良さという観点から見ると、人間がもっとも優れている生き物には見えない。もちろん「このバランスが悪いモノは生物ではない」なんてことはないし、環境(自分とは似ていない多種多様なモノたち)との communication が communication の大半を占める生物もいると思うし、逆に、自分と似たもの(同じ種)との communication が直接的な communication のほとんどを占めている生物もいるであろう。例えば、現代の人間の多くは後者に近いような気がする。この「バランスの良さ」というのをどのようにとらえたらよいのだろうか？

環境との整合性と他人との整合性との間のバランス、すなわち、相補的關係が重要であるように思える。バランスが重要に見える現象は他にもいろいろある。特に情報がからむ現象にはバランスが重要に思えることが多い。一例として、冗長性と簡潔性のバランスがある。情報性と相補性の間の関係は本質的に重要なのだろうか？これらの相補的關係はどのようにとらえたらいいのだろうか？

情報性と相補性の間の関係を考えるには、「相補的關係を浮き上がらせるような状況とはどういうものか？」という問題をむしろ考えるべきなのではないかと思う。

1.3 生体内のシグナル伝達における変換の複雑さ

「シグナルらしさ」を科学的に研究されている現象の1つとして、細胞内におけるシグナル伝達現象がある。細胞へある特別な化学物質の流入に対して、特定の変化(特定の酵素が次々に活性化されていくような変化や、そして最終的に引き起こされる細胞分裂などの細胞レベルの変化)が起こるという現象が数多く知られている[4]。

細胞生物学の発展とともに、細胞レベルのある変化を引き起こす化学物質が同定されてきている。そして、化学物質が入ってから、細胞レベルの変化を引き起こすまでの過程において、化学物質の入力を直接受けた細胞内の部位の変化が、次に別の物質を変化させ、そうすると次には、、、というようにして、細胞レベルの変化を引き起こすまでの「変化が伝達される経路」の存在¹も明らかになってきた。その経路上での変化の伝達、すなわち、シグナル伝達を中継する物質の同定もどんどんされてきている。

その結果、変化の伝達、すなわち、シグナル伝達の地図が明らかになりつつある。未完成ではあるものの、地図は非常に複雑である。1つのシグナルを伝えるのに、いくつもの化学物質の中継を経ているとか、化学物質の中継の連鎖、すなわち、伝達経路が複数存在しているとか、そのうえ、伝達経路同士が相互作用しているとか、1つの伝達経路に違う入力があると最終的な応答も異なった現象になるとか、同じ化学物質の入力に対して、時期によって、異なった変化が起こされるといったことが見られる。シグナル伝達を行なうのに何故このような伝達経路の(幾何学的な)複雑さが必要なのだろうか？

また、遺伝子変異と表現形変異の間の関係は、我々にとって非常にわかりにくい。これは、遺伝子レベルの変異を表現形レベルの変異へ伝えるシグナル伝達経路における信号の複雑な変換機構に由来する。信号を変換して伝えるという動作の連鎖、すなわち、多重の変換による「変換の複雑さ」とでも言うべき性質によって生み出される複雑さであると思われる。もちろんこれと同じ構造は細胞内シグナル伝達系にも見られるし、生物のシグナル伝達においては認知のような高次レベルのシグナル伝達にも見られるであろうし、さらに、もっとマクロなレベル、例えば、社会現象などにおいても、変換の複雑さに起因した現象というのは数多くあるであろう。

我々にとって、変換過程はわかりにくいけど、最初(遺伝子変異)と最後(表現形変異)だけ見るとうまくやっているのがわかり、そこに大きなギャップを感じる。そのようなギャップを感じることにシグナル性を感じることは同じことであるような気がする。変換の複雑さを通してこのようなギャップは理解できるのか？もし出来るなら、シグナル性の理解に通じるのだろうか？

しかし、社会現象や認知現象に比べて、比較的解析のしやすい細胞レベルにおいても、シグナル伝達経路の幾何学的複雑さや変換の複雑さとシグナル伝達機能との関係を説明できるような結果は得られていない。

多重の変換による「変換の複雑さ」により生み出される現象自体にも興味があるし、また、「変換の複雑さ」はシグナル伝達機能にとって本質的に重要なのではないかと考えており、変換の複雑さとシグナル伝達の関係について論じられるようなモデル系を作りたいというのが本研究の動機の一つである。複雑な変換をしているにもかかわらずシグナルがなんかうまく伝えられているメカニズムと、複雑な変換をしていることによって初めて伝えられるメカニズムを考えてみたい。

¹酵母からカエルなどの高等動物に至るまでの様々な生物に共通して存在する経路もある。

2 研究の目的と構成

「シグナルらしさを生み出す仕掛け」について考えられるようなモデルを作ることを目的とする。事実が一番明らかになっていて、個々のエレメントとして化学反応のような記述しやすいものを選べるという点から、細胞内シグナル伝達系を参考にしてモデルを作る。そして、モデルで現れたシグナルらしい現象の解析を通してシグナル性について考えてみる。

本論文は以下のように展開される。

- §3.1 一方向結合系を選んだ理由と一方向結合系のレビュー。
- §3.2 モデルの説明。
- §3.3 本研究において重要な性質である移流不安定性とそこでノイズがはたす役割の説明。
- §3.4 入力依存性のメカニズムの概略。
- §4 モデルにおいて見られた入力依存ダイナミックスの現象の紹介。
- §5 入力依存性のメカニズムを移流不安定性と関係づけた詳細な説明。
- §6 ノイズが入力依存性に及ぼす影響の説明。
- §7 議論とまとめ。

結論として、次の3つが導かれる。

1. アナログ変化とデジタル変化という2種類の入力依存現象を示すモデルをつくった。
2. それらのメカニズムを一方向結合系の移流不安定性と空間ダイナミックスの性質の関係によって説明した。
3. これらの入力依存性は、揺らぎの大きさがある範囲でのみ現れることを示した。

また、このモデルの研究をするなかで見えてきたシグナル性とは、

- 入力における順序性と出力における順序性がほぼ同等であること。すなわち、入力の値が多少異っても出力は劇的に変わるようなことがない。
- 入力には無い新たなメジャーが出力にあること。

前者はアナログ変化に対応し、後者はデジタル変化に対応する。

3 入力に依存したダイナミックスを示すモデル

「シグナルらしさ」は、とりあえず次の3つの性質を満たす現象の中で見えてくるのではないかと考え、これらを満たすようなモデルをまず探す。

性質 1： 入力を増幅かつ伝搬する：細胞外(外部)からの入力信号が細胞内(個体)のダイナミックスへ増幅伝搬される。

性質 2： ある種の(線形)安定性：入力がオフされると細胞(個体)は元の状態に戻る。少々の摂動に対しては安定である。

性質 3： 入力依存性：細胞内(個体内部)のダイナミックスによる応答が入力の性質に依存して変化する。

また、細胞内の生化学反応において、酵素が触媒する反応には、ATPをADPと無機リン酸に加水分解するというエネルギー的に起こりやすい反応と共役することで、反応が一方方向におし進められるものが多い[4]。よって、反応の方向が一方方向的に進むという仮定は生体内の化学反応系としてもおかしくはない。

また細胞系に限らずシグナル伝達を考える上でも、信号(作用)が一方方向に伝わって行くような系は簡単なモデル系として適当である。よって対称結合系でもなくネットワークでもなく、非線形素子を一次元鎖状に一方向結合した系をモデルに選んだ。1つ1つの素子は生化学反応を表す微分方程式として、 i 番目の反応内の化学物質が $i+1$ 番目の反応に影響を及ぼすがその反作用は考慮しないとした。すなわち i 番目

の反応内の化学物質は、 $i+1$ 番目の反応の酵素の役割をするような系になっている。モデル式は§3.2において与えられる。

一方向結合系を選んだ理由はもう一つある。一方向に結合された力学系で重要な性質として移流不安定性という性質がある。移流不安定性は、一方向結合系において一般的に存在する性質で、簡単に言うと、上流に入った小さな乱れ(摂動)を下流へ増幅して伝える空間方向の不安定性である (§3.1で説明)。そして性質 1 と性質 2 はこの移流不安定性によって満たされているのである (§3.1で説明)。

よって、移流不安定性を持った一方向結合系の中で入力依存性(性質 3)を持つような系を見つければ、それは上の 3 つの性質を全て満たすことになる。3 つの性質を全て満たすメカニズムを解析するなかで、最初の問題意識につながるようなヒントを見つけたい。

3.1 一方向結合系のレビュー

本研究では上で述べたような理由から一方向結合系をモデルとして採用する。一方向結合系については、次のような現象のモデルとして調べられてきた。

流れがある系で、上流から下流へいくにつれて層流から乱流へと流れの性質が変化していくような現象。

光学系などでの非対称な相互作用をする系。

実際に使われた方程式系はつぎのような系である。非線形振動子を一方向に結合した系の研究は以下の系において調べられている。時間、空間を離散化した coupled map lattice (CML) では、金子によって始められた [3, 5]。時間連続で微分方程式を一方向結合した系は、Aranson らによって調べられている [6]。時間空間連続である偏微分方程式系で空間的に非対称性を持つ系は、Deissler らによって調べられている [7, 9]。

例えば CML ならば、式 (1) のように表される。

$$x_n^i = (1 - \epsilon)f(x_{n-1}^i) + \epsilon f(x_{n-1}^{i-1}) \quad (1)$$

i は空間、 n は時間を表している。 i が小さい領域を上流と呼び、 i が大きい領域を下流と呼ぶ。個々のエレメントの発展は、例えば以下の logistic map のような非線形方程式で与えられる。

$$f(x) = 1 - ax^2 \quad (2)$$

力学系の性質として発見された性質で本研究に関係する性質を以下に述べる。特に本研究と深く関係する性質には「♣」をつけてある。

♣ 移流不安定性

いわゆる線形不安定性は乱れが時間とともにどのような増幅するかを表す性質であるのに対し、移流不安定性は、乱れが空間的にどのように伝搬するかを表す。開水路系において上流から下流にいくにつれて層流から乱流になるというように運動が空間的に変化していく現象が知られている。このような開放系において、上流から下流にいくにしたがって運動がどんどん複雑になっていくような現象の記述のために導入された。

特に線形安定であるが移流不安定である系では、摂動に対し、Figure 1 のような応答を示す。

別の言い方をしてみる。ある状態が線形安定であるならば、その状態に微小摂動を加えてもその状態へ緩和してくる。それに対し、ある状態が移流安定 (CS : Convectively Stable) であるならば、微小摂動を加えても空間的にその状態を摂動によって変質されることなく下流に伝搬され、ある状態が移流不安定 (CU : Convectively Unstable) であるならば、微小摂動を加えると空間的にその状態が摂動によって変質されて下流に伝搬される。線形不安定性が時間方向の不安定性を表しているのに対し、移流不安定性は空間方向の不安定性を表しているのである。

