

本稿に於ける, 2, 3 の話題

京大理 大野 環

当原稿に於いては, *prehomogeneous vector space*
 $(G, V) = SL(5) \times GL(4)$ の, いくつかの orbit に於ける,
 $\textcircled{B} \otimes \textcircled{D}$
localization についてある。予稿集に於いてある
いくつかの話題は, いくつかの論文に於ける; 43. [3][4]^{*}
 (G, V) の orbit $\textcircled{3'}$ が, $u^4 + x_2 u^2 + x_3 u + x_4 = 0$ の
判別式に於ける, x_2 , 5 次, 6 次, 7 次 の判別式も *simple* で
あることを判明した以後, orbit $\textcircled{4}$ がまさに 5 次式の判別
式であることが佐藤一博により確認された。佐藤は又,
一般に, n 次式の判別式は *simple*, (しかも, n 次元の stratum
が *simple holonomic set* である) ことを示した。これは, 一般に,
Coxeter 群の基本反不変式に由来するものが, *simple* であ
ることを一例として一般化した [5]^{**}。

* On the b -functions. , *b* 函数の理論 (岩波数学) etc.

** Microlocal structure of polynomials associated to Coxeter groups

付録 矢野 環, 関口 次郎

$SL(5) \times GL(4)$ のいくつかの orbit について,
日 田 口

localization の一覧表をここに示す.

表現空間を $V = \sum_{j=0}^9 V_j^5 \otimes u_j$, $V^5 = \sum_{j=1}^5 \mathbb{C} u_j$, $V_j^5 = \sum \mathbb{C} u_i \wedge u_j$.

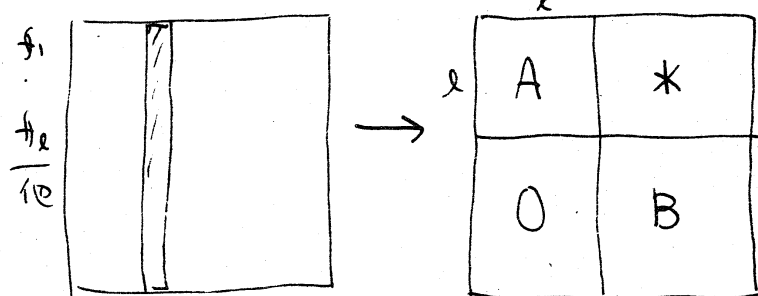
とすると $(u_i \wedge u_j) \otimes u_k$ を ijk と略記する.

④'' は 5 次式の判別式があるが,

⑤'' は $GL(2)$ の不変式に由来するが, 判別式ではない.

ここは α -localization は, 40×40 行列を, 実際に
基本変型を実行することで, $4 \times 4 \sim 8 \times 8$ 行列に
(たもつて) ある. 一般に, codimension ① の orbit ① において,
transversal な方向 $f_1, \dots, f_r$ をとり,

$\mathbb{C}_0 + x_1 f_1 + \dots + x_r f_r$ に対する $\mathcal{O}_\lambda$ の作用を 40×40 行列で表示し,



それを右のよう
に変型すると,
(ただし $\det B \neq 0$)
A が, ① につい

てもその $\mathcal{O}_\lambda$ の作用を表示している.

以下に示す Z_{ii} 環の basis は, おいて free basis である.
cf [7].

④ 佐藤, 岡口 文郎.

generic pt. $256 + 247 + 357 - 348 - 158 + 149 - 239.$

ω normal $136, -126 + 137, 146 + 236 + 127 + 138, 2 \cdot 156 - 2 \cdot 346 - 147 - 237 + 128 + 139$

g. pt. $+ 13 \otimes (x_2 9 + x_3 8 + x_4 7 - x_5 6)$

$f_{\text{hor}}(x_2, x_3, x_4, x_5) = \underline{\text{discriminant of } u^5 + x_2 u^3 + x_3 u^2 + x_4 u + x_5}$

X_0	X_1	X_2	X_3
$2X_2$	$3X_3$	$4X_4$	$5X_5$
$3X_3$	$4X_4 - \frac{6}{5}X_2^2$	$5X_5 - \frac{4}{5}X_2X_3$	$-\frac{2}{5}X_2X_4$
$4X_4$	$5X_5 - \frac{4}{5}X_2X_3$	$2X_2X_4 - \frac{6}{5}X_3^2$	$3X_2X_5 - \frac{3}{5}X_3X_4$
$5X_5$	$-\frac{2}{5}X_2X_4$	$3X_2X_5 - \frac{3}{5}X_3X_4$	$2X_3X_5 - \frac{4}{5}X_4^2$

