

“表面に平行な磁場の中の表面プラズマ波”

東京理科大学 中 村 淑 子

半無限空間を占める真空と平面 $Z=0$ で接する半無限金属に於ける表面プラズマ波の、磁場中での分散公式を、retardationを入れた、non-localなモデルで導いた。考察の対象は、Azbel-Kaner geometry、即ち、金属表面に平行な磁場の場合で、表面プラズマ波の伝播方向は、平面に平行かつ磁場に垂直な場合を主に取扱う。金属内の自由電子の運動は、hydrodynamic modelによって記述するが、電磁場の完全な Maxwell 方程式と連立させて、retardationを考慮に入れると、電子密度のゆらぎ $n_1(\mathbf{r}, t)$ と、それによりひき起こされる電磁場に対する方程式は、ゆらぎの一次までとった近似で

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi e n_1$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{C} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{C} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi e n_0}{C} \mathbf{v}$$

$$n_0 m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{C} \mathbf{v} \times \mathbf{H}_0 \right\} - m \beta^2 \nabla n,$$

ここに e , m , $\mathbf{v}$ は電子の電荷, 質量, 平均速度で, $\beta^2 \equiv \frac{3}{5} V_F^2$ (V_F : フェルミ速度), n_0 は平衡状態での電子密度である。y軸を $\mathbf{H}_0$ に平行にとり, クーロンゲージのもとで, ポテンシャル Φ , $\mathbf{A}$ を導入すると, 方程式は divergence-less な部分と, curl-less な部分に分離され

$$\Delta \Phi = -4\pi e n_1$$

$$\nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = 4\pi e n_0 \mathbf{v}_\parallel$$

中村淑子

$$\left(\Delta - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{A} = - \frac{4\pi e n_0}{C} \mathbf{v}_t$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_t}{\partial t} = - \frac{e}{mc} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \omega_c \mathbf{v}_\ell \times \mathbf{b}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\ell}{\partial t} = - \frac{e}{m} \nabla \phi - \frac{\beta^2}{n_0} \nabla n_1 - \omega_c \mathbf{v}_t \times \mathbf{b}$$

となる。 $\mathbf{b}$ は H_0 方向の単位ベクトル, $\omega_c = \frac{|e| H_0}{mc}$ で, $\mathbf{v}_t, \mathbf{v}_\ell$ は $\mathbf{v} = \mathbf{v}_t + \mathbf{v}_\ell$, $\text{div } \mathbf{v}_t = \text{rot } \mathbf{v}_\ell = 0$ で定義する。X方向に伝播する波を考えるので, $f(\mathbf{r}, t) = f(z) e^{i(kx - \omega t)}$ なる形の解を求めると, 上記の連立微分方程式は正確に解け, T-H mode に限定すると全ての量は

$$f(z) = C_1 e^{\alpha z} + C_2 e^{\gamma z}$$

の形の解をもつ。ここに α, γ は $Q(X) = 0$ の正根である。ただし

$$Q(X) \equiv (C^2 X^2 + \omega^2 - \omega_p^2 - C^2 k^2)(\beta^2 X^2 + \omega^2 - \omega_p^2 - \beta^2 k^2) - \omega_p^2 \omega_c^2$$

この金属内の解と真空中の解に対し, E_x, E_z と H_y の境界面上での連続条件を置けば, 任意の k と ω_c で成立つ分散公式が得られる。

特に $\omega_c/\omega_p \equiv \varepsilon \ll 1$ の場合, ε の一次までとると, 分散式は

$$\omega^2 \alpha_o \gamma_o - (\omega_p^2 - \omega^2) \gamma_o \delta_o - \omega_p^2 k^2 + \varepsilon k \left\{ \frac{\omega \omega_p^3}{\omega_p^2 - \omega^2} (\gamma_o \alpha_o) - \omega \omega_p (\alpha_o + \delta_o) \right\} = 0$$

となる。ここに $\alpha_o = \lim_{\omega \rightarrow 0} \alpha, \gamma_o = \lim_{\omega \rightarrow 0} \gamma$ で

$$C^2 \alpha_o^2 = C^2 k^2 - \omega^2 + \omega_p^2, \beta^2 \gamma_o^2 = \beta^2 k^2 - \omega^2 + \omega_p^2,$$

$$C^2 \delta_o^2 = C^2 k^2 - \omega^2 \quad \text{である。}$$

“表面に平行な磁場の中の表面プラズマ波”

分散式は $k \rightarrow 0$ の極限で $\omega = C k$ に近づき, $\frac{\omega_p}{\beta} \gg k \gg \frac{\omega_p}{\beta}$ の electrostatic region では

$$\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}} \left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon + \frac{\beta k}{\sqrt{2} \omega_p} \right) \text{ を与え}$$

当然, Chiu, Quirn¹⁾ の結果と k の linear term を除き一致する。ここに下符号は磁場を反転した場合を与える。

上記と同様の方法は, azbel-Kaner geometry で k と H_0 が平行な場合及び, Faraday geometry に対しても適用出来る。結果は共に ω_c は二次の correction としてしか表われない。bulk のプラズマ振動は, 電子の rotational な運動と couple しないが, 表面のある場合, 表面に於ける境界条件のために縦波と横波は Couple し, 表面プラズマ振動は電子の rotational な運動を引起す。この表面プラズマ振動と couple した渦ベクトルは表面に平行で波の伝播方向に垂直である。従って, ここに磁場 H_0 をかければ, azbel-Kaner geometry で H_0 が k に垂直な場合には一次の splitting を起す。これは表面プラズマ振動の Zeeman splitting と呼ぶべきものである。

以上, 詳しくは, Solid State Communication に掲載されるので, それを御覧下さい。

Reference

- 1) K. W. Chiu and J. J. Quinn : Nuovo Cimento 10B, 1 (1972)