よって、移流不安定性は(外部から)摂動を加えられると、加えられた素子で観察していると、摂動の影響は時間とともに減衰していくので性質 2 を満たしている。また、空間的(式 (1) で言えば i 方向)には摂動の影響が増幅して伝わっていくので性質 1 を満たしている。この Chapter の冒頭に述べたとおり、移流不安定性は性質 1 と性質 2 を満たしている。

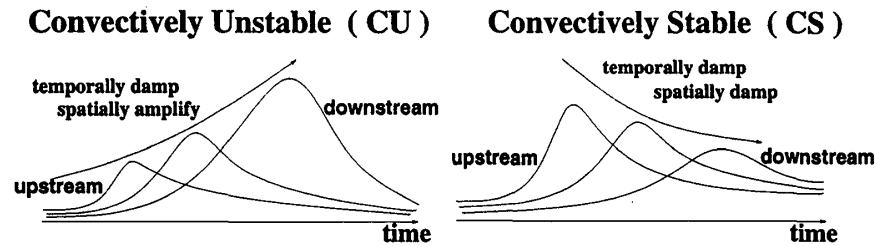


Figure 1: 摂動の影響の下流への伝搬の仕方。移流不安定 (CU : Convectively Unstable) であると、時間的には摂動の影響は減衰するが、空間的に摂動の影響を増幅伝搬する。移流安定 (CS : Convectively Stable) であると、空間的にも摂動の影響を減衰伝搬する。

♣ ノイズの増幅伝搬による構造生成とその構造の安定化 [7]

移流不安定性を持っている系にノイズを定常的に加えると、たとえ微小であっても、移流不安定性によりノイズを増幅して下流に伝搬する。そして、下流においてノイズがないときは全く異った時空構造をつくる。例えばノイズがないときには、全ての素子で固定点に落ちていたが、ノイズを加えたことにより、周期軌道、準周期軌道、カオティックに見える軌道などが生成される。移流不安定性の性質がよくあらわれた例である。ノイズがないときに下流に存在した状態は、ノイズの印加下で状態を変質することなく下流に伝搬することは出来ないので移流不安定であり、ノイズ印加下で下流に存在する (生成される) 状態は移流安定であると言える。

しかし、ノイズを加えたことにより生成された軌道はノイズを切ると消えてしまい元の固定点に収束してしまう。この軌道はノイズを加えられることによって初めて、安定に存在できている。すなわち、線形不安定だが移流安定なのである。

ノイズの増幅伝搬による下流での構造生成の性質は、本研究で重要な役割をはたしている。

● 空間分岐 [5]

カオスを示さないような Logistic map を一方向に結合した系 (式 (1)) を使って、上流から下流にいくにしたがって運動がだんだん乱れていくということが見出された。これはノイズを加えなくても見られる。上流は固定点であっても、下流にいくにつれ周期が 1、2、4、8、... と周期倍分岐を起こして増えていく。空間的に最終的にどんな状態に収束するかは、パラメーターに依存するが、最終的に収束する状態は空間的に永久に保持されるので移流安定であり、一方、途中の 2 周期や 4 周期の状態は移流不安定なのである。不安定な状態を経て、安定な状態へと至るのである。

また、一見カオティックに見える軌道も Lyapunov exponent を測ると負になり、いわゆるカオスではないのである。しかし、上流に微小摂動を加えたときに、非摂動軌道と摂動軌道の間の距離の時間空間における発展を見ると、時間的には減衰していくが空間的には拡大していく。すなわち時間方向には安定だが、空間方向には不安定なのである。よって、線形安定でも移流不安定なのである。

● 乱れの増幅伝搬の度合の記述 [3, 9]

上で述べたような普通の Lyapunov exponent が負であるが一見カオティックな運動の複雑さを記述する方法として、Deissler, Kaneko による co-moving Lyapunov exponent λ_v がある。アルゴリズムは、参考文献 [3, 9] を参照。乱れが伝搬する方向、すなわち、流れの方向にそって速度 v で運動する慣性系から見た Lyapunov exponent を測るのである。いわゆる Lyapunov exponent は λ_0 となる。

これにより、乱れが流れに沿ってどのように増幅されていくかを記述できる。co-moving Lyapunov exponent が正になるような速度 v が存在するということは、その速度で乱れが下流へ増幅伝搬されているということである。

● 入力に依存した時空構造の生成 [10]

入力 (境界条件: x^0) を一定値にせず時間的に振動させた場合に、その時間的性質を反映した時空間構造が下流に形成される。これは、Willeboordse らによって、ノイズが入っていない一方向 CML

において見出された。入力周期によって、空間周期性や時間周期性が出てくる場合と出ない場合があり、また、それらの周期の値は入力周期の値を反映している。

さらに、いろいろな入力周期について co-moving Lyapunov exponent を測ってみると、入力周期に応じて移流不安定になる場合と移流安定になる場合とがある。ちなみに、この系では空間カオスで時間周期になる場合は移流不安定になるという conjecture が出された。

彼らの研究でも、入力の性質を反映した系のダイナミクスの変化が現れており、本研究を始めるにあたって多くのヒントを与えられた。

3.2 model

本研究で用いたモデルを説明する。モデルには、微分方程式を一方方向に結合した系を用いた。個々の微分方程式は、生化学反応のダイナミクスを表す。計算機実験における微分方程式の数値計算方法にはルンゲクッタ法を用いた。

3.2.1 1つのエレメント (生化学反応) のダイナミクス

個々のエレメントには Figure 2² のように、activator と inhibitor で構成された自己触媒生化学反応を表す微分方程式を選んだ。つまり 2 変数微分方程式であり、変数はそれぞれの化学物質の濃度を表している。このモデルでは、 x^i が $0 < x^i < 1$ であるようにするための抑制項として $(1 - x^i)$ を使っているが、他の方法としては、生化学においてよく知られている Michaelis-Menten 型の抑制などがある。

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y) \\ \dot{y} = g(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f(x, y) = x \{ (1.0 - x)ax - by \} + K \\ g(x, y) = y \{ cx - dy \} + K \end{cases} \quad (4)$$

パラメーターの a, b, c, d と K は生化学反応の反応定数である³。方程式の形、パラメーターの値などには特別な意味は無く、非線形方程式であるということが重要である。

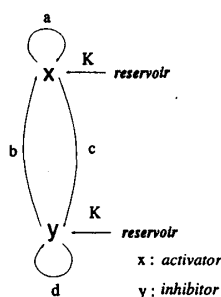


Figure 2: 1 エレメントの生化学反応。

単一エレメント (式 (3), (4)) のダイナミクスは、調べた範囲のパラメーターや初期値に対しつぎのようになる。 (x, y) は線形安定な固定点 (x_*, y_*) ($\dot{x}_* = f(x_*, y_*) = 0, \dot{y}_* = g(x_*, y_*) = 0$) に常に収束する。ヌルクラインで見ても他に安定な固定点やリミットサイクルは存在していない。

3.2.2 一方方向結合の仕方

次のような理想的な場合として一方方向結合を採用する。 i 番目のエレメントが $i+1$ 番目のエレメントに影響を与えるがその逆は考えないとする。すなわちシグナル経路の隣り合う反応をつなぐ反応である式 (5)

²reservoir とは一定の割合 K で物質を供給する物質浴であるが、モデルにおいて本質的な重要性はなく、数値計算における発散防止のために入れている。

³ここでは $K \ll 1, a, b, c, d \sim 1$ とした。

において、左辺から右辺への反応は考えるが、右辺から左辺への反応は考えない。具体的には、 i 番目の反応の activator が $i+1$ 番目の反応を触媒するとした。次のような一方向結合された微分方程式になる。

$$x^{i-1} + x^i \xrightarrow{\epsilon} 2x^i \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{x}^i = f(x^i, y^i, x^{i-1}) \\ \dot{y}^i = g(x^i, y^i, x^{i-1}) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} f(x^i, y^i, x^{i-1}) = x^i \{ (1.0 - x^i)(ax^i + \epsilon x^{i-1}) - by^i \} + K + \eta_x^i \\ g(x^i, y^i, x^{i-1}) = y^i (cx^i - dy^i) + K + \eta_y^i \end{cases} \quad (7)$$

i は空間と見てもよいし、また、シグナル経路のレベルと見てもよい。 i が小さい領域を上流、大きい領域を下流と呼ぶ。 η は濃度揺らぎを表す white noise であり、

$$\langle \eta_p^j(t) \eta_q^k(t - \tau) \rangle_t = \delta_{p,q} \delta_{j,k} \delta(\tau) \sigma^2 \quad (8)$$

を満たす。 σ は揺らぎ強度を表し、 i, x, y には依存しない。また、全てのパラメーターは i に依存していない。 ϵ は、 i 番目の反応の activator が $i+1$ 番目の反応を触媒するところの反応定数になっている。前にも述べたが、方程式の詳細は重要ではなく、個々のエレメントが非線形であって一方向結合されていることが重要である。

- 入力 x^0 の濃度、すなわち、一方向結合系の境界条件とし、一定値とする

すなわち入力に時間的な情報は入っていない⁴。そこで我々は下流のダイナミックスが x^0 の値にどのように影響されるかを調べた。「一方向結合系における入力依存性のメカニズム」は「一方向結合系における境界条件依存性のメカニズム」と考えらえる。以下では、入力依存性と境界条件依存性を同義として扱う。

3.3 ノイズと移流不安定性

上で述べたように全てのエレメントは ノイズ η の下にある。ここでノイズは、熱揺らぎによるそれぞれの化学物質の濃度揺らぎを表している。移流不安定性とノイズの関係にとって、ノイズの存在自体が重要であり、確率分布の形といったノイズの統計的性質は本質的に重要ではない [7]。よってノイズは gaussian でも white でも本質的な差異は現れないと思われる。

モデル式 (6) では、ノイズなし ($\sigma = 0$) では、全てのエレメントは線形安定な固定点に収束し、この固定点の解以外に線形安定な他の固定点解や振動解などは存在しない。この固定点を (x_*^i, y_*^i) とおく。

ノイズを加えると、この固定点が移流不安定であるかどうかが重要になってくる。固定点が移流不安定であるなら、固定点に摂動を加えると、そのエレメントでは摂動は線形安定性のために減少していくが、下流 (i が大きい方) へは増幅される。§3.1 の「ノイズの増幅伝搬による構造生成とその構造の安定化」の項で簡単に説明したが、ノイズを加えると、移流不安定性によりノイズは下流へ増幅して伝えられ新たな時空間構造を生成し、元々の固定点はもはや存在しなくなる。ノイズの定常的な印加による新たな時空間構造の形成は、移流不安定な系ならばたとえノイズ強度が微小でも起こる。