尚, X_0 は $\mathfrak{sl}(5) \times \mathfrak{gl}(4)$ の Lie 環の元

$$E_{44} + 2E_{22} + 3E_{33} + 4E_{11} - (2E_{66} + 3E_{77} + 4E_{88} + 5E_{99})$$

に對して $[X_0, \cdot]$ は weight λ の元を λ 倍する.

$$[X_1, X_2] = \frac{4}{5}X_3X_0 - \frac{4}{5}X_2X_1 + X_3$$

$$[X_1, X_3] = \frac{2}{5}X_4X_0 - \frac{2}{5}X_2X_2$$

$$[X_2, X_3] = -X_5X_0 + \frac{3}{5}X_4X_1 - \frac{3}{5}X_3X_2 + X_2X_3$$

⑤ 天野

$$\text{generic pt. } 356 + 137 - 457 + 258 + 348 + 149 + 239$$

$$\text{conormal } 126, 246, 236 - 146 + 247, 256 - 346 + 248 - 2 \cdot 127, \\ 136 + 456 + \frac{1}{2}(-147 + 237 - 249 - 3 \cdot 128)$$

$$\text{gen. pt.} + (x \cdot 13 + y \cdot 25 + z \cdot 23 + u \cdot 12 + v \cdot 24) \otimes 6 \quad \times \times 412",$$

$$f_{\text{hor}} = \det \begin{array}{ccccc} 2x & 2y & 4z & 5u & 6v \\ 3y & 3z - 3x^2 & -20u - 2xy & -4v + 4xz - y^2 & 12xu + yz \\ 4z & -5u - 2xy & 12v - 4xz & -6xu & 4(z^2 + yu + 2xv) \\ 5u & -v + xz & -6xu & yu & -uz \\ 6v & 3xu & 4(z^2 + yu + 2xv) & -zu & -2 \begin{pmatrix} 10u^2 - 4zv - 4x^2v \\ -xz^2 - 4xyu \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\text{gen. pt.} + \left(\frac{2}{3}x_2 \cdot 13 + x_3 \cdot 25 + \frac{4}{3}x_4 \cdot 23 - \frac{4}{3}x_5 \cdot 12 + 8x_6 \cdot 24 \right) \otimes 6 \quad \times \times 412",$$

$$\begin{array}{ccccc} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ 2X_2 & 3X_3 & 4X_4 & 5X_5 & 6X_6 \\ 3X_3 & 4X_4 - \frac{4}{3}X_2^2 & \frac{40}{3}X_5 - \frac{2}{3}X_2X_3 & 16X_6 + \frac{1}{2}X_3^2 - \frac{16}{9}X_2X_4 & -\frac{8}{9}X_2X_5 + \frac{1}{9}X_3X_4 \\ 4X_4 & 5X_5 - X_2X_3 & 36X_6 - \frac{4}{3}X_2X_4 & -2X_2X_5 & \frac{4}{9}X_4^2 - \frac{4}{3}X_2X_5 + \frac{8}{3}X_2X_6 \\ 5X_5 & 6X_6 - \frac{2}{3}X_2X_4 & -2X_2X_5 & -\frac{1}{2}X_3X_5 & -\frac{1}{9}X_4X_5 \\ 6X_6 & -\frac{1}{3}X_2X_5 & \frac{4}{9}X_4^2 - \frac{4}{3}X_3X_5 + \frac{8}{3}X_2X_6 & -\frac{1}{9}X_4X_5 & + \frac{2}{27} \begin{pmatrix} -5X_5^2 + 12X_4X_6 + 4X_2^2X_6 \\ + \frac{1}{3}X_2X_4^2 - X_2X_3X_5 \end{pmatrix} \end{array}$$

となり, ここで X_0, X_1 は 6 次式の discriminant と共通で"ある".

