

|               |                                                                                                             |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 氏 名           | 松 浦 重 武<br>まつ うら しげ たけ                                                                                      |
| 学 位 の 種 類     | 理 学 博 士                                                                                                     |
| 学 位 記 番 号     | 論 理 博 第 41 号                                                                                                |
| 学 位 授 与 の 日 付 | 昭 和 38 年 9 月 17 日                                                                                           |
| 学 位 授 与 の 要 件 | 学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当                                                                                     |
| 学 位 論 文 題 目   | <b>On general systems of partial differential operators with constant coefficients</b> (定数係数偏微分作用素の一般系について) |

論文調査委員 (主 査) 教授 溝 畑 茂 教授 小 堀 憲 教授 永 田 雅 宣

### 論 文 内 容 の 要 旨

調和函数  $u(x)$  は,  $\Delta u(x)=0$  の解として定義されるが,  $u(x)$  が実解析的であることはよく知られている。微分作用素  $A$  は楕円型作用素の代表例である。定数係数の微分作用素が  $P\left(\frac{\sigma}{\partial x}\right)$  が楕円型作用素であるとは,  $Pu(x)=0$  をみたす任意の  $u(x)$  が実解析的であるときをいう。Petrowsky (1939) は  $P$  が楕円型であるための条件は, 任意の実ベクトル  $\xi \neq 0$  に対して  $P_0(\xi) \neq 0$  であることを示した。ここに  $P_0$  は  $P$  の最高斉次部分である。

この論文では, 一般定数係数の微分作用素のシステムに対して,  $P$  が楕円型であるための条件を示した。

具体的に言えば

$$P\left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}\right) = \begin{pmatrix} P_{11}\left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}\right) & \cdots & P_{1n}\left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ P_{m1}\left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}\right) & \cdots & P_{mn}\left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}\right) \end{pmatrix}, \quad m \geq n,$$

に対応して, 多項式のマトリックス

$$P(X) = \begin{pmatrix} P_{11}(X) & \cdots & P_{1n}(X) \\ \vdots & & \vdots \\ P_{m1}(X) & \cdots & P_{mn}(X) \end{pmatrix}$$

を考え, すべての  $(n, n)$ -小行列式から生成されるイデアルを  $\mathfrak{A}$  とする。  $V$  を  $\mathfrak{A}$  によって定義される多様体,  $V^*$  を  $V$  から定義される射影空間内での多様体とする。

$P\left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x}\right)$  が楕円型であるための条件は,  $V^*$  が実の無限遠点をもたないことであることが示されている。この新しい結果は, Petrowsky の結果の自然な拡張になっているばかりでなく, 著者のその後の研究の基礎となっている。

さらに, 参考論文 1 では, もっと一般的な問題を主論文で得られた方法を用いて解決している。すなわ

ち、 $P\left(\frac{1}{i}-\frac{\partial}{\partial x}, \frac{1}{i}-\frac{\partial}{\partial y}\right)$  という形で、偏微分作用素に表われる独立変数を2組に分離して考えたとき、 $Pu(x, y)=0$  の解  $u(x, y)$  が  $x$  に対してなめらかになるときに  $x$  に関して偏準楕円性をもつということにすれば、前記  $V^*$  の性質として、偏準楕円性が特徴づけられることが明瞭に示されている。

参考論文2においては、確率論から生じた問題であるところの、位相ベクトル空間における集合の可測性について、注目すべき結果を得ている。

## 論文審査の結果の要旨

一般の定数係数の偏微分作用素のシステムを考え、これが楕円型であるための条件を考察するのが著者の論文の主要な目的である。このような問題は、システムに表われる方程式の数と未知関数の数とが一致する場合には Petrowsky (1939) によって取り上げられ解決された。このとき  $P$  が正方行列になるため、代数的な困難さはなく、問題は与えられた条件のもとで非解析的解を具体的に構成することに帰せられる。Hörmander (1958) は一般システムが準楕円型になるための条件を導き出した。そのとき  $P$  が正方行列でないために、多項式のイデアルという取り上げかたがなされた。

著者の研究は、両氏の研究を総合する立場をとり、非解析的解の構成に成功した。すなわち、もし  $V^*$  が実の無限遠点  $(0, \xi_1, \dots, \xi_i)$  をもてば、超平面  $\xi \cdot x = 0$  の近傍で非解析的になる、なめらかな解  $u(x)$  をつくることができるということが証明された。方法は、代数幾何学の諸結果と、超函数論における諸結果とを巧みに結合したものである。このことは、著者の解析学における知識と能力の非凡であることを示すばかりでなく、数学全般にわたってすぐれた識見をもっていることを明瞭に示している。

参考論文においても、主論文で得られた結果と方法とを、さらに飛躍的に発展させて、一見困難とされていた問題を解決している。これは、主論文で得られた方法のすぐれていることを明瞭に示すと共に、著者の創造力のすぐれていることを示している。

よって本論文は理学博士の学位論文としての価値が十分にあるものと認めることができる。