我々が用いたモデル (式 (6)) でも、ノイズ印加による新たな構造生成は起こり、Figure 3 のようにノイズの増幅伝搬を通して構造が生成される。

3.4 増幅伝搬過程と下流で生成される構造の関係

下流で生成される構造の性質はどのように決定されているのだろうか？

上流から下流へノイズの影響が伝搬されていく過程で、どのように増幅伝搬されてきたかという歴史性が、下流で生成される構造の性質に反映することが本研究によって明らかになった。どのように増幅伝搬されるかという性質は、我々のモデルならそれぞれの素子の固定点近傍における移流不安定性 (co-moving Lyapunov exponent $\lambda_v|_{(x^i, y^i)=(x_*^i, y_*^i)}$) である。

⁴このモデルでは入力 (境界条件) には時間的な変動は与えてないが、境界条件の時間的性質がどのように下流のダイナミックスに反映されるかは興味ある発展問題であり、前節で紹介した Willeboordse らの研究 [10] は示唆に富んでいる。

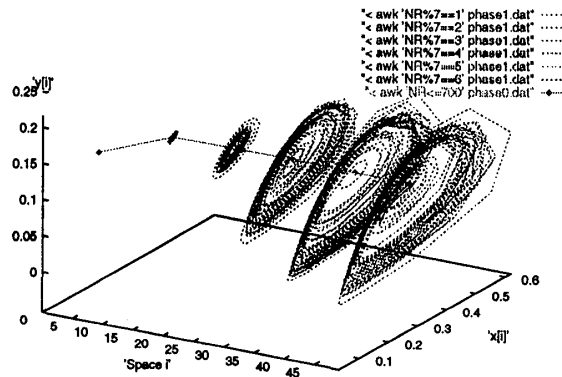


Figure 3: ノイズの増幅伝搬による構造生成。 $i = 0, 10, 20, 30, 40, 50$ について位相空間 (x^i, y^i) プロットした。下流にいくにつれて、振幅がだんだん大きくなりノイズのランダム性が薄れる。◇でプロットされた線はノイズがないときの固定点の空間的な変化を表す。

また、もし、入力(境界条件)に応じて、上流部の固定点 (x_*^i, y_*^i) が変化するようなことがあれば、それに対応して固定点近傍の移流不安定性も変わることになる⁵。とすれば下流で生成される構造の性質に入力(境界条件)に応じた変化が見られるかもしれない。すなわち次のような因果の連鎖が考えられる。

境界条件(入力)の変化

- 増幅伝搬過程の固定点の変化
- 固定点近傍の移流不安定性 $\lambda_v|_{(x^i, y^i)=(x_*^i, y_*^i)}$ の変化
- 上流から下流へどのようにノイズの影響を伝搬するかという歴史性の変化
- 下流で生成される構造(ダイナミックス)の変化

以上は、これから述べてゆく入力(境界条件)に依存した現象を見ていくなかで、我々が見出したことであり、詳しくは §5 で述べる。

4 入力に依存した現象

いろいろな入力の濃度(境界条件: x^0)について、下流で生成される応答ダイナミックスを調べてみた。§3.2で述べたように、入力には時間的な変動は与えず一定である。ここで以下のような入力に依存した下流のダイナミックスを見出した。

下流のダイナミックスは入力の濃度(境界条件)に依存したアナログ的な変化とデジタル的な変化を示す。前者はダイナミックスの周波数の違いとして、後者はダイナミックスの定性的性質の違いとして (Figure.4) 現れる。またこれらの依存性は空間的にトランジェントな性質ではなく、ダイナミックスが空間的に収束する十分下流、すなわち、 $i \rightarrow \infty$ においても保たれる (Figure.5)。

4.1 デジタル変化

§3.3でも述べたが、モデル式(6)はノイズがないときには、固定点に収束する。また、十分下流($i \gg 1$)では、固定点の位置は入力に依存せずに一意に決まる (§5.2で述べる)。しかしノイズが全ての素子にかかっていると応答(下流のダイナミックス)は入力 x^0 に依存して異なるタイプ(定性的性質)のダイナミックスを示すことがある。このような現象をデジタル変化と呼ぶ。モデルにおいて見られた代表的なデジタル変化は次のような変化である。

⁵固定点近傍の Lyapunov exponent が固定点の値に依存することは、固定点における jacobian matrix の固有値を求めるという求め方を思い出せばわかる。co-moving Lyapunov exponent も同様に固定点の値に依存する。

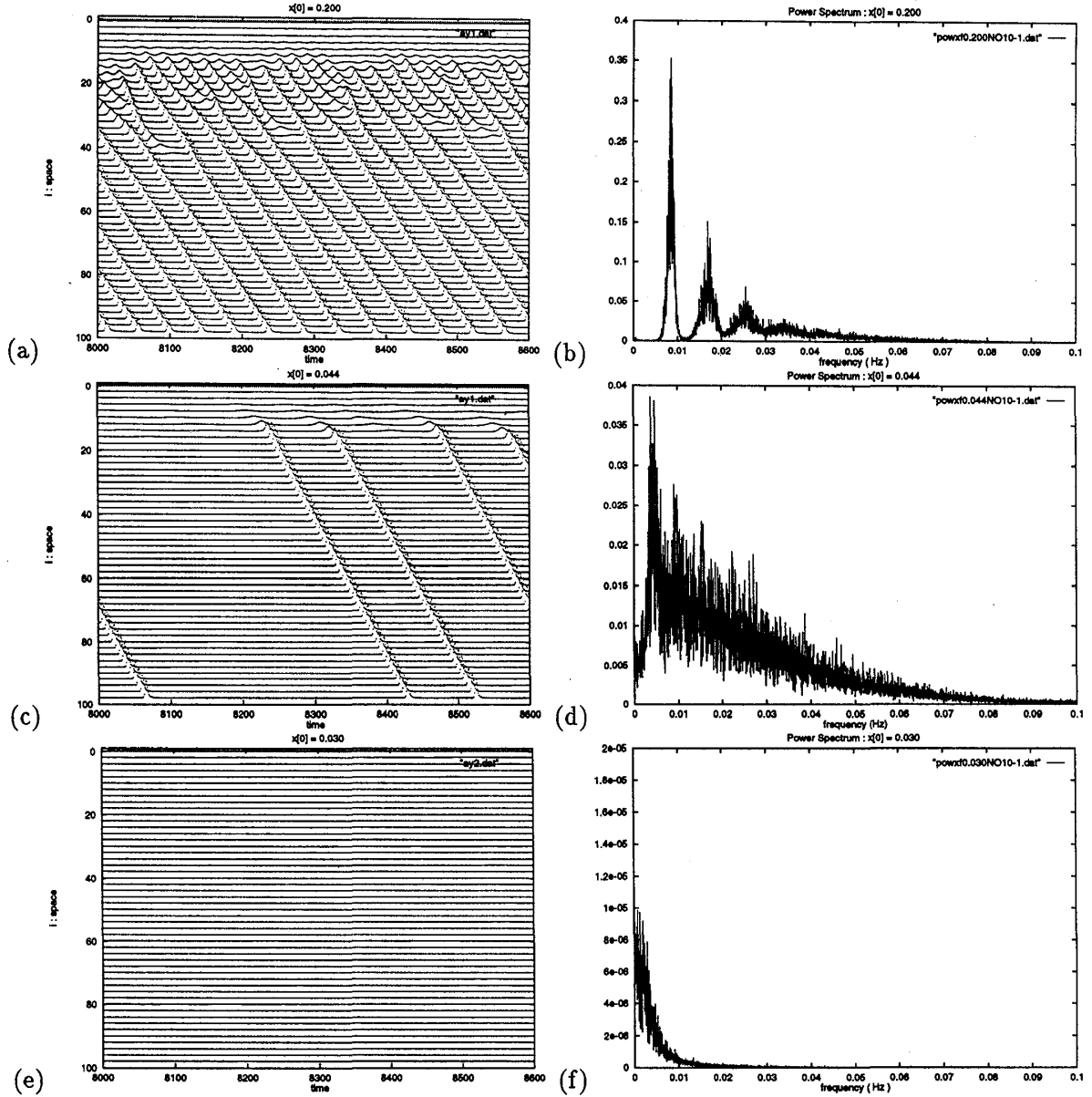


Figure 4: (a),(c),(e) は x^i の時空プロットで、横軸は時間で、縦軸は空間である。 $i < 40$ は空間的にトランジェントになっているが、下流では (a) では周期振動、(c) では非周期振動、(e) では固定点になっている。(b),(d),(f) 側は下流 ($i = 100$) のパワースペクトルを示す。(b) が phase1、(d) が phase2、(f) が phase3 になるような入力 x^0 の場合である。パワースペクトルのスケールが (b),(d),(f) で違っていることに注意。ノイズ強度 $\sigma = 0.001$ 。

phase1 周期振動 (リミットサイクル)

時間的に定常的にノイズを増幅伝搬している。下流では周期振動が生成され、その振幅は σ より十分大きい。それぞれの素子にノイズが加えられているにもかかわらず、この周期振動は変質することなくさらに下流へ伝搬される。よってこの周期振動は CS である。

phase2 確率的振動

確率的にノイズを増幅伝搬している。下流では、時間的に振動 (振幅 $\gg \sigma$) が出来たり出来なかったりする。 (x^i, y^i) の位相空間で見ると、基本的にノイズがない場合の固定点に滞在し、確率的に振動する。すなわち、固定点とリミットサイクル軌道の間を確率的に遷移する。振動が出来たときの軌道は phase1 のときの軌道とほぼ同じであり、CS である。

phase3 固定点+揺らぎ

大きな振幅の振動はない。ノイズがないときの固定点近傍をそれぞれの素子に加えられているノイズ程度の振幅 ($\sim \sigma$) で揺らいでいる。

phase2 から phase3 へ移行するにつれて、大きな振動が生成される頻度はだんだん減少していき、phase2 と phase3 の境界でゼロになる。

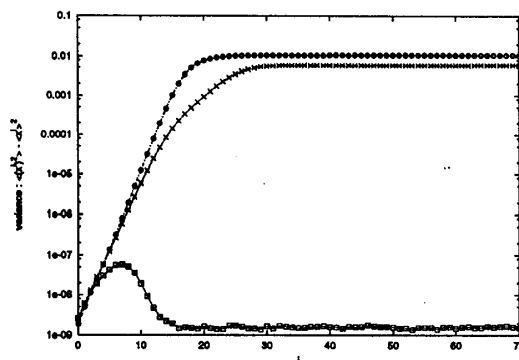


Figure 5: 分散 $\langle (x^i)^2 \rangle - \langle x^i \rangle^2$ の入力依存性。一番上 (o) が Fig.4(a) (phase1) に、中間 (x) が Fig.4(c) (phase2) に、一番下 (□) が Fig.4(e) (phase3) に対応する。ダイナミクスは空間的には、 $i \sim 30$ で収束し、ダイナミクスの入力依存性は $i \rightarrow \infty$ でも維持される。パラメーター a, b, c, d, K, ϵ , ノイズ強度 σ は Fig.4 と同じ。