$\{X_0, \}$ は weight の 4 である.

$$\begin{aligned}
[X_1, X_2] &= -4X_3 && -\frac{2}{3}X_2X_1 \\
[X_1, X_3] &= -3X_4 && +\frac{1}{3}X_2X_2 && -\frac{1}{2}X_3X_1 && +\frac{1}{3}X_4X_0 \\
[X_1, X_4] &= && \frac{1}{6}X_3X_2 && -\frac{1}{3}X_4X_1 && +\frac{1}{3}X_5X_0 \\
[X_2, X_3] &= && -\frac{2}{3}X_2X_3 && && +\frac{2}{3}X_5X_0 \\
[X_2, X_4] &= && \frac{2}{9}X_4X_2 && -\frac{8}{9}X_5X_1 && +\frac{8}{3}X_6X_0 \\
[X_3, X_4] &= && -\frac{1}{9}X_4X_3 && +\frac{1}{9}X_5X_2
\end{aligned}$$

discriminant の場合と, 対称な形でよい.

$f[A]$ は $X_0 - 30A$, X_1 , $X_2 + \frac{4}{3}X_2A$, $X_3 - X_3A$, $X_4 - (2X_4 + \frac{8}{27}X_2^2)A$ で生成される.

6 次式の discriminant の Lie 環の basis を $\dot{X}_0, \dot{X}_1, \dot{X}_2, \dot{X}_3, \dot{X}_4$ とし, 上のものと差をとることは, $X_0 = \dot{X}_0$, $X_1 = \dot{X}_1$ に加えて, 著 (1) を用いる. 即ち, $A = 30X_6 - \frac{10}{3}X_2X_4 + \frac{3}{2}X_3^2$, $B = -5X_2X_5 + X_3X_4$
 $C = -\frac{4}{3}X_2X_6 - \frac{5}{6}X_3X_5 + \frac{4}{9}X_4^2$ とおくと, $D = -3X_3X_6 + \frac{1}{3}X_4X_5$
 $X_2 - \dot{X}_2 = (\frac{25}{3}X_5 + \frac{1}{3}X_2X_3)D_3 + AD_4 + BD_5 + CD_6$
 $X_3 - \dot{X}_3 = \frac{1}{3}AD_3 + BD_4 + 3CD_5 + DD_6$
 $X_4 - \dot{X}_4 = \frac{1}{9}BD_3 + CD_4 + DD_5 + (-\frac{10}{9}X_4X_6 + \frac{8}{27}X_2^2X_6 + \frac{25}{54}X_5^2 - \frac{2}{27}X_2X_3X_5 + \frac{2}{81}X_2X_4^2)D_6$

この 3 の事情について, 詳細は [7] を参照せよ.

(6''')

≠ 予

generic pt. $136 + 147 + 158 + 237 + 248 + 259$ conormal $456, 457-356, 458+346-357, 459+347-358, 348-359, 349.$ gen. pt + $(x_0 45 + x_1 35) \otimes 6 + 34 \otimes (x_2 6 - x_3 7 + x_4 8 - x_5 9)$

X_{-1}	X_0'	X_0	X_1	X_2	X_3
	$5X_0$		X_1	$2X_0X_1$	
$5X_0$	$4X_1$	X_1	$2X_2$	$3X_0X_3 + X_1X_2$	$4X_0X_4$
$4X_1$	$3X_2$	$2X_2$	$3X_3$	$4X_0X_4 + 2X_1X_3$	$3X_1X_4 + 5X_0X_5$
$3X_2$	$2X_3$	$3X_3$	$4X_4$	$5X_0X_5 + 3X_1X_4$	$2X_2X_4 + 4X_1X_5$
$2X_3$	X_4	$4X_4$	$5X_5$	$4X_1X_5$	$X_3X_4 + 3X_2X_5$
X_4		$5X_5$			$2X_3X_5$

$\underbrace{\quad}_{\substack{\text{GL}(2) \\ \text{equiv.}}}$

 $f_{\text{loc}} = \text{discriminant of } x_0 u^5 + x_1 u^4 + x_2 u^3 + x_3 u^2 + x_4 u + x_5$

$$[X_0, X_0'] = 0 \quad [X_0', X_0] = \underset{v=-1}{X_{-1}}, \underset{1}{-X_1}, \underset{2}{3X_2}, \underset{3}{2X_3}$$

$$[X_0, X_0'] = 0$$

$$[X_1, X_2] = X_3 + x_2 X_1 - \frac{2}{5} X_3 X_0 + \frac{3}{5} X_3 X_0'$$

$$[X_1, X_3] = \frac{6}{5} X_4 X_0 - \frac{4}{5} X_4 X_0' + 2X_5 X_{-1}$$

$$[X_{-1}, X_2] = 2X_0 X_1 - \frac{4}{5} X_1 X_0 + \frac{6}{5} X_1 X_0'$$

$$[X_{-1}, X_3] = X_2 + \frac{3}{5} X_2 X_0 - \frac{2}{5} X_2 X_0' + X_3 X_{-1}$$

