

の pole つまり retarded Green's function の pole の式となる。Retarded Green's function の pole が spectrum を決めるということはよく知られた事実で、このことと一致する。

ϕ として bilocal field をとれば有限温度の B-S 方程式が得られる。このときは 4-体 Green's function の拡張された retarded combination の pole ということになる。

以上くわしくは

Stability Conditions of the Quantum System — A General Formalism — by
R. Fukuda, Prog. Theor. Phys. 78 No.6 to appear

をごらん下さい。

QCDにおける非摂動効果の計算法

慶応大・理工 福田 礼次郎

くりこんだ結合定数 g の展開の形で、摂動では零となってしまう量 ϕ — 非摂動的な量 — を求める方法を提案する。その展開式は ϕ を naive な質量次元が δ の量とし、その異常次元 r , β -関数の展開を

$$r(g) = r_1 g^2 + r_2 g^4 + \dots$$

$$\beta(g) = b_0 g^3 + b_1 g^5 + \dots$$

とすると、

$$\phi^{1/\delta} = \mu \exp \left(\frac{1}{2b_0 g^2} - \frac{1}{2b_0} \left(\frac{r_1}{b_0} + \frac{b_1}{b_0} \right) g^2 \ln g^{-2} + d_0 + d_1 g^2 + \dots \right) \quad (1)$$

のようになっているはずである。(求まるものとすれば。)

さて摂動ですべての order で零となる量を計算する最もふつうの方法は、外場 J を入れて、その存在のもとでは摂動で零でない ϕ の値が求まるようにする。そして後で外場を零としたとき、 $\phi = 0$ 以外の解があるかどうかをみるというものであろう。今本来のラグランジアンを $\mathcal{L}$, 外場によって変化した fictitious なラグランジアンを $\mathcal{L}_J$ とする。もちろん $\mathcal{L}_{J=0} = \mathcal{L}$ である。 ϕ に対応する operator $\hat{\phi}$ の期待値を $\mathcal{L}_J$ のもとで摂動で計算し、

$$\langle \hat{\phi} \rangle_J \equiv \phi = \sum_{n=0}^{\infty} g^n h_n(J) \quad (2)$$

とおく。実際は有限の order で切った (2) を採用し $J=0$ において $\phi \neq 0$ の解があるかどうかを見る。ところが (2) をそのまま $n = n_0$ で切って用いると $\phi = 0$ しか存在しない (これは明らか)。そこで次のようなことを行う。

(2) を J について解いて $J = J(\varphi)$ とする。このとき φ を g について order 1 の量とみなす。 (I)

こうしてできたものを

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} g^n k_n(\varphi) \quad (3)$$

とする。この (3) で $n = n_0$ まで切って $J = 0$ の解をさがす。こうすると $\varphi \neq 0$ 解は (存在するものなら) 見つかる。 $k_n(\varphi)$ の $n \leq n_0$ なる項は $h_n(J)$ の $n \leq n_0$ をみたす項から計算できるので、これは摂動のグラフ計算で求まる。 φ を order 1 の量とみなすというのは非摂動解をさがすとき、Effective potential の議論から重要な概念であることは理解できる。さて次に求まった非摂動解が、次々に高次の補正を (3) 式に従って考慮していったときに意味をもつかという問題を考える。ここで話を QCD に限れば φ は (1) 式の形をもつので、変数を (g, φ) から $(g^2, t \equiv g^2 \ln \varphi^{1/\delta}/\mu)$ へ変換する。そうすると解は $t = O(1)$ となって見やすくなる。よって

$$(3) \text{ を } (g^2, t) \text{ で rearrange せよ} \quad (\text{II})$$

ということになる。その series を、 J の mass dimension を 1 として

$$J = \varphi^{1/\delta} f(t, g) = \varphi^{1/\delta} \sum_{n=0}^{\infty} (g^2)^n f_n(t) \quad (4)$$

と書く。(I) と (II) が我々の strategy である。 $J = 0$ の解を最低次

$$f_0(t) = 0 \quad (5)$$

で求め、その解を $t = t_0$ とする。そして

$$f_0(t) + g^2 f_1(t) = 0 \quad (6)$$

の解を $t = t_0 + \Delta t$ の形で求める。このようにすれば次々に高次の補正を求めることができ、その series が (1) のようになっているかどうかを check することができる。具体的な計算をする前に、くりこみ群が、 $f_n(t)$ の形をかなり fix してしまうのでそれを見ることにする。