4.2 アナログ変化

入力が少し違うと、応答ダイナミクスもそれに応じて多少変わるが劇的には変わらないような現象をアナログ変化と呼ぶ。このモデルでは周期振動が出来る場合 (phase 1) と確率的振動が出来る場合 (phase 2) において起こり得ることがわかった。前者の場合には、振幅の大きさと振動の周波数が入力に応じて徐々に変化し、後者の場合には、振動の平均周波数 (頻度) が入力に応じて徐々に変化する。たとえば、Figure6は、 $x^0 > 0.055$ で phase1 になり phase1 の領域内で平均周波数に依存していてアナログ変化が起きていて、「応答ダイナミクスの周波数が入力の滑らかな関数」になっている。

本質的に重要なことではないが、前者 (phase1) では振幅にも依存性が出るが、後者 (phase2) では振幅には依存性が出ない。これは以下のようなことよると思われる。まず、§4.1でも述べたように、このモデルには、上流にノイズを定常的に加えたことにより初めて安定に存在出来る Linearly Unstable であるが Convectively Stable である excitable な振動が存在する。さらに、神経膜の数値モデルなどの excitable media の研究において知られていることで絶対不応期 [2] という特徴的な時間スケールがあり、脚注に簡単に説明してある⁶。

⁶excitable media では刺激なしの状態ではある固定点に留まっているが、パルスのような刺激を入れると、刺激の大きさがあ

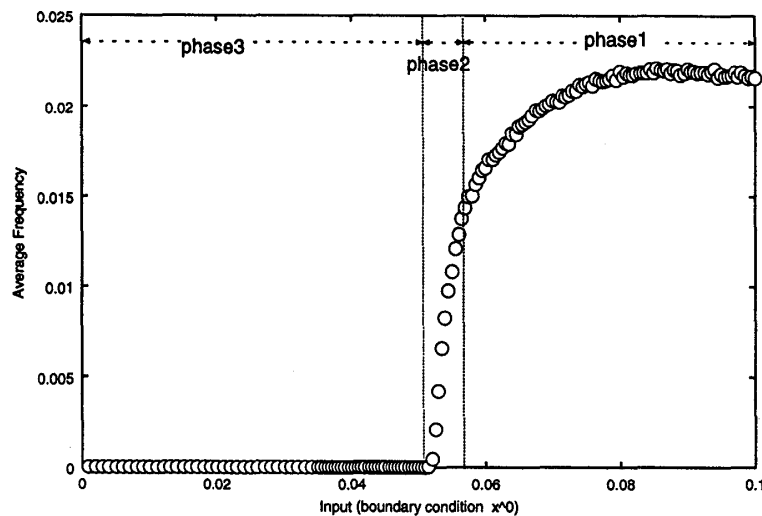


Figure 6: 振動の平均周波数 (平均振動時間間隔の逆数) の入力依存性。横軸が入力 x^0 、縦軸が下流のダイナミクスの平均周波数。phase1(周期振動)、phase2(確率的振動) の領域では、入力の値に応じて平均周波数が徐々に変化しており、アナログ的な依存性を示している。

phase1 での振動のタイムスケールは相対不応期にあたっていて、振動時間間隔 (周波数の逆数) に応じて振幅が小さくなる。これに対して phase2 の確率的振動の振動間隔は絶対不応期よりも長く振幅は振動間隔に依存しない。phase1 と phase2 の境界となる振動は、振動時間間隔が絶対不応期である周期振動であると思われる。ただし入力依存性のメカニズムとしては、不応期が存在することは重要ではなく、むしろ入力に応じて違う性質 (周波数) の運動が生成出来る仕掛けが重要であり、この仕掛けは §5 において述べる。

5 入力 (境界条件) 依存性のメカニズム

§3.1 で概観したメカニズムとそのメカニズムが機能して §4 のような入力依存ダイナミクスを生成出来るための条件をこの章で述べる。§3.3 で述べたようにノイズがないときには全てのエレメントは固定点に落ちるが、パラメーターが空間的に一様であっても、一般的にこれらの固定点の値は空間的一定ではない。この一定でないことと、固定点の値の境界条件 (入力) 依存性が入力依存ダイナミクスが現れるメカニズムに深く関係している。

さらに、ノイズの大きさもこのメカニズムにとって重要であり、§6 で説明する。

5.1 移流不安定な領域での波の生成のメカニズム

§3.1 でも簡単に述べたが、移流不安定な領域では、ノイズを加えたことにより下流に新たな構造が生成される。次のようにしてつくられる。Figure 3, Figure 7 も参照。

上流 : ノイズを増幅して次のエレメントに伝搬する。しかしノイズ強度が小さいので、時系列で見ると固定点のまわりを振幅 σ 程度で揺らいでいるように見える。振幅は i が増えるにつれ大きくなる。どのように増幅伝搬するかは、固定点近傍の移流不安定性によって表されるので、固定点の位置とノイズの増幅伝搬の仕方 (移流不安定性) は深く関係している。

中流 : (x^i, y^i) の位相空間で見ると、固定点近傍のランダムウォーク (揺らぎ) というような運動から、固定点のまわりでの回転という秩序を伴った運動になり、 i が増える (下流に行く) につれその回転半

る閾値を越えると、1 回発振するという現象が知られている。その閾値以上の刺激を連続して 2 回入れると 2 回発振するが、刺激の時間間隔を狭くしていくと発振の大きさがどんどん小さくなる。すなわち一度発振するとある時間経過しないと 1 回目と同じ大きさの発振が起こせないのである。この時間スケールを絶対不応期と呼び、それより短いタイムスケールを相対不応期と呼ぶ。相対不応期の間隔の発振では、発振の大きさが絶対不応期での発振の大きさより小さく、相対不応期が小さくなるほど発振の大きさは小さくなる。

径は大きくなる。回転半径がそれほど大きくないうちは、振動の移流不安定性は固定点近傍の移流不安定性と同じと考えられるので、固定点の位置と振動の生成 (増幅伝搬) の仕方 (移流不安定性) は深く関係している。

下流 : 大きな振幅 ($\gg \sigma$) の振動が生成される。この振動は位相空間で見ると、一般的に元の固定点の位置とは関係なく運動する。よって、生成過程とは違って、いったん大きな振動が生成されると固定点の性質はもはや振動には影響を与えない。

ここで、波を作り上げるのに必要な距離として i_d を導入する。上で述べたことより、 i_d を使っておおまかに次のようなことが言える。 $i < i_d$ においては、ノイズは増幅伝搬される。そこでは、振動は固定点近傍であるために、振動の伝搬の仕方の性質に固定点の性質が効いている。 $i > i_d$ においては、大きな振動が形成され、その振動が CS であるために、振動の性質を変えられることなく下流へ伝搬される。そこでは、振動はもはや固定点から離れているので固定点の性質は振動の伝搬の仕方の性質には効かない。

$i = 0$ に印加されたノイズの影響が、 $i = i'$ へ増幅伝搬される大きさを $A(i')$ と置くと、

$$A(1) = \sigma e^{\frac{\lambda_v(1)}{v}} \quad (9)$$

$\lambda_v(i)$ は、位置 i の固定点近傍の co-moving Lyapunov exponent (§3.1 参照) であり、 v はノイズ (乱れ) の伝搬速度である。よって $A(i')$ は、

$$A(i') = \sigma e^{\frac{\lambda_v(1)}{v}} \times e^{\frac{\lambda_v(2)}{v}} \times e^{\frac{\lambda_v(3)}{v}} \dots \times e^{\frac{\lambda_v(i')}{v}} = \sigma \prod_{i=0}^{i_d} e^{\frac{\lambda_v(i)}{v}} = \sigma e^{i_d \frac{\lambda_v}{v}} \quad (10)$$

λ_v : $0 < i < i_d$ におけるそれぞれの固定点近傍の co-moving Lyapunov exponent の平均
 $e^{\frac{\lambda_v}{v}} \sim$ 単位空間 i あたりにノイズが増幅される割合 (spatial Lyapunov exponent [11])

よって、波が生成される条件を次のようにおおまかに見積もることが出来る。

$$A(i') \sim 1 \quad (11)$$

すなわち、 i_d へ伝わってきた上流に加えられたノイズの影響がだいたい 1 になるときに波が生成され则认为している。式 (11) より、 i_d は次のようになる。

$$i_d \sim \frac{v}{\lambda_v} \log(\sigma^{-1}) \quad (12)$$

移流不安定性 $\frac{\lambda_v}{v}$ が大きいほど、また、ノイズ強度 σ が大きいほど、 i_d は小さくなる事がわかる。

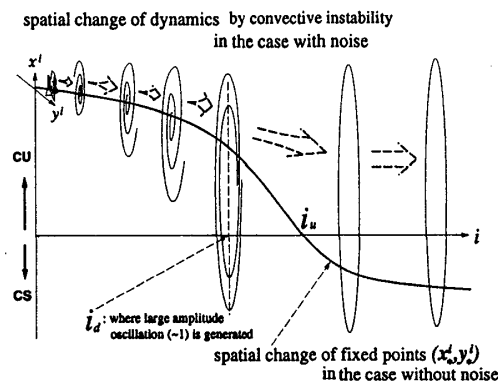


Figure 7: Type3 での波が生成される過程。 $i_d < i_u$ ならば波を生成出来る。波が完成すると CS なので下流へ安定に伝搬される (i_u に関しては次節を参照)。

5.2 固定点の空間方向の収束 (空間ダイナミクス)

前にも述べたように、ノイズがないときには全てのエレメントは固定点に落ちる。その固定点を (x_*, y_*) とおく。固定点の値は次のようにして求められる。

$$\begin{cases} \dot{x}_*^i = 0 \\ \dot{y}_*^i = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x_*^i, y_*^i, x_*^{i-1}) = 0 \\ g(x_*^i, y_*^i, x_*^{i-1}) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

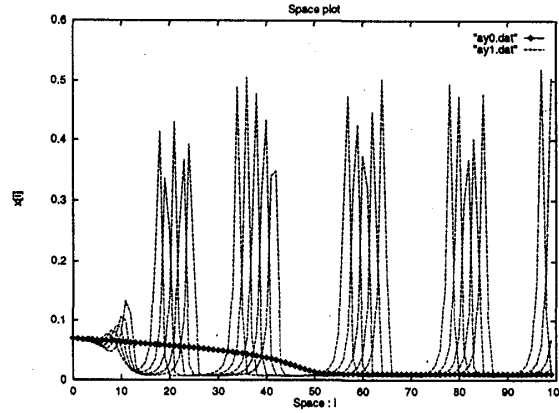


Figure 8: ◇ でプロットした方がノイズを加えない場合。点線でプロットした方がノイズを加えた場合を 4 回重ね書きした。これは Type3 の場合 (表 3.1 参照)。

