

TAP理論 — 実スピン空間での 自由エネルギー構造

北大・理 根本 幸児
京大・基研 高山 一

スピングラス (SG) の分子場理論は、レプリカ法を中心とした Sherrington-Kirkpatrick 模型の解析によって、近年大きな発展をみせている。殊に、SG相におけるレプリカ対称性の破れと多数の (準) 安定状態の存在との対応づけの解釈は、¹⁾ 多くの注目すべき結果を与える。例えばこの解釈によれば、転移点以下で温度の低下と共に安定状態の数が階層的に増加し続けるが、²⁾ これに伴って系が連続的に転移するならば、SG相では常に臨界状態にあることになって非常に興味深い。しかし、要であるレプリカ法の解釈それ自体は決して自明なことではない。我々は、この解釈の妥当性を、Thouless らによって与えられた実スピン空間での自由エネルギー表式³⁾を用いた数値解析によって調べてみる。

TAPの自由エネルギーの a 番目の極小点 (準安定状態) を $\{m_{a,i}\}$ ($i=1\sim N$, N は全スピン数), この点での自由エネルギーを F_a とする。この時, 全ての準安定状態にわたる SG 秩序パラメータ $\bar{q}$, 局所的な SG 秩序パラメータ q_{EA} はそれぞれ,

$$\bar{q} = \left\langle \sum_{a,b} P_a P_b \left(\frac{1}{N} \sum_i m_{a,i} m_{b,i} \right) \right\rangle$$

$$q_{EA} = \left\langle \sum_a P_a \left(\frac{1}{N} \sum_i m_{a,i}^2 \right) \right\rangle$$

$$P_a \equiv e^{-\beta F_a} / \sum_b e^{-\beta F_b}$$

と表わされる ($\langle \dots \rangle$ はランダム (サンプル) 平均を表わす)。これらの量は、数値的に極小点 (実は $N \rightarrow \infty$ では鞍点となっている⁴⁾) を求めて計算できる。一方, Parisi による対称性の破れたレプリカ法との対応づけの解釈によれば, 秩序パラメータ関数 $q(x)$ を用いて,

$$\bar{q} = \int_0^1 q(x) dx$$

$$q_{EA} = q(x=1)$$

となることが期待される。これらの温度依存性についての, TAP 理論からの数値計算とレプリカ法からの結果を図 1 に示す。サンプル数 (= 27) と系の大きさ ($N=50$) がそれほど大き

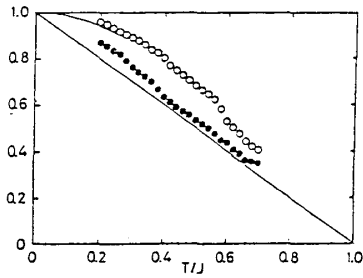


図1 $\bar{q}$ (●), q_{EA} (○)の温度依存性。実線, 破線はそれぞれのレプリカ法の結果による値。

くないこともあって多少のずれはあるが, 定性的, 半定量的には一致しているといえよう。また, この計算は個々のサンプルについて複数の極小点の温度変化を同時に追跡して行われているが, 温度上昇と共に極小点の併合が起こり, その数が減少していく様子を見ることができる。レプリカ法の結果のとおり²⁾, 極小点の集合が超計量性 (ultrametricity) をも

っているかどうかは今のところわからないが, その階層的構造の片鱗をうかがうことはできる。さらに詳しい比較をする為には, より大きな系とより多くのサンプル数が必要なことは当然であるが, 第一段階としては, レプリカ対称性の準安定状態による解釈の妥当性が, 定性的に確かめられたと考えることができよう。

References

- 1) G. Parisi, Phys. Rev. Lett. **50** (1983) 1946.
- 2) M. Mézard, G. Parisi, N. Sourlas, G. Toulouse and M. Virasoro, Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 1156; J. Physique **45** (1984) 843.
- 3) D. J. Thouless, P. W. Anderson and R. G. Pamer, Phil. Mag. **35** (1977) 593.
- 4) K. Nemoto and H. Takayama, J. Phys. **C18** (1985) L529.

スピングラスの動的分子場理論と磁場効果

東北大・工 白 倉 孝 行

§ 1. はじめに

Sherrington と Kirkpatrick¹⁾によって提出された無限長距離相互作用モデル (SK モデル) を考える。このモデルは, SG の厳密解を与えるモデルとして注目され, 主にレプリカ法を用いて詳しく調べられてきた。レプリカ法により安定解を得るためには, レプリカ対称性の破れが必要となり²⁾, これまでで最も優れた解と考えられているのが, Parisi の解³⁾である。Parisi 解でのオーダーパラメーターは, 0 から 1 までの値をとるパラメーター x の関数 $q(x)$ で表現される。しかし, レプリカ法のみによってでは, 次の疑問点が残る。①レプリカ対称性の破れの