簡単のため $\mu dJ/d\mu = 0$ となるように J をえらんだとする。この式から (4) より $f_n(t)$ に対する常微分方程式の列が得られる。 $f' \equiv df/dt$ とおくと

$$(2b_0 t - 1) f'_0 + (r_1/\delta) f_0 = 0. \quad (7)$$

よって

$$f_0 = C(1 - 2b_0 t)^{\eta}, \quad \eta = -r_1/2\delta b_0. \quad (8)$$

このことから $r_1 > 0$ なら最低次の $J = 0$ の解 $t = t_0 = 1/2b_0$ が求まることになる。(8) で C の値はグラフ計算にたよることになる。ここで φ として quark 場の局所的な双 2 次形式を考えると r_1 は one-gluon

交換による2つの quark 間の引力-斥力を決める因子 $A^{(1)}$ と関係していることに注意する。ただし r_1 には quark self-energy の部分からの寄与も含まれている。ゲージ不変性からこれは必然である。 $A = \sum_a \lambda^{a(1)} \lambda^{a(2)}$ とおくと

$$r_1 = -(3/8 \pi^2) A \quad (9)$$

であり $A < 0$ が引力 $A > 0$ が斥力であるから $r_1 > 0$ が引力, $r_1 < 0$ が斥力である。つまり (8) より

引力ならその channel に condense する

という物理的にもっともな描像を得る。高次の項を議論するため $r_1 > 0$ として

$$\begin{aligned} \bar{f}(t, g) &\equiv K(g) f(t, g)^{1/\eta} \\ K(g) &\equiv \lim_{g_0 \rightarrow 0} g_0^2 \exp \int_{g_0}^g dx \, r(x) / \eta \delta \beta(x) \\ &= g^2 \left\{ 1 + \left(\frac{r_2}{r_1} - \frac{b_1}{b_0} \right) g^2 + \dots \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

を考える。 $\bar{f}$ は

$$\begin{aligned} \left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \hat{\beta}(g) \frac{\partial}{\partial g} \right) \bar{f} &= 0 \\ \hat{\beta}(g) &= \frac{\beta}{1 - r/\delta} \equiv b_0 g^3 + \hat{b}_1 g^5 + \dots \end{aligned}$$

をみたし

$$\bar{f}(t, g) = \frac{1}{g^2} W_{-1}(t) + W_0(t) + g^2 W_1(t) + \dots$$

という展開を持つ。 W_{-1}, W_0 は

$$\begin{aligned} (1 - 2b_0 t) W'_{-1} + 2b_0 W_{-1} &= 0, \\ (1 - 2b_0 t) W'_{-1} + \frac{2\hat{b}_1}{1 - 2b_0 t} W_{-1} &= 0 \end{aligned}$$

を満たすのでこの order まででは

$$\bar{f}(t, g) = \frac{C_{-1}}{g^2} (1 - 2b_0 t) + \frac{C_{-1} \hat{b}_1}{b_0} \ln(1 - 2b_0 t) + C_0 \quad (11)$$

と求まる。ここで C_{-1}, C_0 は積分定数で、値はグラフ計算でのみ求まる。(11) より $\bar{f} = 0$ の解を求めそれを t_0 とすると、 t_0 は小さい g で

$$t = \frac{1}{2b_0} - \frac{\hat{b}_1}{2b_0^2} g^2 \ln g^{-2} + O(g^2 \ln \ln g^{-2})$$

のように振舞い (1) の右辺第 2 項まで正しく再現している。さらに高次においては ref. 2) を見ていただきたい。

$\hat{\phi} = \bar{\psi}(x)\psi(x)$ にとって QCD の chiral symmetry breaking を (11) 式 = 0 の解を数値的に求めてみた。そのとき (10) より r_2 が必要となるのでそれを別に求めた。その結果はゲージ群を $SU(N)$, N_f を flavor の数として

$$r_2 = \frac{\alpha_s^2}{16\pi^2} \left(51 C_2(N)^2 + \frac{25}{3} C_2(N) C_2(G) - \frac{20}{3} C_2(N) N_f T(R) \right)$$

である。ここで $\alpha_s = g^2/4\pi$, $C_2(N) = (N^2 - 1)/2N$, $C_2(G) = N$, そして $T(R) = 1/2$ (quark は基本表現) である。グラフ計算より

$$\begin{aligned} \frac{C_0}{C_{-1}} &= \frac{1}{6} (c + 2 \ln a) + \frac{1}{2b_0} \left(\frac{r_2}{r_1} - \frac{b_1}{b_0} \right) \\ a &= \frac{4N}{16\pi^2} (1 - \ln 2) \\ ac &= \frac{6N}{16\pi^2} \{ 2(1 - \ln 2)(\gamma - \ln 4\pi) + 6(\ln 2)^2 + 7 \ln 2 - 9 \}, \end{aligned} \quad (12)$$