式 (13) は i に関する数列 (x_*^i, y_*^i) の漸化式になっている。 x^0 と式 (13) によって固定点の空間方向の変化、すなわち、固定点の空間ダイナミクス $(x_*^1, y_*^1) \rightarrow (x_*^i, y_*^i) \rightarrow (x_*^\infty, y_*^\infty)$ が求められる。

このモデルでは、

- (x_*^∞, y_*^∞) は $\forall x^0$ 対し一意⁷に決まる。 $(x_*^\infty, y_*^\infty) \equiv (x_*, y_*)$ とおく。
- 固定点の (x_*, y_*) への空間的な収束ダイナミクスは単調⁸減少 ($x^0 > x_*$ のとき) か単調増加 ($x^0 < x_*$ のとき) のどちらかである。

§3.4 で述べた因果の連鎖の第 1 段階である「境界条件の変化 → 増幅伝搬過程の固定点の変化」ということを考えてみる。まず、波をつくる空間スケール i_d と固定点の空間的な収束のスピードの空間スケールを比べてみる。もし、空間的な収束のスピードが i_d より十分小さいならば、入力を変化させたことによる固定点の変化がなくなって (空間的に収束して) から波が大きくなりだす。よって波を形成する領域においては入力による固定点の変化の影響は小さい。一方、 i_d より大きいならば、波を形成する領域において固定点は入力に依存して変化する。§3.4 でも述べたが固定点が変わると、固定点近傍での移流不安定性 (増幅伝搬の仕方) も変化する。

よってこれら 2 つの空間スケールの関係は入力依存ダイナミクスのメカニズムにとって重要である。固定点の空間的な収束のスピードの空間スケールとして固定点の値の半減距離 i_* を次のように定義する。

$$\bullet i_* : x_*^{i_*} = \frac{x_* + x^0}{2}$$

$i < i_*$ の固定点は入力に依存して変わるが、 $i > i_*$ の固定点は入力に変化してもほとんど変わらないと言える。よって、固定点の入力依存した変化は、 $i < i_*$ において現れると言える。すなわち、実効的な非線形性 (移流不安定性) の入力依存性は $i < i_*$ においてのみ現れる。 $i_d < i_*$ ならば、波の生成過程、す

⁷ (x_*, y_*) が入力に応じて変化する場合も一般的に存在するであろうし、そのような系における入力依存性はどのように現れるかは興味ある問題である。

⁸もっと複雑な空間収束ダイナミクスを示す系において、入力依存性がどのように現れてこのモデルにおける入力依存性とどこが違うのかという問題はもちろん考えられる。この問題は現在研究中であるが、後で述べる「入力に対するロバストネス」の問題と深く関係していると思っており、シグナルらしさを考えていく上で重要な示唆を与えるのではないと思われる。

なわち、増幅伝搬過程の固定点は入力に依存して変わる。「境界条件の変化 → 増幅伝搬過程の固定点の変化」という §3.4 で述べた因果の連鎖の第1段階を満たしているので、入力依存ダイナミックスが起これることが示唆される。

さらにこのモデルでは、生成された振動は CS⁹であるので、いったん生成されると微小ノイズがあっても変質されることなく安定に下流に伝搬される。また、このモデルでは、 (x_*^∞, y_*^∞) は任意の入力に対し、一意に決まっている。

$i_d < i_*$ 以外に入力依存ダイナミックスが生成される条件は何だろうか？固定点近傍の移流不安定性が、Table 1 のように上流、下流それぞれで CU であるか CS であるかが効いてくる。すなわち、Table 1 は固定点の空間ダイナミックスの性質を分類している。

Table 1: タイプわけ

	下流が CS	下流が CU
上流が CS	Type 1	Type 2
上流が CU	Type 3	

Type1 は、全てのエレメントで CS であってノイズを増幅伝搬しないので、下流において振動を生成しない。よって、入力依存ダイナミックスは Type1 では起こらない。また、Type3 (上流 CU, 下流 CS) において次のように位置 i_u を定義する。

- i_u : 固定点 (x_*^i, y_*^i) 近傍の移流安定性が CU から CS に変化する位置

デジタル変化は Type3 でかつある条件を満たしたときのみ起こり、アナログ変化は Type 2, Type3 のどちらかでかつある条件を満たしたときのみ起こることがわかった。それぞれのある条件というのは、前に導入した i_d と i_u や i_* の間の大小関係で記述できる。それぞれの変化のメカニズムを次に説明する。

5.3 デジタル変化のメカニズム

デジタル変化とは、入力に応じて異なるダイナミックスの phase になる (ダイナミックスが定性的に異なる) ことを意味している。これは前節最後で述べたように、Type3 (上流 CU, 下流 CS) でのみ見られ、デジタル変化が起こる条件は i_u と i_d の大小関係で記述される。

i_u と i_d の大小関係について考えてみる。まず、 $i_u < i_*$ であるならば、入力 (境界条件) を変えると、 $i < i_*$ における固定点 (x_*^i, y_*^i) は変化し、その近傍の移流安定性も変化し、よって i_u も変化する。よって、入力 (境界条件) の変化により、 i_u と i_d の大小関係の逆転がありうる。

上述のように入力に依存して i_u と i_d の大小関係が逆転する場合、下流のダイナミックスはどのように変化するかを以下に述べる (Figure 9 参照)。

- $i_d < i_u$: 大きな振動はつくれる。振動は CS であるのでいったん生成されると安定に下流に伝搬される。よって、phase1 になる。
- $i_d > i_u$: ノイズを十分に増幅しないうちに CS になるので、大きな振動はつけれない。よって、phase3 になる。
- $i_d \sim i_u$: 上の2つの場合が混ざる。すなわち、時間的に phase1 になったり、phase3 になったりする。現象としては確率的に振動することになり、phase2 になる。

i_u と i_d の大小関係が異なると構造がつくれたりつけれなかったりする、すなわち、ダイナミックスの定性的性質が異なることがわかる。

Type1, Type2 ではデジタル変化が起こらない理由を簡単に述べる。

Type1: 全てのエレメントで固定点 (x_*^i, y_*^i) が CS なので大きな振動をつくれな。下流は、任意の入力に対し常に phase3 になる。デジタル変化は起こらない。

⁹振動が CU であっても入力依存ダイナミックスが作られてノイズ下においても保持され伝搬されるメカニズムが存在するかどうか興味ある発展問題である。

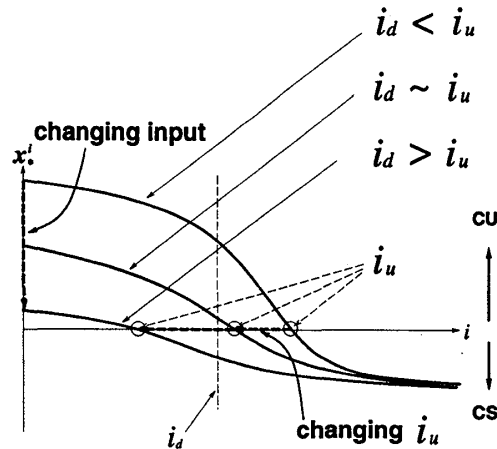


Figure 9: 入力の変化に応じた固定点の空間ダイナミクスの変化により、 i_u が変化する。よって i_d と i_u の大小関係が逆転してデジタル変化が生み出される。

Type2: 下流では常に固定点 (x_*, y_*) が CU になっている。よって任意の入力に対し、常にノイズを時間定常的に増幅伝搬することができる。よってつねに phase1 になる。デジタル変化は起こらない。

デジタル変化をより一般的に理解したい。摂動に対して安定である状態という普通の意味でのアトラクターを LS (Linearly Stable) アトラクターと呼ぶ¹⁰。これに対し、上流にノイズを定常的に印加すると下流に生成される状態で、かつ、その状態に摂動を加えても、その状態を変質することなくさらに下流に伝搬するという状態を CS (Convectively stable) アトラクターと呼ぶ。この2つのアトラクターの関係はどうなっているのだろうか。特に移流不安定性をもつ系特有の CS (Convectively stable) アトラクターを LS (Linearly Stable) アトラクターと関係づけてデジタル変化をより一般的に理解したい。アトラクターを次の3種類にわけて、§5.2で導入した3つの Type それぞれではどのようなアトラクターの構成になっているかを考えてみる。

CSnLU アトラクター、CSnLS アトラクター、CUnLS アトラクターの3つにわけ¹¹。LU は状態が Linearly Unstable であり、状態が摂動に対して時間方向に不安定であるという意味である。CU とは状態が Convectively Unstable であり、状態がノイズ下で空間的に安定に (変質することなく) 伝搬されない、すなわち、空間方向に不安定ということである。すなわち、これら3つのアトラクターは次のような状態を指す。

CUnLS アトラクター : 上流部にノイズがないと安定に存在できるが、上流部にノイズがあると存在できない状態。

CSnLU アトラクター : 上流部にノイズがないと存在できないが、上流部にノイズがあると安定に存在できる状態。

CSnLS アトラクター : 上流部にノイズがあってもなくても安定に存在できる状態。

Type1, Type2, Type3 それぞれで、 $i \rightarrow \infty$ におけるそれぞれのアトラクターの構成は Table 5.3 のようになる。

Type3 である系に一般的にあてはまる言いかたをすると、3つの phase は次のようになる。

- phase1 ($i_d < i_u$) : 時間的に定常的にノイズを上流から下流に増幅伝搬する。下流では、線形不安定であるが CS である状態 (CSnLU アトラクター) に常に引き込まれる。

¹⁰ カオスである軌道は linearly unstable であるが、そのアトラクターは linearly stable であることに注意

¹¹ CUnLU な状態は、ノイズがなくても不安定 (LU)、ノイズがあっても不安定 (CU) であるため安定になる場合がないので考えない。

Table 2: アトラクターの構成

	CS $\cap$ LS	CS $\cap$ LU	CU $\cap$ LS
Type 1	1 個 (固定点 (x_*, y_*))	0 個	0 個
Type 2	0 個	1 個 (limit cycle)	1 個 (固定点 (x_*, y_*))
Type 3	1 個 (固定点 (x_*, y_*))	1 個 (limit cycle)	0 個

- phase2 ($i_d \sim i_u$) : 時間的に確率的にノイズを上流から下流に増幅伝搬する。下流では、線形不安定であるが CS である状態 (CS $\cap$ LU アトラクター) と線形安定でかつ CS な状態 (CS $\cap$ LS アトラクター) の双方に確率的に引き込まれる。
- phase3 ($i_d > i_u$) : ノイズを上流から下流に増幅伝搬しない。下流では、線形安定でかつ CS な状態 (CS $\cap$ LS アトラクター) に常に引き込まれる。