$$[X_2, X_3] =$$

(7) 関口 天野

generic pt $356 + 137 + 128 + 458 + 149 + 239$

normal $246, 247, 257, 157-259, 256-127+457, 236-248+347-146$
 $2 \cdot 456 - 2 \cdot 126 - 147 + 237 - 249$

gen. pt $+ (x_{20}15 + x_{11}23 + x_{22}24 + x_{31}25 + x_{01}34 + x_{21}45) \otimes 7 + x_{12}246$

$X_{00}^{(1)}$	$X_{00}^{(2)}$	X_{10}	X_{01}	$X_{11}^{(1)}$	$X_{11}^{(2)}$	X_{21}
$2x_{20}$			$x_{21} + x_{20}x_{01}$	$x_{31} - x_{20}x_{11}$	$-x_{31} + x_{20}x_{11}$	$2x_{20}x_{21}$
x_{01}	$\frac{1}{2}x_{11}$			$-3x_{12}$	$-(2x_{12} + \frac{1}{2}x_{11}x_{01})$	$-(2x_{22} + \frac{1}{2}x_{11}^2 + 2x_{01}x_{21})$
x_{11}	x_{11}	$3x_{21} + \frac{5}{2}x_{20}x_{01}$	$5x_{12}$	$-2x_{22}$	$-(2x_{22} + \frac{1}{2}x_{01}x_{21})$	$\frac{3}{2}x_{31}x_{01} + 7x_{12}x_{20}$
x_{21}	$2x_{21}$	$\frac{5}{2}x_{31} - 3x_{20}x_{11}$	$2x_{22}$	$5x_{12}x_{20}$	$2x_{12}x_{20} + x_{11}x_{21}$	$4x_{20}x_{22} + \frac{1}{2}x_{11}x_{31}$
x_{31}	$3x_{31}$	$\frac{1}{2}x_{20}x_{21}$	$3x_{12}x_{20}$		$\frac{1}{2}x_{21}^2 - 2x_{22}x_{20}$	$\frac{1}{2}x_{31}x_{21} + 5x_{12}x_{20}^2$
$2x_{12}$	x_{12}	x_{22}	$-2x_{12}x_{01}$	$2x_{12}x_{11}$	$x_{12}x_{11}$	
$2x_{22}$	$2x_{22}$	$-(2x_{31}x_{01} + x_{12}x_{20}) - 3(\frac{1}{2}x_{12}x_{11} + x_{01}x_{22})$	$3x_{12}x_{21} + x_{11}x_{22}$	$(x_{11}x_{22} + \frac{5}{2}x_{12}x_{21})$	$(\frac{1}{2}x_{12}x_{20}x_{01})$	$\frac{5}{2}x_{12}x_{31} - \frac{11}{2}x_{12}x_{20}x_{11}$

$X_{00}^{(1)}$ は添字が 2 の weight を示し, $X_{00}^{(2)}$ は 1 の weight を示す.

$g[\lambda]$ は $X_{00}^{(1)} - 12\lambda, X_{00}^{(2)} - 16\lambda, X_{10}, X_{01} + 2X_{01}\lambda, X_{11}^{(1)} - 2x_{11}\lambda,$

$X_{11}^{(2)} - 4x_{11}\lambda, X_{21} + 2x_{21}\lambda$ で生成される。

principal symbol は $\xi_{20}^{-8\lambda - \frac{11}{2}} \xi_{01}^{-12\lambda - 8} \sqrt{d}$ であり,

$b(\lambda)$ の factor $\lambda + \frac{2}{3}$ (これは Lie 環の因子としていじった)