ただし $\gamma = 0.57712 \dots$ はオイラー定数である。(12) の結果は次のような source J の入れ方をしたときのものである。いま $\mathcal{L}_J = \mathcal{L}_{\text{QCD}} + \mathcal{A}\mathcal{L}_J$ とおき、ユークリッド metric で q を quark field として

$$\int d^4x \mathcal{A}\mathcal{L}_J = \sum_l \int d^4p m(p^2) \bar{q}_l(p) q_l(-p) \quad (13)$$

のようにとる。ここで l は flavor index である。 $m(p^2)$ として

$$m(p^2) = -J \theta(J^2 - p^2) \times Z_2(\epsilon, g_u^2 J^{-\epsilon})$$

にとった。ただし dimensional regularization ($\epsilon = 4 - d$) で quark の Z_2 factor を計算に, subtraction scheme としては minimal subtraction を採用した。 θ は step function で, q_u は bare coupling constant である。(13) はゲージ不変性を破るが $J = 0$ ではゲージ不変であり我々は $J = 0$ の結果のみ用いるので問題はないだろう。(13) は soft な operator なので何かと都合がよい。数値を出すには, perturbative QCD と同様な procedure でよくて,

$$\mu = 30 \text{ GeV} \text{ で } (\alpha_s)_{\overline{\text{MS}}} = 0.19$$

を用いると (11) の零点から

$$\phi^{1/\delta} = 302 \text{ MeV}$$

$$(\phi^{1/\delta})_{\text{exp}} = 250 \text{ MeV}^3$$

が得られる。ただし perturbative QCD と同じレベルの ambiguity があり, higher order を

入れると大きくずれるかもしれない。今後の問題として(たくさん残っているものの一つであるが)残っている。くわしくは preprint²⁾ をご覧頂きたい。

references

- 1) S. Raby, S. Dimopoulos and L. Susskind, Nucl. Phys. **B169**, 373 (1980)
- 2) R. Fukuda; "A method of calculating non-perturbative effects in quantum chromodynamics" preprint (Keio Univ. 1987)
- 3) M. Gell-Mann, R. Oakes and B. Renner, Phys. Rev. **175**, 2195 (1968); H. Leutwyler, Phys. Lett. **48B**, 45 (1974)

量子力学の確率解釈と観測理論^{*})

基 研 牧 二 郎

§ 1 取り上げる問題

量子力学の確率解釈, すなわち $|\psi|^2 = \text{確率}$ という Born Ansatz は量子力学の結果を実験事実と対応させる上で不可欠であり, その正しさも経験的に十分確かめられていることは周知であるが, これを量子力学の論理体系の出発点をなす“公理”のように扱うことが果して妥当であるか否かを検討するのがこの報告の目的である。

ψ が 1 つの粒子の Schrödinger 関数 $\psi(x)$ であれば, $|\psi|^2 dx$ とは, “測定によってその粒子の位置が x と $x + dx$ との間に見出される確率である”というのが Born Ansatz の正確な意味であって, それは“位置の測定をしてもしなくても粒子がそこに存在する確率”を意味するものではない。(両者を混同してはならないことは, 朝永「量子力学Ⅱ」の中で特に入念に説明されている。)

したがってこの(正確な)意味での Born Ansatz が量子力学の理論構成の出発点に置かれて, しかも明確な意味内容を持つためには, この Ansatz 中にある「観測」ないし「測定」という言葉が内容的に明瞭に定義されていなければならないであろう。伝統的な Copenhagen 解釈では, von Neumann の定式化に代表されるように,¹⁾ いわゆる“状態の非因果的な収縮”(Process I)が測定によって伴われると宣言され, それが Born Ansatz の“測定”なる言葉に内容をあたえている。Born Ansatz の代りにオブザーバブル(A)の期待値に関する Ansatz: $\langle A \rangle_{EV} = \langle \psi | A | \psi \rangle$ を用いても事情は同一で, 期待値にはやはり(多数回の)測定という概念がつきまとう²⁾

この論理構成の一つの長所は, “測定”の内容が状態収縮と関連して一気に公理的に与えられ, 測定(あ

^{*}) 詳細は Preprint RIFP726, Nov. 1987 (Prog. Theor. Phys. **79** (1987) No. 2 in press) を参照下さい。同論文は DESY preprint 87-100, Aug. 1987 の改訂版です。