Type3 のみが、ノイズ下において存在出来る (CS である) アトラクターを複数個持っている。入力に応じて、異なる CS アトラクターに引き込まれたり (phase1, phase3)、時間的に確率的に双方の CS アトラクターに引き込まれたり (phase2) というようになってる。ということは、一般的にはデジタル変化は次のような現象であると考えられる。

- ◇ デジタル変化：複数個の CS アトラクターが存在し、入力に応じてそれぞれの CS アトラクターに引き込まれる。 i_d と i_u の大小関係によって、どのアトラクターへいくかが決定される。

特に、LS アトラクターは 1 つしかないが CS アトラクターは複数個ある場合には、ノイズがないと安定状態 (LS アトラクター) は 1 つしかないが、ノイズを印加すると安定状態 (CS アトラクター) が複数個生まれ、境界条件により (言いかえると、どのように増幅伝搬されたかという歴史性の違いにより) それぞれの状態に引き込まれる (空間的に収束する) ことになる。

「ノイズによって多くの移流安定状態 (CS $\cap$ LU) が誘起され、どの状態にいくかは境界条件によって決まる」という現象が予想される。移流不安定性が多重の移流安定状態を誘起するということは一方向結合系としても新しいクラスの現象である。そして、「多数の安定 (CS) 状態の中でどの状態に空間的に収束するかが境界条件に依存する」という現象が、デジタル変化のより一般的な捉え方だと思われる。

5.4 アナログ変化のメカニズム

アナログ変化とは、入力の濃度 x_0 を応答ダイナミックスの頻度 (周波数) に変換することを意味している。

もっと一般的には、入力の変化に応じた出力の定量的性質の変化を指し、入力の値が少し違うと応答ダイナミックスの性質も少し変わるだけで大きくは変わらないという意味である。

§5.2 の最後でも述べたが、Type2, Type3 でのみ見られ、アナログ変化が起こる条件もデジタル変化が起こる条件と似て、 i_* と i_d の大小関係で記述される。

Type2 (上流 CS or CU, 下流 CU) では、下流が CU であるため、任意の入力に対し、常に周期的振動 (phase1) が生成される。Type3 (上流 CU, 下流 CS) では、前節より、 $i_d < i_u$ では周期的振動 (phase1) が、 $i_d \sim i_u$ では確率的振動 (phase2) が生成される。その他は全て phase3 になり下流のダイナミックスに入力依存性は見られない。そのなかでつぎのように 2 つの Case にわけて考えるとアナログ変化のメカニズムは理解できる (Figure 10 参照)。

Case A : $i_d < i_*$

波の生成領域 ($i < i_d$) において、固定点の空間的収束はまだ不完全である。よって入力 (境界条件: x^0) を変えると、入力に応じて固定点は変化する。その固定点近傍の移流不安定性、すなわち、ノイズをどのように増幅伝搬するかも変化する。生成過程での入力の変化による増幅伝搬の仕方の変化が、最終的に出来上がるダイナミックスの性質 (振動の周波数) を変化させる。さらにいったん出来上がった振動は CS であるので、ノイズによって変質されることなく下流に伝搬される。

Case B : $i_d > i_*$

波の生成領域の途中で固定点の空間的収束がほぼ完了してしまう。よって入力が増幅伝搬の仕方が変化したことによるノイズの増幅伝搬の仕方の変化は、波の生成にあまり影響を与えない。下流において振動を生成しても、入力の変化に応じた振動の性質の変化は出にくくなる。

入力(境界条件)の変化に応じたアナログ変化が出やすい条件、すなわち、CaseA になる条件は、つぎのようになる。

$$\begin{cases} \text{Type3} : i_d < i_* \cap (i_d < i_u \cup i_d \sim i_u) \\ \text{Type2} : i_d < i_* \end{cases} \quad (14)$$

Type3 かつ $i_d < i_u \cup i_d \sim i_u$ とは、§5.2 より CS $\cap$ LU な状態に引き込まれる ($i_d \sim i_u$ では時間的に確率的であるが) 条件であるし、Type2 であるということも CS $\cap$ LU な状態に引き込まれる条件である。一般的にアナログ変化とは次のような現象であると考えられる。

- ◇ phase1 でのアナログ変化：CS $\cap$ LU アトラクターが存在する。アトラクターの形はノイズの増幅伝搬によって生成される過程に依存しているので、 $i_d < i_*$ ならば下流で生成される「アトラクターの形が入力に応じて少しずつ変化」する。
- ◇ phase2 でのアナログ変化：2 個以上の CS アトラクターが存在し、ある入力 x^0 に対し、時間的に確率的に双方のアトラクターに引き込まれる (条件：Type3 かつ $i_d \sim i_*$)。それぞれのアトラクターに「引き込まれる確率が入力 x^0 に応じて変化」する。この確率は、増幅伝搬過程の性質に依存しているので、 $i_d < i_*$ ならばこの確率が入力に応じて少しずつ変化する。

phase1 でのアナログ変化と phase2 でのアナログ変化は現象としては異なる。しかし、メカニズムはどちらも同じで、増幅伝搬過程の性質が入力値の差異に応じて変化するということである。デジタル変化と似て、アナログ変化が起こるかどうかは、空間収束のスピード ($\propto \frac{1}{i_*}$) と移流不安定性の強さ ($= \frac{\lambda_y}{i_d} \propto \frac{1}{i_d}$) の関係が重要なのである。この 2 つの条件は一方結合系において普遍的に存在する性質である¹²。

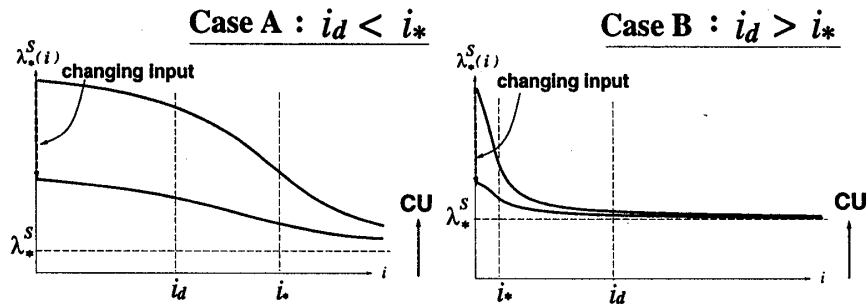


Figure 10: Case A と Case B。振動の生成過程 ($i < i_d$) において、 $i_d < i_*$ であると入力 x^0 の変化の影響を大きく受けるが、 $i_d > i_*$ であると入力 x^0 の変化の影響をあまり受けない。Type 2 での例。

6 入力依存性に対するノイズの効果

§5 において、応答(下流の)ダイナミックスに入力(境界条件)依存性が現れる条件を移流不安定性や固定点の空間ダイナミックスと関連づけて述べた。この章では、応答(下流の)ダイナミックスに入力(境界条件)依存性が現れる条件をノイズの強度と関連づけて述べる。結論として、入力(境界条件)依存性は、ノイズが大きすぎても現れないし、小さすぎても現れないということが導かれる。すなわち、ある範囲のノイズ強度に限って境界条件依存性は現れるのである。ノイズ強度の上限と下限についても簡単に見積もってみる。

¹²一方、入力の濃度という物理量から応答の周波数という物理量への変換は model specific であり、一般的には、いろいろな入力の性質と応答ダイナミックス性質の組合せが考えられる。

6.1 ノイズ強度を小さくすると

式(12)の i_d の定義からもわかるように、ノイズ強度 σ が小さいほど大きな波を生成するのに必要な距離 i_d が大きくなっていく。よって、ノイズを小さくしていくと、 i_d と i_u や i_* との大小関係が逆転することが起こりうる。§5 の結論からもわかるように、これらの大小関係の逆転は、ダイナミクスに入力依存性が起こるかどうかを考える上で非常に重要になる。ノイズ強度 σ を小さくしていくと次のようにこれらの大小関係の逆転が起こることがある。

デジタル変化の消滅： 入力固定しておく。式(12)より、 i_d が大きくなる。よって Type3 においては、 $i_d < i_u$ から $i_d > i_u$ へ変化する。すなわち、phase1 $\rightarrow$ phase2 $\rightarrow$ phase3 と変化する。

入力を変えると i_u が変わり (§5.3)、ノイズ強度を変えると i_d が変わる。よって、 $i_d < i_u$ から $i_d > i_u$ への変化という観点から見ると、ノイズ強度を変化することと入力値を変化することは同じ効果を及ぼしている。

別の見方をすると可能な入力値の範囲内で phase1 になる入力値の割合が減っていき、最終的にはゼロになる。そこでは任意の入力に対し、phase3、すなわち固定点になるのでデジタル変化はなくなる (Figure 11 参照)。

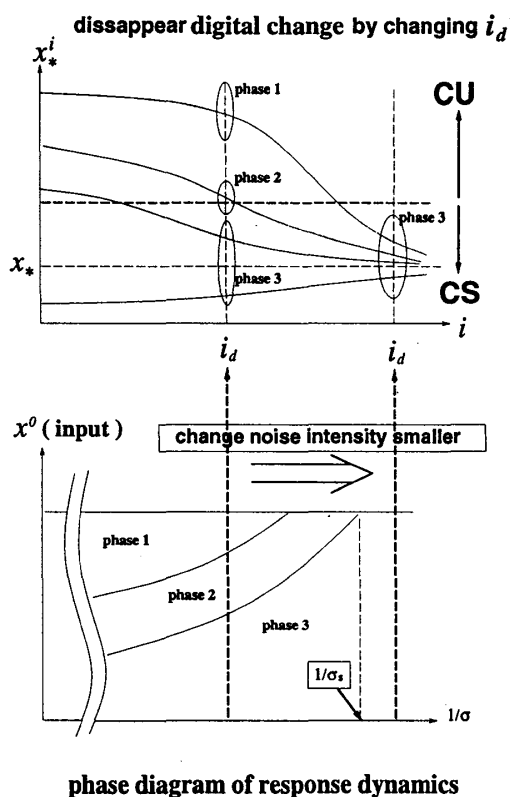


Figure 11: ノイズ強度を小さくしたことによるデジタル変化の消滅。ノイズを小さくしすぎると、任意の入力 x^0 に対し、全て phase3 ($i_d > i_u$) になってしまう。

アナログ変化の消滅： Type2, Type3 においては、式(12)より、 i_d が大きくなる。よって $i_d < i_*$ から $i_d > i_*$ へ変化する。すなわち、CaseA $\rightarrow$ CaseB と変化する。よってアナログ変化は起こりにくくなる (Figure 12 参照)。

以上より、入力依存した現象であるデジタル変化やアナログ変化が起こりにくくなるノイズ強度、すなわち、入力(境界条件)依存ダイナミクスが生成されるためのノイズ強度の下限 σ_s が存在することがわかる。すなわち、 $\sigma \sim \sigma_s$ であるときに、

