

(24) 有限系の準安定状態

京大・教養 富 田 博 之
京大・理 村 上 力

まず有限系の自由エネルギーをスピン系を用いて考察してみる。

$$\beta F_N(m, H) = -\frac{1}{N} \ln Z_N(m, H) \quad (1)$$

$$Z_N(m, H) = \int d^N s \left\{ \prod_i \delta(1 - s_i^2) \right\} \delta\left(\sum s_i - Nm\right) \exp(-\beta \mathcal{U}) \quad (2)$$

$$\mathcal{U} = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} s_i s_j - H \sum s_i \quad (3)$$

(J_{ij} ; nearest neighbor interaction)

ただし

$$F_N(m, H) = F_N(m, 0) - Hm \quad (4)$$

これは厳密には求められていないが (2) で

$$\prod_i \delta(1 - s_i^2) \longrightarrow \delta\left(N - \sum s_i^2\right)$$

と代えた spherical モデルについては $N \gg 1$ に対して正確に計算することができる。その結果、 $T < T_c$, $H = 0$ の時、自発磁化 $\pm m_s$ の間で $F_N(m, 0)$ はバリアとなり、その高さは

$$\Delta F_N \propto N^{2/3} \quad (5)$$

となる。(ただし 3 次元, T_c および m_s は $N = \infty$ の時のもの) これに対し $\pm m_s$ より外側は殆んど N によらず, $N \rightarrow \infty$ では $F_N(m, 0)$ は $\pm m_s$ の間で平らになる。2 次元イジング系では上の $2/3$ の代りに $1/2$ と報告されており, 一般に

$$\Delta F_N \propto N^{-\lambda}, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (6)$$

と考えられる。(分子場近似では $\lambda = 0$)

$H \neq 0$ の場合は (4) より

$$|H| > H_c \cong \Delta F_N / m_s \quad (7)$$

に対して $F_N(m, H)$ は double minimum ではなくなる。この限界磁場 H_c は (6) より $H_c \propto N^{-\lambda}$ と, N 依存である。この関係を図 1 に示した。

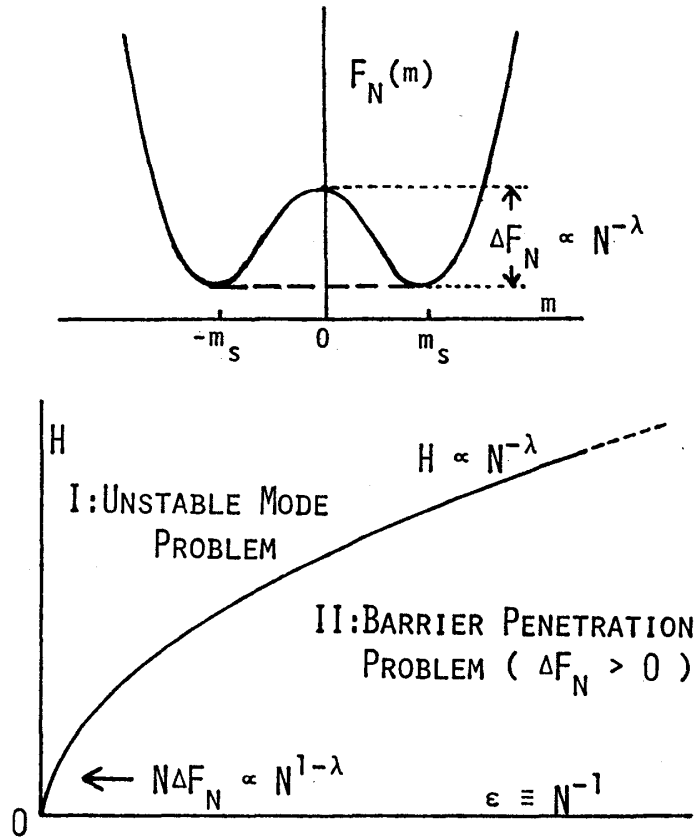


図 1

領域 I ではバリアはなく, II では $\Delta F_N > 0$ である。各々の領域に対して, 長時間域での動力学が次のように特徴づけられる。

- I. 自由エネルギーバリアはなく, 局所平衡に達した後は, 長波長モードの揺ぎが不安定異常増大を示し, 準安定状態が崩壊する。動力学としては非線型モード結合理

富田博之・村上 力

論が必要である。

Ⅱ. 不安定モードは現われず、すべてのモードが定常に達した後は、LRO のみで閉じたマスター方程式

$$\frac{d}{dt}P(m, t) = \sum_m W(m' \rightarrow m) P(m', t) - \sum_{m'} W(m \rightarrow m') P(m, t)$$

が適用され、緩和時間は

$$\tau_2 \propto \exp(\beta N \Delta F_N)$$

と、 $\Delta F_N \neq 0$ である限り大きな系では実際上無限大である。

緩和過程に現われる自由エネルギーは F_N を N 倍した全自由エネルギーであり、 $H = 0$ では

$$N \Delta F_N \propto N^{1-\lambda} \rightarrow \infty$$

となり、 $N \rightarrow \infty$ と $H \rightarrow 0$ の極限操作の順序が問題であり、 $N^{-1} = 0$, $H = 0$ は特異点となる。

I の領域に対しては昨年の王子セミナーで扱った mean-spherical 近似の方法で、空間的揺ぎと LRO の時間発展を調べることができ、有限系に対する上記の考察がこの立場からも補強される。