に対する 2 固有函数は, $D_{20}^{-\frac{1}{6}} \delta(x)$ である。

$$\begin{array}{ccccccc} X_{00}^{(1)} & X_{00}^{(2)} & X_{10} & X_{01} & X_{11}^{(1)} & X_{11}^{(2)} & X_{21} \\ & & -X_{01} & & \frac{3}{2} & -1 & \end{array}$$

$$[X_{10}, X_{01}] =$$

$$[X_{10}, X_{11}^{(1)}] = \begin{array}{ccccccc} 2X_{21} & -X_{21} & X_{11} & -\frac{5}{2}X_{20} & & & 1 \end{array}$$

$$[X_{10}, X_{11}^{(2)}] = -\frac{1}{4}(X_{21} + X_{01}X_{20})X_{21} + \frac{3}{2}X_{01}X_{20} \quad -\frac{1}{2}X_{20} \quad \frac{1}{2}$$

$$[X_{10}, X_{21}] = -\frac{7}{4}X_{31} + \frac{11}{4}X_{20}X_{11} \quad X_{31} - \frac{3}{2}X_{20}X_{11} \quad \frac{3}{2}X_{20} \quad -\frac{3}{2}X_{20}$$

$$[X_{01}, X_{11}^{(1)}] = \begin{array}{ccccccc} 3X_{12} & -2X_{12} & & -X_{11} & -X_{01} & & \end{array}$$

$$[X_{01}, X_{11}^{(2)}] = \begin{array}{ccccccc} & X_{12} & & & -\frac{1}{2}X_{01} & & \end{array}$$

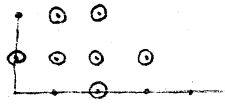
$$[X_{01}, X_{21}] = -2X_{22}X_{00}^{(1)} \quad X_{22} \quad -X_{12} \quad 2X_{21} \quad -\frac{1}{2}X_{11}$$

$$[X_{11}^{(1)}, X_{11}^{(2)}] = \begin{array}{ccccccc} 2X_{22} & -X_{22} & X_{12} & -\frac{1}{2}X_{21} & & & \end{array}$$

$$[X_{11}^{(1)}, X_{21}] = \begin{array}{ccccccc} \frac{9}{4}X_{31}X_{01} - 10X_{12}X_{20} & 6X_{12}X_{20} + \frac{3}{2}X_{20}X_{11}X_{01} & & \frac{3}{2}X_{31} & -\frac{3}{2}X_{01}X_{20} & \frac{3}{2}X_{01}X_{20} & \\ -\frac{11}{4}X_{20}X_{01}X_{11} & -X_{31}X_{01} & & & & & \end{array}$$

$$2[X_{11}^{(2)}, X_{21}] = \begin{array}{ccccccc} -\frac{11}{4}X_{31}X_{01} - 8X_{12}X_{20} & 2X_{12}X_{20} + X_{31}X_{01} & & -2X_{31} + X_{20}X_{11} & -\frac{1}{2}X_{01}X_{20} & X_{21} + \frac{3}{2}X_{01}X_{20} & X_{11} \\ -\frac{1}{2}X_{11}X_{21} - \frac{1}{4}X_{20}X_{11}X_{01} & + \frac{3}{2}X_{20}X_{11}X_{01} & & & & & \end{array}$$

weight diagram is



であり、Lie環の構造

は上に与えられたとおりである。

⑦

矢野

generic pt. $137 - 457 + 258 + 348 + 149 + 239$

conformal

$$\text{gen.pt} + (x_0 \cdot 35 + \frac{1}{3} x_1 \cdot 15 + \frac{2}{3} x_2 \cdot 13 + x_3 \cdot 25 + \frac{4}{3} x_4 \cdot 23 - \frac{4}{3} x_5 \cdot 12 + 8 x_6 \cdot 24) \cdot 06$$

x_{-1}	x_0	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
	$6x_0$		x_1	$-\frac{1}{3}x_0x_2 - \frac{2}{9}x_1^2$	$\frac{1}{9}x_1x_2$	$\frac{1}{9}x_2^2 - \frac{1}{3}x_1x_3 + \frac{4}{3}x_0x_4$
$6x_0$	$5x_1$	x_1	$2x_2$	$-\frac{2}{3}x_1x_2$	$\frac{1}{2}x_1x_3$	$2x_0x_5$
$5x_1$	$4x_2$	$2x_2$	$3x_3$	$+x_0x_4 - x_1x_3$	$2x_1x_4 - 5x_0x_5$	$9x_0x_6 - \frac{2}{3}x_1x_5$
$4x_2$	$3x_3$	$3x_3$	$4x_4$	$\frac{10}{3}x_0x_5 - \frac{10}{9}x_1x_4$	$\frac{4}{9}x_1x_5 - 16x_0x_6 + \frac{1}{2}x_2^2 + \frac{16}{9}x_2x_4$	$\frac{10}{3}x_1x_6 - \frac{10}{9}x_2x_5$
$3x_3$	$2x_4$	$4x_4$	$5x_5$	$9x_0x_6 - \frac{2}{3}x_1x_5$	$-5x_1x_6 + 2x_2x_5$	$x_2x_6 - x_3x_5$
$2x_4$	x_5	$5x_5$	$6x_6$	$2x_1x_6$	$\frac{1}{2}x_3x_5$	$-\frac{2}{3}x_4x_5$
x_5		$6x_6$		$\frac{1}{9}x_4^2 - \frac{1}{3}x_3x_5 + \frac{4}{3}x_2x_6$	$\frac{1}{9}x_4x_5 - \frac{1}{3}x_4x_6 - \frac{2}{9}x_5^2$	