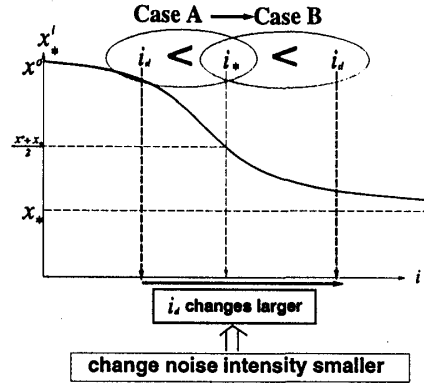


Figure 12: ノイズ強度を小さくしたことによるアナログ変化の消滅。ノイズ強度を小さくしたことにより、 i_d が小さくなり、 i_d と i_* の大小関係が逆転する。よって、CaseA から CaseB へ移行 (アナログ変化の消滅) する。

$$i_d \sim \begin{cases} i_* & (\text{アナログ変化}) \\ i_u & (\text{デジタル変化}) \end{cases} \quad (15)$$

と言えるので、式 (12) より、

$$\frac{v}{\lambda_v} \log(\sigma_S^{-1}) \sim \begin{cases} i_* & (\text{アナログ変化}) \\ i_u & (\text{デジタル変化}) \end{cases} \quad (16)$$

よって、

$$\sigma_S \sim \begin{cases} e^{-\frac{\lambda_v}{v} i_*} & (\text{アナログ変化}) \\ e^{-\frac{\lambda_v}{v} i_u} & (\text{デジタル変化}) \end{cases} \quad (17)$$

§5.2 でも述べたように、ノイズを印加しない場合には全ての素子は固定点に収束する。そして、この固定点近傍の移流不安定性 (co-moving Lyapunov exponent λ_v) が、ノイズを印加した場合における下流へのノイズの増幅伝搬の度合を表している。

まとめると以下のようなになる。

- ◇ ダイナミクスに境界条件依存性が現れるためのノイズ強度の下限 σ_S : $\lambda_v(i)$ (固定点近傍の移流不安定性) の境界条件依存性 (「 i_* の値」) と固定点の空間ダイナミクスの性質 (「Table1 の Type」と「 i_u の値」) によって決まる。

6.2 ノイズ強度を大きくすると

下流に振動は生成されるものの、振動の伝搬においてノイズによる障害が無視出来なくなる。すなわち、振動は変質して下流に伝搬される。情報理論で通信路においてノイズがあることにより情報が変質して伝えられるように、振動の性質 (シグナル) が変質して伝えられてしまう。よってダイナミクスに現れる入力依存性はだんだん薄れていく。

よって入力 (境界条件) 依存ダイナミクスが出るためのノイズ強度の上限が存在する。これを σ_L とおく。次のように大まかに見積もってみる。

ノイズ下で、ダイナミクスの性質を下流へ安定に伝搬できるかという意味でのノイズに対する空間方向の安定性は、ダイナミクスの 移流安定性 co-moving Lyapunov exponent であり、 λ_v^* とおく¹³。system size、すなわち、シグナル経路の長さを i' とする。 $i = i_d$ において入力依存ダイナミクスが生成されるような系を考える。 $i = i' (> i_d)$ において入力依存性が保存されているかどうかの条件を、振動が

¹³一般的には、 $\lambda_v^* \neq \lambda_v$ である。

生成された後のエレメント ($i_d < i < i'$) それぞれに加えられたノイズの影響が $i = i_d$ に伝搬される総量が 1 を越えるか越えないかとする。

$$(x^i, y^i) \text{ に加えられたノイズが } (x^{i'}, y^{i'}) \text{ に及ぼす影響} \sim \sigma e^{\frac{\lambda_v^*}{v}(i'-i)} \equiv \sigma h(i, i', \lambda_v^*) > 0 \quad (18)$$

$i_d < i < i'$ を満たす i それぞれに加えられたノイズが $(x^{i'}, y^{i'})$ に及ぼす影響の総量

$$\sim \int_{i_d}^{i'} \sigma h(i, i', \lambda_v^*) di \sim \int_0^{i'} \sigma h(i, i', \lambda_v^*) di \equiv \sigma H(i', \lambda_v^*) \quad (19)$$

$$\sigma \sim \sigma_L \text{ において、 } \sigma H(i', \lambda_v^*) \sim 1 \quad (20)$$

よって、

$$\sigma_L \sim \frac{1}{H(i', \lambda_v^*)} \quad (21)$$

式(18)より、 $h(i, i', \lambda_v^*) > 0$ である。よって、式(19)より、 $H(i', \lambda_v^*)$ は i' の単調増加関数である。よって σ_L は i' の単調減少関数である。

◇ ダイナミックスに境界条件依存性が現れるためのノイズ強度の上限 σ_L : 生成されたダイナミックスのノイズに対する空間方向の安定性 λ_v^* とシグナル経路の長さ i' によって決まる。

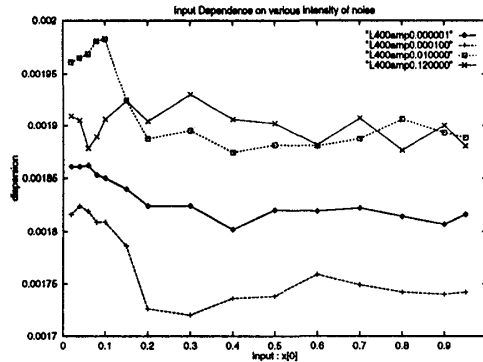


Figure 13: ノイズ強度に応じた入力依存性の生成と消滅。横軸は入力値 x^0 、縦軸は x^{400} のダイナミックスの分散。パラメータは同じでノイズ強度のみを変化させた。◇ ($\sigma = 10^{-6}$) → + ($\sigma = 10^{-4}$) → □ ($\sigma = 10^{-2}$) → × ($\sigma = 0.12$) とノイズ強度は増えていく。+ と × では入力が 0.1 のあたりで分散が閾値的に変化しデジタル変化が起きていることを示す。ノイズ強度を小さすぎる ◇ と、大きくすぎる □ では分散に閾値的な変化はなくなり、デジタル変化は消えたことを示す。

以上より、次のことが結論できる。これは、Figure 13 にも表されている。

◇ ノイズ強度がある範囲 ($\sigma_S < \sigma < \sigma_L$) の大きさのときに限り、入力依存ダイナミックスは現れる。

7 議論とまとめ

7.1 境界条件依存性

Vulpiani らが使っている boundary dependence は境界条件に微小な摂動 (乱れ) を入れたときに、下流へどのように増幅伝搬されていくかという意味で使っていて、co-moving Lyapunov exponent や spatial Lyapunov exponent との関係づけが試みられている [11]。しかし、彼らが使う boundary dependence は、いまのところ移流不安定性の言い換えに過ぎない。

本論文で使われている境界条件依存性は「静的な」境界条件の変化に対する下流のダイナミックスの依存性のことを指していて、移流不安定性とは深く関係してはいるが同義ではなく、いままで述べてきたように、次のような因果の連鎖が成立するときに現れる。

境界条件が変化する $\xrightarrow{(1)}$

それぞれの i における固定点が変わる $\xrightarrow{(2)}$

それらの固定点近傍の移流不安定性が変わる $\xrightarrow{(3)}$

どのようにノイズを増幅伝搬するかが変わる $\xrightarrow{(4)}$

下流で生成されるダイナミックスの性質が変わる。

(3) は力学系の性質として一般的に成立することであるし、(2) は 移流不安定性が、 $\lambda_v|_{(x^i, y^i)=(x^i_*, y^i_*)}$ によって表されることにより成り立っている。

(1),(4) は空間ダイナミックスの性質によっていろいろな場合が考えられる。興味ある発展問題として次のような系が考えられる。

- ダイナミックスがもっと移流不安定な系での入力 (境界条件) 依存性の可能性。不安定であることにより、かえって「シグナルらしさ」または boundary dependence が出来やすいというようなことはあるか？
- 固定点の空間ダイナミックスがより複雑な系。たとえば振動する場合など。
- 空間収束の固定点が複数個存在する系。すなわち $i \rightarrow \infty$ で LS 状態が複数個存在する系。
- 波の壊れやすさについての研究。CS 状態がノイズによって不安定化する過程の記述。

簡単に思いつくだけでも次のような現象の存在が予想される。これらはシグナル性を考えていく上でもさまざまな示唆を与えられ、後の節でもまた述べる。

- riddled basin や fractal basin のようなモノ： 2 番目と 3 番目の性質を満たしている系で、固定点の空間ダイナミックスが空間的に最終的に一点に収束する場合でも、途中がカオティックに振動していると、境界条件の微小の差に応じて全く異なるアトラクターに (空間的に) 引き込まれるという現象が起こりうる。ある境界条件をとったときに、 $i \rightarrow \infty$ でどのアトラクターに収束するかを考えて、境界条件の空間に basin を導入してやる。境界条件の自由度が 1 なら basin の構造にフラクタルが現れるであろうし、もっと多次元なら、fractal basin[12] や riddled basin[13] のようになるであろう。(basin が境界条件に対応し、LS アトラクターが $i \rightarrow \infty$ での CS アトラクターに対応している。)(追記：最近の我々の研究において空間カオス性がこのような構造を誘起できることがわかった。)
- Convective multi attractor： 3 番目の性質を満たしていて、 $i \rightarrow \infty$ で LS な状態は 1 つしか存在しないけど CS な状態はたくさん存在する系。揺らぎを印加したことにより、初めて、multi attractor 状態が作られる。そして入力 (境界条件) に依存してもっと豊富なデジタルが見られるであろう。これは、§5.3 の最後でも述べた。

本研究で用いたモデルは偶然ではあるが、境界条件を捉えるうえでは非常にシンプルで理解しやすかった。今後はこれらの発展問題の解析を通じて境界条件依存性の理解を深めたい。

7.2 境界条件依存性とパラメーター変化による分岐の関係

デジタル変化は境界条件を分岐パラメーターとして変化させていったときの分岐現象のようにとらえられるが、いわゆる分岐とは異なっている部分がある。

境界条件を変化させると上流部のみ ($i < i_d$) の固定点が変わる。これは上流部のみの実効的な非線形性 (移流不安定性：固定点近傍の co-moving Lyapunov exponent $\lambda_v|_{(x^i, y^i)=(x^i_*, y^i_*)}$) が変わったことに対応する。しかしダイナミックスは大域的 ($i < \infty$) に変わる。

なぜパラメーターは局所的 ($i < i_d$) でもダイナミックスな大域的 ($i < \infty$) に変化 (分岐) できるのかは、このモデルでは、 i_d と i_* や i_u との関係 (§5.3, §5.4) や、固定点の空間ダイナミックスの Type (§5.2) や、系に存在する揺らぎの大きさ (§6) など、すなわち、増幅伝搬過程の性質が重要なのである。

つまり、いわゆるパラメーター分岐と異なる点は、実効的な非線形性は局所的にしか変化しないが、現象は大域的に変化する点である。しかし、この点が自由度の大きい系での分岐現象を考えていくうえで重要であるかどうかはよくわからない。(追記：揺らぎと移流不安定性による移流安定な時空構造の生成は、新しい散逸構造の作り方かもしれない。)

7.3 揺らぎとシグナル性

揺らぎは、増幅されることにより大きな振動を作るための種になっている。ノイズ強度がある程度大きいと、振動に入力依存性が現れ、系にとって入力は「シグナルらしく」なる。揺らぎの役割はシグナルを輸送するというよりも、入力をシステムにとって「シグナルらしく」する引きがねになっている。しかしノイズ強度が小さすぎると下流のダイナミックスに入力(境界条件)依存性が現れないので、この役割は機能出来ない。一方、揺らぎが大きすぎると振動の伝搬を阻害するようになる。生成された振動にせつかく入力依存性があっても、下流へ伝搬するにつれてその入力依存性は消えていく。

このようにシグナル性を生成する役割(揺らぎ強度が小さすぎると機能しない)と阻害する役割(揺らぎ強度大きすぎると機能する)という相反する役割を持っている。

揺らぎから仕事(情報)を取り出す研究は、近年多くある[14]。それらの研究の一つの方向として、揺らぎの統計的性質をうまく利用できるような力学(ルール)を作ることで、情報(仕事)を取り出している。われわれのモデルでは、揺らぎの統計的性質は関係ない。noise が white でも gaussian でも colored でも chaos でも結果は同じで、重要なのはノイズの性質は強度だけである。その強度が、系の移流不安定性(λ_u, λ_v^*)や境界条件依存性(i_d と i_u, i_v との関係)に見合った大きさ、すなわち、 $\sigma_S < \sigma < \sigma_L$ であることなのである。

そしてノイズがミクロからマクロに増幅伝搬される過程が重要で、マクロに生成される構造の性質に増幅伝搬過程の性質が反映され、その増幅伝搬過程の性質には入力の性質が反映される。我々のモデルで、揺らぎとシグナル性の接点はここにある。

7.4 シグナル性に対して

本論文の冒頭で述べた、個体(システム)固有の基準、外部との整合性、変換の複雑さが生むシグナル性(ギャップ)についてどのような関連がありそうか考えてみる。

7.4.1 アナログ変化とデジタル変化

デジタル変化：CS アトラクターが複数個存在し、かつ、入力(境界条件)に応じてそれぞれのアトラクターに空間的に収束する場合や、いくつかのアトラクターの間を確率的に遷移するような場合などが起こりうる。

入力を x_a^0 から、 x_b^0 へ変えると、異なる CS アトラクターにいくことがありうる。すると、入力だけを見ると、 x_a^0 と x_b^0 には大して差異がないように見えるが、応答だけを見ると、定性的な差異が現れて入力に閾値があるかのように見える。このような「ギャップ」は、§1.3で述べたギャップと同質である。

アナログ変化：入力が増加する方向と応答の性質が増加する方向の関係が常に一定である現象。ある CS アトラクターに収束するような境界条件の範囲で境界条件を少々変化させると、それに応じてアトラクターの性質(形)が少々変わる。すなわち外部入力の順序が応答ダイナミックスの順序と一致している。伝達経路を通ったことによって何回も変換を受けたが、応答の性質が入力の「簡単な」関数になっていることは、「外部との整合性」を保つという点からシグナル性にとって重要である。

もし、「簡単な」関数になっていないと入力の微小な差異が出力で大きな差異を生み出すことが頻繁に起こりうる。すなわち、入力の微小な差異に対するロバストネスがない。この例は、つぎの2種の系において見られるであろう。それらは、§7.1で述べたように境界条件依存性を考えるうえでも重要は発展問題になっている。

- CS アトラクターがたくさんある系。

すなわちデジタル変化の phase の種類数が多すぎる場合。ある phase に空間的に引き込まれるような x^0 の範囲が非常に狭くなってしまう。

- 固定点の空間収束がより複雑になってる系。

一番簡単な例は、 $i \rightarrow \infty$ では固定点が一意に決まっても、途中の空間ダイナミックスがカオティックに振動している場合である¹⁴。入力を少し変えたときに上流部の固定点ダイナミックスの変化はかなりカオティックな変化をしよう。たとえ最終的に同じ収束固定点に空間的に収束するにしろ、上流部の固定点のカオティックに変化することは、ノイズの増幅伝搬の仕方もカオティックに変化するのであるから下流で生成される時空間構造が劇的に変わりうることを考えられる。

これらの2つの系は“シグナルを伝達する”という機能には不向きである。というのは入力の微小な差異が応答ダイナミックスに大きな差異を生み出しうるからである。これらの系と本研究のような固定点の空間収束ダイナミックスが単調増加または単調減少するような系とを比べることにより、入力に対するロバストネス(外部とシステムの整合性)についてあらためて考えてみたい。

もちろんこれら2例は一方方向結合系として新しい概念を持っている可能性はあり、一方方向結合系の研究としても興味ある系である。

デジタル変化があまりにも豊富だとたくさん「ギャップ」は出せるが、逆に「外部との整合性」は落ちるのである。この2つのバランスについて考えられるようなモデルを作るべきである。上で述べた2例は、これに対し多くの示唆を与えるであろうと考えていて現在研究中である。

7.4.2 最初の研究動機との関連

生物現象との関連：今回のモデルは全てのエレメントのパラメーターが同じで、homogenous な系である。しかし細胞内シグナル伝達系ではそれぞれのレベルの反応は基本的に異なるので、heterogeneous である。パラメーターが異なれば、我々のモデルにおける固定点の空間ダイナミックスに対応する性質は、もっと複雑になる。このように考えれば、上でも述べた「固定点の空間収束がもっと複雑になってる系」はいろいろな示唆を与えそうである。このような点では、空間ダイナミックスと移流不安定性の関係を考えるという本研究の視点は有用である。

変換の複雑さとギャップ(基準)に対し：複雑な(多重の)変換の中でもうまくシグナル性を示す機構は見出せた。しかし、変換の複雑さがあるからこそ現れてくるようなシグナル性は見出せていない。

シグナル性について考えるための発展問題で、本研究の延長としては上で挙げた以外には次のような問題が考えられる。

- より(幾何学的に)複雑なネットワークでのシグナル伝達の仕組みの研究。例えば、feedback ループがいたるところにある(neural network のような)系。
- 入力が複数種類ある系。

何種類もの入力がある系で、それぞれの入力の状態の組合せに依存した応答ダイナミックスが生成できる仕組みを探ること。タンパク質や免疫系などでのマッチングの動的なモデルへ？

これは境界条件が高次元空間内の点として表現されるので、境界条件に依存した現象はさらに豊富になると思われ、境界条件依存性を考えるうえでも非常に重要である。

7.5 まとめ

1. アナログ変化とデジタル変化という2種類の入力依存現象を示すモデルをつくった。
2. それらのメカニズムを一方方向結合系の移流不安定性と空間ダイナミックスの性質の関係によって説明した。
3. また、これらの入力依存性は、揺らぎの大きさがある範囲でのみ現れることを示した。
4. これらのメカニズムは一方方向結合系においては、普遍的に存在する性質である。

¹⁴他にも考えられる場合として、収束した固定点の空間ダイナミックスが準周期とかカオスになる場合などある。

また、本研究において見えてきたシグナル性とは、主に次の2つである。

- 外部との整合性：入力における順序性と出力における順序性がほぼ同等であること。すなわち、入力の値が多少異っても出力は劇的に変わるようなことがない。⇒ アナログ変化
- 外部との「ギャップ」：入力には無い新たなメジャー？が出力にある（例：入力に閾値が存在し応答が大きく変わる）⇒ デジタル変化

この2つは相反する性質であり、一方が強すぎると他方が弱められる。アナログ変化とデジタル変化のバランスを考えられるような新たなモデルを通してさらなる理解をしたい

謝辞

指導教官の金子邦彦先生には、研究をしていく上で、思いを研究へ形式化することから、技術的なことに至るまで、毎日多くの議論をしていただき、多くのご指導をいただきました。そして何よりも現象のおもしろがり方を教えられました。

池上高志先生、佐々真一先生には、何回も未熟な考えを辛抱強く聞いて議論をして下さり、その度に自分のなかにいろいろなことが新たにかきたてられました。

金子研究室の柴田達夫さんには、研究には直接つながらないことから、計算機実験の技法に至る様々なことがらについて議論をして下さいました。そして、研究に対しても有益なコメントを頂きました。

東京大学の金子研究室、佐々研究室、池上研究室の皆様には、研究をしたり、いろいろなことを考えていくうえで非常にお世話になりました。

自分の研究生活を支えて下さっている多くの方々に感謝します。

References

- [1] 大沢 文夫 “行動の基準” 「生命の物理」 (岩波書店 1972) p.114.
- [2] 三井 利夫、斉藤 信彦、富田 和久、他 「生物と協同現象」 (日本生物物理学会 1976) p.75.
- [3] 金子 邦彦、津田一郎 「複雑系のカオス的シナリオ」 (朝倉書店 1996).
- [4] B.Alberts, D.Bray, J.Lewis, M.Raff, K.Roberts, and J.D.Watson, *Molecular biology of the cell*, (1983)
- [5] K.Kaneko, “Spatial period-doubling in open flow”, *Phys Lett.* **111A** (1985) 1033.
- [6] I.S.Aranson, A.V.Gaponov-Grekhov and M.I.Ravinovich, “The onset and spatial development of turbulence in flow systems”, *Physica D.* **33** (1988) 1-20.
- [7] R.J.Deissler, “Noise-sustained structure, intermittency, and the Ginzburg-Landau equation”, *J.Stat.Phys.* **40** (1985) 371.
- [8] K.Kaneko, “Lyapunov analysis and information flow in coupled map lattice”, *Physica D.* **23** (1986) 436-447.
- [9] R.J.Deissler and K.Kaneko, “Verocity dependent Lyapunov exponent as a measure of chaos for open flows”, *Phys Lett.* **132A** (1988) 101.
- [10] F.H.Willeboordse and K.Kaneko, “Pattern dynamics of a coupled map lattice for open flow”, *Physica D.* **86** (1995) 428-455.
- [11] D.Vergni, M.Falcioni, and A.Vulpiani, “Spatial complex behavior in nonchaotic flow systems”, *Phys Rev E.* **56** (1997) 6170.
- [12] E.Ott *Chaos in Dynamical Systems*, Cambridge Univ Press (1993)
- [13] E.Ott *et al.* “The transition to chaotic attractor with riddled basins”, *Physica D.* **76** (1994) 384-410.
- [14] M.Magnasco “Forced thermal ratchets”, *Phys Rev Lett.* **71** (1993) 1477.