$\underbrace{\hspace{10em}}_{GL(2) \text{ 21}}$

$f_{\text{loc}}(x)$ は $\pm a$ の $n \times n$ 行列の determinant が ± 1 , $\begin{smallmatrix} GL(2) \\ \hline \square \end{smallmatrix}$ の invariant 1-2, 2-1, 3-0 10-2 式, weight 30.

上記 X_2 と X_4 又 X_3 自身は $X_b \rightarrow X_{b-b}$ でありかつある上、対称性
をキタせてあるが、他に reasonable なとり方があふかも知
ない。

⑧ 矢野 実口.

genetic pt. $256 + 347 - 158 + 149$

normal $238, 239, 236 + 138, 237 + 129, 248, 359, 136, 127$

gen. pt. $+ X_{5000} 136 - X_{0500} 248 - X_{0050} 359 + X_{0005} 127 +$
 $+ X_{4321} 138 + X_{3642} 238 + X_{2463} 239 + X_{1234} 129.$

$X_0^{(1)} \quad X_0^{(2)} \quad X_0^{(3)} \quad X_0^{(4)} \quad X_{-1321} \quad X_{3142} \quad X_{2413} \quad X_{13-1}$

$5X_{5000}$

X_{4321}

$5X_{0500}$

X_{3642}

$5X_{0050}$

X_{2463}

$5X_{0005}$

X_{1234}

$4X_{4321} \quad 3X_{4321} \quad 2X_{4321} \quad X_{4321} \quad 2X_{3642} \quad 3X_{5000} X_{2463} \quad 4X_{5000} X_{0500} X_{1234} \quad 5X_{5000} X_{0500} X_{0050}$
 $3X_{3642} \quad 6X_{3642} \quad 4X_{3642} \quad 2X_{3642} \quad 3X_{0500} X_{2463} \quad + 4X_{5000} X_{0500} X_{0050} X_{1234} \quad + 5X_{5000} X_{0500} X_{0050} X_{0005}$
 $2X_{2463} \quad 4X_{2463} \quad 6X_{2463} \quad 3X_{2463} \quad 4X_{0500} X_{0050} X_{1234} \quad + 5X_{5000} X_{0500} X_{0050} X_{0005} \quad + 2X_{3642} X_{1234} \quad 3X_{0050} X_{3642}$
 $X_{1234} \quad 2X_{1234} \quad 3X_{1234} \quad 4X_{1234} \quad 5X_{0500} X_{0050} X_{0005} \quad 4X_{0050} X_{0005} X_{4321} \quad 3X_{0005} X_{3642} \quad 2X_{2463}$

$$[X_{-1321}, X_{3142}] = \frac{1}{5} X_{2463} (-3X_0^{(1)} + 3X_0^{(2)} - X_0^{(3)}) + X_{0050} X_{2413}$$

$$[X_{4321}, X_{2413}] = \frac{1}{5} X_{0500} X_{1234} (-4X_0^{(1)} + 4X_0^{(2)} - 2X_0^{(4)}) + 2X_{0500} X_{0005} X_{123-1}$$

$$[X_{-1321}, X_{123-1}] = X_{0500} X_{0050} (-X_0^{(1)} + X_0^{(4)})$$

$$[X_{3142}, X_{2413}] = \frac{1}{5} X_{1234} X_{4321} (X_0^{(1)} - 3X_0^{(2)} + 3X_0^{(3)} - X_0^{(4)})$$

$$+ X_{5000} X_{0500} X_{0050} X_{0005} (-X_0^{(2)} + X_0^{(3)}) - X_{5000} X_{1234} X_{-1321} + X_{0005} X_{4321} X_{123-1}$$

他17対称性から従う。